



Objętość tej bryły jest równa  $\frac{1}{k!}$ . Trudno o formalne uzasadnienie tego wzoru bez obliczenia jakiejś całki. Przybliżmy go jednak, analizując  $k = 3$ . Objętość ostrosłupa to pole podstawy (pole trójkąta) razy trzecia część wysokości. Jeśli więc wszystkie boki (ramiona przy kącie prostym i wysokość figury) są równe 1, to jego objętość jest równa  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3!}$ . Objętość czterowymiarowego ostrosłupa to „pole podstawy” (czyli objętość trójwymiarowego ostrosłupa) razy czwarta część wysokości. Jeśli ponownie wszystkie odpowiednie boki mają długość 1 (a tak jest w sympleksach), to objętość czterowymiarowego sympleksu to  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3!} = \frac{1}{4!}$ . W przestrzeni  $k$ -wymiarowej objętość odpowiedniego  $k$ -wymiarowego ostrosłupa to „pole podstawy” będącej ostrosłupem  $(k - 1)$ -wymiarowym razy  $k$ -ta część wysokości, czyli  $\frac{1}{(k-1)!} \cdot \frac{1}{k} = \frac{1}{k!}$ .

Został jeszcze trywialny przypadek  $k = 0$ , czyli obliczenie  $P(N > 0)$ . Oczywiście jest to 1.

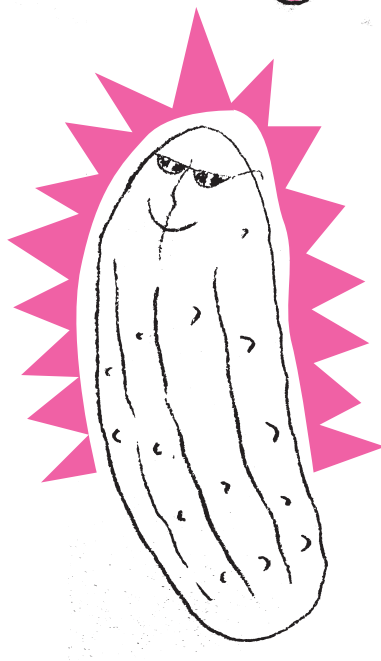
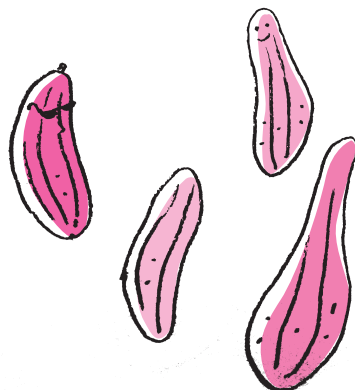
Mając już wszystkie elementy układanki, możemy dokończyć nasze obliczenia:

$$\mathbb{E} N = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} = e.$$

Tym samym udało nam się obliczyć wartość dokładną, którą wcześniej odgadliśmy eksperymentalnie.

Na koniec przedstawmy jeszcze pewien stowarzyszony problem. Losujemy liczbę z przedziału  $[0, 1]$  i kończymy, gdy nowo wylosowana liczba jest mniejsza od poprzedniej. Ile średnio liczb wylosujemy? Odpowiedź na to pytanie to również liczba  $e$ . Rozwiązanie (podobne do powyższego) zostawiamy dla Czytelnika Zainteresowanego.

To już ostatnia część naszego krótkiego cyklu. Zaprezentowane zostały niektóre z ciekawszych wystąpień liczby  $e$  w matematyce. Czytelnika Zainteresowanego Tematem zachęcamy do poszukiwania innych doświadczeń lub zagadnień, które w niezwykły sposób ujawniają liczbę  $e$ .

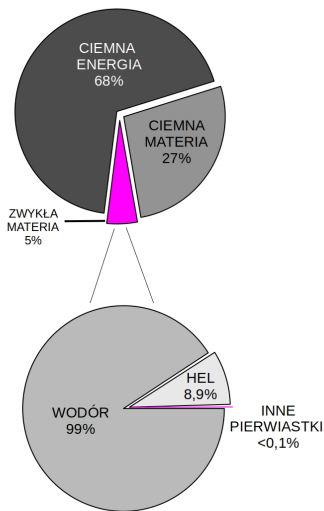


## De Rerum Metallica

Francesco PISTIS

Według Standardowego Modelu Kosmologicznego zwykła materia (wszystkie pierwiastki chemiczne i mniejsze cząstki subatomowe) stanowi jedynie 5% składu całego Wszechświata. Z tego ciężkich pierwiastków, z którymi mamy ciągły kontakt na Ziemi, jest znikomo mało, bo jedynie 0,1% (z tych 5%). Obficie występują tylko hel i wodór, które łącznie stanowią 99,9% zwykłej materii (procentowy rozkład składników Wszechświata pokazano na rysunku na następnej stronie). Dlatego Tablica Mendelejewa astronomów jest zdecydowanie mniej rozbudowana niż ta, którą znamy z zajęć chemii. Z tego też względu wszystkie pierwiastki, nie będące helem ani wodorem, astronomowie nazywają metalami. Ale jakie znaczenie mają te metale we Wszechświecie?

Zacznijmy od bardzo odległej historii Wszechświata. Podczas okresu ochładzania bezpośrednio po Wielkim Wybuchu najcięższym stabilnym pierwiastkiem, który mógł powstać, był lit. Cięższe pierwiastki wymagały dostarczenia znacznie więcej energii, której niestety jeszcze nie było. Taka ilość energii została wytworzona dopiero w późniejszym okresie w jądrach gwiazd, gdzie wyprodukowane zostały wszystkie pierwiastki, do żelaza włącznie. Jest to dobry



Procentowa zawartość pierwiastków we Wszechświecie

Tempo powstawania gwiazd w galaktyce Drogi Mlecznej wynosi około 3 masy Słońca/rok. Jest to galaktyka w miarę standardowa. Jednak w galaktykach bardzo intensywnie gwiazdotwórczych tempo powstawania gwiazd może być ponad 30 razy większe.

Za lokalny Wszechświat uznajemy obszar znajdujący się w odległości około 1–3 miliardów lat świetlnych od Ziemi.

Widma gwiazd i galaktyk, ogólnie rzecz ujmując, mówią nam o składzie chemicznym obserwowanego obiektu. A o tym, czym dokładnie jest widmo, można przeczytać w numerze  $\Delta_{19}^{04}$ .

moment, aby zapytać, co z pierwiastkami cięższymi od żelaza? Przecież te też istnieją w obserwowanym przez nas Wszechświecie (a w szczególności na Ziemi). Ich obecność związana jest bezpośrednio z ostatnimi etapami ewolucji gwiazd i dlatego zawartość metali we Wszechświecie jest ściśle połączona z dojrzewaniem i śmiercią gwiazd, a w szerszym kontekście z ewolucją galaktyk, w których te gwiazdy powstają.

Astronomowie już jakiś czas temu zaobserwowali, że każda galaktyka (również Droga Mleczna) zanurzona jest w obłoku gorącego gazu tworzącego swego rodzaju halo wokół niej. Gaz ten odgrywa kluczową rolę w ewolucji galaktyk. Gdy opada na dysk galaktyki (często proces ten nazywamy napływem, ang. *inflow*), stanowi paliwo do budowy nowych gwiazd. Mechanizm ten powoduje zwiększenie ilości gwiazd rodzących się w danej galaktyce. Z drugiej strony, najbardziej masywne gwiazdy dostarczają do halo gazowego nowych, w tym także cięższych, pierwiastków poprzez tzw. proces wiatrów gwiazdowych, ale również podczas wybuchu supernowych. Zwłaszcza te ostatnie dostarczają do obszaru międzygwiazdowego, a później również międzygalaktycznego, wyprodukowane w gwieździe ciężkie pierwiastki (ang. *outflow*).

Z tego punktu widzenia skład chemiczny gazu otaczającego galaktykę, a w szczególności jego metaliczność (czyli zawartość pierwiastków cięższych od helu względem ich zawartości w naszym Słońcu), mieści w sobie całą historię ewolucji danej galaktyki i tworzących ją gwiazd. Metaliczność galaktyki jest ściśle związana z jej masą gwiazdową (czyli masą wszystkich zawartych w niej gwiazd) i tempem, w jakim tworzone są w niej nowe gwiazdy. Astronomowie zauważyli ścisłą relację, jaką muszą spełniać te parametry: metaliczność galaktyk, całkowita masa gwiazdowa i tempo tworzenia się gwiazd. Relację tę można przedstawić jako powierzchnię w trójwymiarowej przestrzeni rozważanych parametrów. Punkty na tej powierzchni odpowiadają wartościom parametrów charakteryzujących znane nam normalne galaktyki („nienormalne” galaktyki to dla przykładu takie, w których w ciągu roku przybywa 100 Słońc bądź nie przybywa ich wcale). Ze względu na brak dowodów obserwacyjnych na zmiany w czasie tak utworzonej powierzchni związek pomiędzy metalicznością, masą gwiazdową i tempem tworzenia się gwiazd w galaktyce uważa się za fundamentalny. Relacja ta może być wykorzystana do rozróżnienia typów galaktyk, podążających różnymi ścieżkami ewolucji, lub do badania oddziaływania galaktyki z jej otoczeniem czy też bezpośrednio z inną pobliską galaktyką.

Ta fundamentalna relacja, czy też kształt tej relacji w trójwymiarowej przestrzeni parametrów, została bardzo dokładnie zbadana w naszym lokalnym Wszechświecie za pomocą obserwacji wykonanych przez Sloan Digital Sky Survey (SDSS), 2,5-metrowy teleskop optyczny znajdujący się w Apache Point Observatory w Nowym Meksyku, w Stanach Zjednoczonych. Każde wykonane przez teleskop SDSS zdjęcie obejmuje 1,5 stopnia nieba. W ciągu 20 lat obserwacji wykonano wielobarwne obrazy jednej trzeciej nieba oraz zebrano widma dla ponad trzech milionów obiektów astronomicznych. Problemem w rozszerzeniu tych badań na starsze, a co za tym idzie odleglejsze galaktyki, jest liczba galaktyk, które potrafimy obserwować, ponieważ spada ona drastycznie wraz z odległością od Ziemi.

Problem ten został częściowo rozwiązany dzięki obserwacjom wykonanym przez Visible Multi-Object Spectrograph (VIMOS) w ramach projektu VIMOS Public Extragalactic Redshift Survey (VIPERS) na 8-metrowym teleskopie Very Large Telescope w Chile. Obserwował on obszar prawie 24 stopni kwadratowych (nadal znacznie mniej niż SDSS) i zmierzył widma około 90 000 galaktyk odległych od nas o około 7 mld lat świetlnych. VIPERS oglądał Wszechświat w momencie, gdy był dwa razy młodszy niż dziś. Co ciekawe, te badania wskazują na zachowanie fundamentalnej relacji pomiędzy metalicznością – masą gwiazdową – tempem powstawania gwiazd – dowodząc jej... fundamentalności.