

delta

Niezwykłe dzielenie i tajemnicze liczby

Opisywaliśmy kiedyś wynaleziony przez Adasia oryginalny (choć bynajmniej nie szybszy) sposób mnożenia. Również i dzielenie postanowił wykonywać Adaś własną metodą. Gdy zadanie brzmiało: podzielić 5984 przez 17, Adaś zaczynał od poszukiwania ostatniej cyfry ilorazu. „Musi być nią 2” — rozumował — „bo tylko 2 pomnożone przez 7 może dać końcowe 4 w dzielnej”. $2 \cdot 17 = 34$ i Adaś pisał 34 pod dzielną, odejmował i opuszczał końcowe zero:

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 5984:17 \\ 34 \\ \hline 95 \end{array}$$

Szukał teraz następnej cyfry ilorazu. Tylko liczba 5 mnożona przez 17 da na końcu 5 — ostatnią cyfrę liczby 95. Pisał na górze 5, mnożył przez 17, wynik odejmował od dzielnej i tak posuwał się aż do zakończenia dzielenia:

$$\begin{array}{r} 352 \\ \hline 5984:17 \\ 34 \\ \hline 95 \\ 85 \\ \hline 51 \\ 51 \\ \hline 0 \end{array}$$

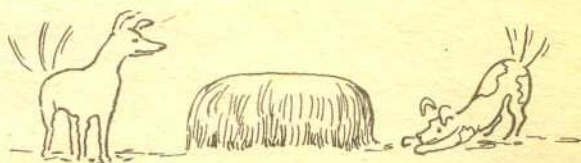
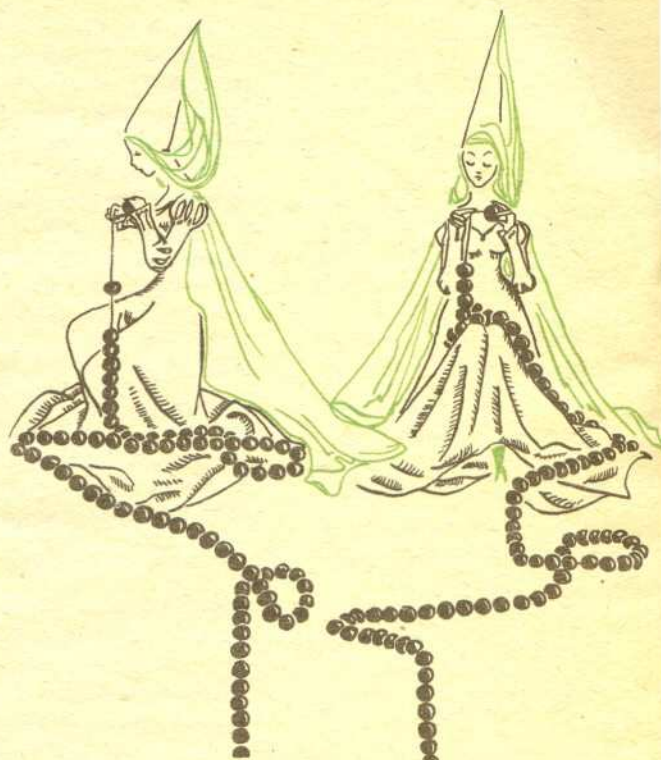
Sposób ten zawodził, gdy dzielnik był liczbą parzystą — wtedy Adaś dzielił go (tradycyjnym sposobem) przez 2 tak długo, aż otrzymał liczbę nieparzystą. Niedobrze było też dla dzielników zakończonych na 5 — ale dzielenie przez 5 ma wiele wspólnego z mnożeniem przez 2, które Adaś opanował.

Kłopoty zaczęły się, gdy Adaś poznał ułamki dziesiętne. Zadanie „podzielić 217 przez 3” wszyscy poza Adasiem rozwiązywali w zwykły sposób, otrzymując $72,33333\dots$.

Ale Adaś dzielił po swojemu:

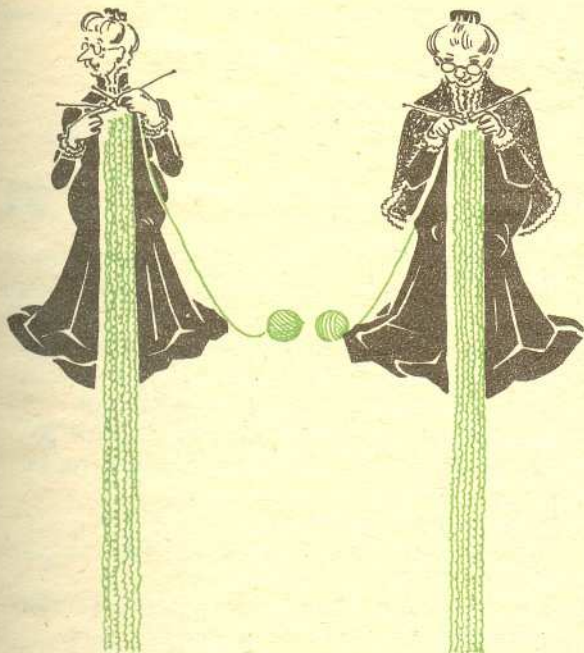
$$\begin{array}{r} 769 \\ \hline 217:3 \\ 27 \\ \hline 19 \\ 18 \\ \hline 1 \\ 21 \end{array}$$

i tu musiał się zatrzymać, bo dzielenie się nie skończyło i nie wiedział, co dalej. Po chwili namysłu stwierdził: „nie zmieniaj liczby, jeżeli na początku dopiszę kilka zer”.



Napisał jeszcze raz:

$$\begin{array}{r} \dots 66769 \\ \dots 000217:3 \\ \hline 27 \\ \dots 00019 \\ \dots 00018 \\ \hline \dots 00001 \\ 21 \\ \dots 99998 \\ 18 \\ \hline \dots 99998 \\ \dots \dots \\ \dots \dots \end{array}$$



„Dalej będzie się powtarzać” — zauważył i zadowolony napisał $217:3 = \dots 6666769$. Na wszelki wypadek sprawdził:

$$\begin{array}{r} \dots 6666769 \\ \times \quad 3 \\ \hline \dots 0000217 \end{array}$$

„Zgadza się” — odetchnął. „A już myślałem, że coś jest źle”.

— Co to za liczba $\dots 6666769$? — zdziwiła się Agnieszka.

— Zwyczajnie, 6 w okresie a potem 769 — odparł Adaś.

— To nie ma sensu — upierała się Agnieszka — Żadna liczba nie ma nieskończonej ilości cyfr.

— Akurat! Twój iloraz $72,33333 \dots$ też ma na końcu trójkę w okresie. Dzielenie dwu liczb daje zawsze w wyniku liczbę (byle nie dzielić przez 0), a nie pierogi z serem.

— Nie umiem wyobrazić sobie tej liczby — nie dawała się przekonać Agnieszka — $72,33333 \dots$ widzę na osi liczbowej gdzieś między 72 a 73. A ta twoja niby-liczba?



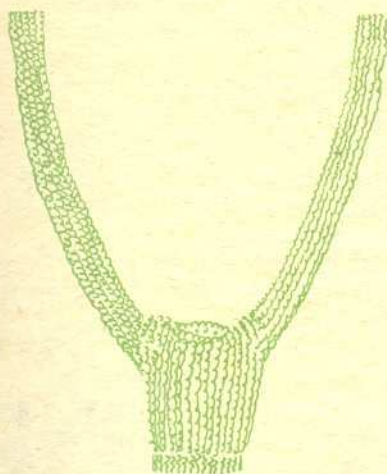
Adaś nie nie odpowiedział, bo i on sam nie umiał sobie wyobrazić liczby $\dots 6666769$. Wobec tego wtrąciłem się do dyskusji. „Dzieliłeś tak zwane liczby 10-adyczne” powiedziałem. „Są to właśnie liczby mające «na początku» nieskończoną ilość cyfr. Jeżeli zaś na początku występują same zera, możemy je opuszczać i dlatego niektóre liczby 10-adyczne są zwykłymi liczbami całkowitymi.

Lecz liczba 10-adyczna $\frac{217}{3}$ nie jest całkowita. Jest czymś zupełnie innym niż znane wam ze szkoły liczby”.

— Czy można ją sobie wyobrazić? — dopytywali się Adaś i Agnieszka.

— Rzeczywiście, tych liczb nie można umiejscawiać na znanej wam osi liczbowej — ale to nie znaczy, że one „nie istnieją”. Kilkaset lat temu uczeni mówili: czyż można wyobrazić sobie coś mniejszego niż zero? Starożytni Grecy nie mogli pojąć liczb niewymiernych, które przecież są „uzupełnieniem” liczb wymiernych — czyli ułamków. Liczby „adyczne” stanowią też swoiste „uzupełnienie” znanych nam liczb i nie sposób bez nich obejść się we współczesnej teorii liczb. O ważności pojęcia matematycznego decyduje nie taki czy inny sposób jego wprowadzenia, ale wyłącznie proste kryterium: czy to pojęcie pomaga matematykowi w badaniu świata liczb, kształtu i miary.

— Interesujące — powiedzieli bez przekonania Adaś i Agnieszka.



Badamy własności promieniowania

Na pewno wiesz dobrze o tym, że energia jest przekazywana od Słońca na Ziemię przez promieniowanie. Warto zbadać pewne jego właściwości. Możesz to zrobić, budując samodzielnie odpowiedni przyrząd.

PRZYRZĄD

Do budowy potrzebne są:

1. Mała buteleczka od lekarstw z plastikowym szczelnym korkiem.
2. Wypisany wkład od długopisu.
3. Kawałek czarnego papieru.
4. Kawałek folii aluminiowej (sreberka od czekolady).
5. Klej.
6. Woda.
7. Kropla spirytusu (np. salicylowego).

URZĄDZENIE WYKONAJ NASTĘPUJĄCO:

1. Od wkładu od długopisu odetnij koniec, resztki tuszu wymyj kroplą spirytusu.
2. W korku buteleczki wykonaj otwór tak, aby wkład od długopisu ciasno przez niego przechodził.
3. Oklej jedną stronę buteleczki czarnym papierem, a drugą kawałkiem sreberka. Przy oklejaniu zostaw po bokach szczeliny, żeby było można zaglądać do środka (rys. 1a).
4. Napełnij buteleczkę wodą ok. 1/5.
5. Włóż wkład od długopisu tak, aby zanurzył się w wodzie na ok. 1/2 cm (rys. 1b).

Przyrząd nasz jest bardzo czułym termometrem. Sprawdź, jak zmienia się położenie powierzchni wody w rurce pod wpływem ogrzewania ręką.

Doświadczenie 1. Badamy promieniowanie widzialne.

1. Ustaw przyrząd w pokoju w silnym świetle słonecznym tak, aby światło padało na powierzchnię srebrną (rys. 2a). Poczekaj, aż poziom cieczy w rurce się ustali. Zapamiętaj, gdzie znajdowała się powierzchnia cieczy.
2. Odwróć teraz czarną powierzchnię do światła i powtórz pomiar.

Co obserwujesz? Jak możesz to wytłumaczyć?

Doświadczenie 2. Badamy promieniowanie podczerwone.

Do doświadczenia potrzebne są dodatkowo:

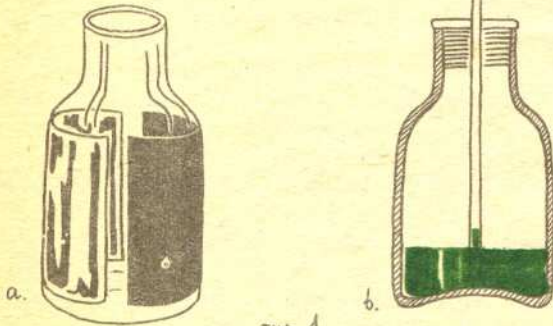
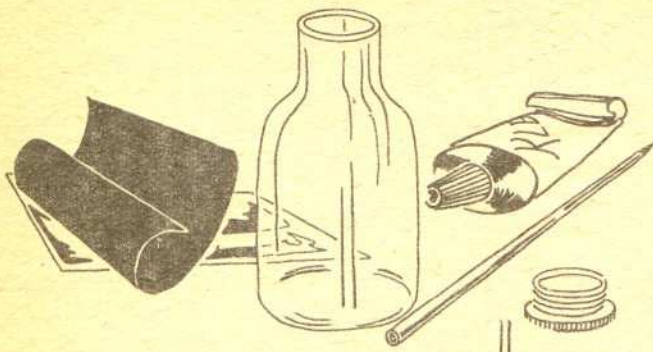
1. Żelazko elektryczne z termoregulatorem.
2. Świeca, zapalki.

Doświadczenie wykonaj następująco:

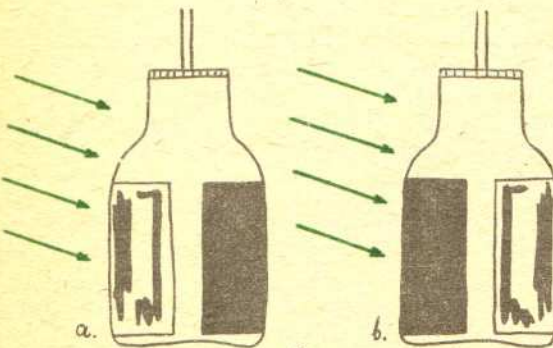
1. Okopć płomieniem świecy dno żelazka.
2. Żelazko ustaw pionowo i włącz do kontaktu.
3. Kiedy temperatura żelazka się ustali, postaw przyrząd na niewielkiej podstawie w odległości ok. 10 cm od żelazka, tak jak to wskazuje rys. 3.
4. Pierwszy pomiar przeprowadź dla przypadku, kiedy srebrna strona skierowana jest do żelazka, drugi — kiedy przyrząd odwrócony jest stroną czarną.

Co obserwujesz? Czy widzisz podobieństwo wyników obu doświadczeń? Jak możesz je wytłumaczyć?

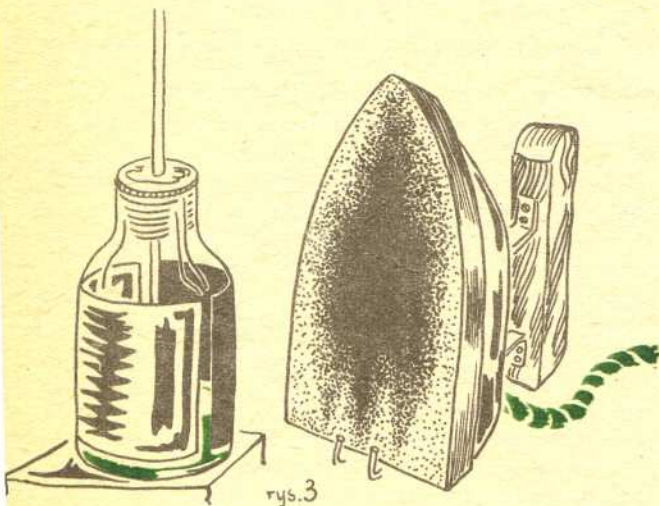
Pamiętaj starannie wyczyścić żelazko miękkim papierem po wykonaniu doświadczeń. Uważaj! Nie poparz się! Sprawdź, czy dobrze wyczyściłeś żelazko, prasując mokrą szmatkę.



rys. 1



rys. 2



rys. 3