



2. Druga metoda stosowana w maszynach cyfrowych polega na wykorzystaniu źródeł promieniotwórczości. W odpowiednim bloku maszyny umieszcza się substancję promieniotwórczą i licznik wypromieniowanych cząstek. Stan tego licznika ulega zmianom w losowych chwilach czasu i po odpowiednim przeliczeniu może być traktowany jako źródło odpowiednich liczb losowych. Najczęściej wskazania licznika przelicza się odpowiednio na ciąg zer i jedynek (np. zero, gdy w danej chwili stan licznika jest parzysty i jedynka w przypadku przeciwnym), a następnie, zgodnie z podanym wyżej twierdzeniem te zera i jedynki składa się w liczby. Przedstawiony wyżej obraz generatorów liczb losowych w maszynach cyfrowych jest bardzo uproszczony i pozwala tylko na zorientowanie się w ogólnej idei tego typu rozwiązań. Naprawdę sytuacja jest znacznie bardziej skomplikowana. Wystarczy np. chwilę zastanowić się nad tym, jak wybierać poziom odniesienia szumów (który przecież decyduje o tym, czy w danej chwili zarejestrujemy zero, czy jedynkę), aby prawdopodobieństwo zera (lub jedynki) było dokładnie równe  $1/2$ . Albo, jak kontrolować rozpad substancji promieniotwórczej, aby zera i jedynki pojawiały się z jednakowym prawdopodobieństwem. Dla użytkownika maszyny nie są to jednak problemy istotne; wystarczy mu, że po napisaniu w programie odpowiedniej formuły otrzyma liczbę losową wygenerowaną według założonego rozkładu prawdopodobieństwa. Twierdzenie leżące u podstaw opisanych metod generowania liczb losowych w maszynach cyfrowych było już właściwie — chociaż w nieco innej wersji — przez nas wykorzystywane, gdy za pomocą kostki rzucaliśmy punkty na prostokąt obliczając pewną całkę (por. Delta 1/1976). Tam jednak poszczególne cyfry  $c_j$  pochodziły z dziesiętkowego systemu liczenia, a mechanizm losowy (dwudziestościan lub dziesięciograniasty bączek) gwarantowały nam pojawianie się każdej z dziesięciu cyfr z jednakowym prawdopodobieństwem. Sformułowanie tego twierdzenia dla przypadku  $k$ -arnego systemu zapisywania liczb i urządzenia, „produkującego” cyfry  $0, 1, \dots, k-1$ , każdą z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{k}$ , pozostawiamy Czytelnikowi.



## Zadania

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

**M 79.** Udowodnić, że jeżeli  $n$  jest liczbą naturalną większą od 3 i różną od 5, to dowolny trójkąt można podzielić na  $n$  trójkątów podobnych do niego.

Rozwiązanie na str. 12

W. Mnich

**M 80.** Czy istnieje liczba naturalna  $n$ , którą można przedstawić w postaci  $n = x! + y!$  ( $x < y$ ) dwoma sposobami?

Rozwiązanie na str. 2

**M 81.** Udowodnić, że równania

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$cx^2 + bx + a = 0$$

gdzie  $a \neq c$ , mają wspólny pierwiastek wtedy i tylko wtedy, gdy  $|a+c| = |b|$ .

Rozwiązanie na str. 3.

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI

**F 27.** W artykule zamieszczonym na stronie 4 niniejszego numeru «Deltę» został omówiony tzw. efekt Dopplera. Zainteresowanym proponujemy obecnie rozwiązanie dwóch przykładów praktycznego wykorzystania tego zjawiska.

**Przykład 1.**

Na rakiemie umieszczono nadajnik radiowy emitujący regularne sygnały o częstotliwości 10 MHz. Następnie rakieta została wysłana w górne, zjonizowane warstwy atmosfery, gdzie współczynnik załamania dla fal radiowych jest różny od jedności. Stacja naziemna odbierała sygnały od rakiety nakładając je na inne, wzorcowe oscylacje, również o częstotliwości 10 MHz. Kiedy szybkość

oddalania się rakiety wzdłuż kierunku obserwacji wynosiła  $600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , w aparaturze odbiorczej

zaobserwowano występowanie wzmocnień z częstotnością 10 Hz.

Jaki jest współczynnik załamania środowiska, w którym poruszała się rakieta? Rozwiązanie na str. 2

**Przykład 2.** (zaczerpnięty ze zbioru zadań A. B. Pipparda).

Sztuczny satelita Ziemi, emitujący sygnały radiowe o stałej częstotliwości, przelatuje nad punktem obserwacyjnym, gdzie notuje się co  $T = 20$  s częstotliwości odbieranych sygnałów. Zanotowano następujące wartości: 40,00215 MHz, 40,00208 MHz, 40,00196 MHz, 40,00175 MHz, 40,00141 MHz, 40,00106 MHz, 40,00077 MHz, 40,00059 MHz, 40,00049 MHz, 40,00043 MHz. Czy powyższe obserwacje mogą posłużyć do wyznaczenia prędkości satelity oraz jego najmniejszej odległości od punktu obserwacyjnego? Trajektorię satelity można przyjąć za linię prostą. Rozwiązanie na str. 14.



W rozwiązaniu zadania M 52 (Delta 6/1975, str. 7) napisaliśmy, że nie wiadomo nam, czy przestrzeń trójwymiarowa pozbawiona jednego punktu jest sumą prostych rozłącznych.

Profesor Jan Mycielski z University of Colorado w Boulder (USA) podał w liście z dnia 20 października ub. r. dowód twierdzenia orzekającego, że odpowiedź na to pytanie jest twierdząca. W dowodzie tym korzysta on z pewnika wyboru (dokładniej: z twierdzenia o dobrym uporządkowaniu).