Rozwiązanie zadania M 184.
Dowód przeprowadzimy przez indukcję. Dla $m = 1$ twierdzenie jest oczywiste. Załóżmy więc, że dla pewnego m zbiór A_m spełnia żądane warunki. Zauważmy, że

$$\max_{a,b\in A_m}|a-b| \leqslant \frac{3^m+1}{2}-1 = \frac{3^m-1}{2}.$$

Oznaczmy

$$(1) \qquad B_m = \{c\colon c = 3^m + a, \text{ gdzie } a \in A_m\}.$$

Zbiór $A_m \cup B_m$ zawiera 2^{m+1} elementów. Ponadto

$$A_m \cup B_m \cup \left\{1, 2, \ldots, 3\cdot\frac{3^m+1}{2}-1\right\} = \left\{1, 2, \ldots, \frac{3^{m+1}+1}{2}\right\}.$$

Wreszcie, ponieważ

$$(2) \qquad 3^m + a = 2\cdot\frac{3^m+1}{2}+a-1,$$

więc skoro zbiór A_m nie zawierał żadnego trójwyrazowego ciągu arytmetycznego, zatem (wobec (1) i (2)) również zbiór B_m nie zawiera takiego ciągu. Wobec tego jeśli $k_1 < k_2 < k_3$ i $k_1, k_2 \in A_m$, $k_3 \in B_m$, to

$$k_2 - k_1 \leqslant \frac{3^m+1}{2}-1, \quad k_3 - k_2 \geqslant \frac{3^m+1}{2}$$

i (k_1, k_2, k_3) nie jest ciągiem arytmetycznym. Analogicznie sprawdzamy, że gdy $k_1 \in A_m$, $k_2, k_3 \in B_m$, ciąg (k_1, k_2, k_3) nie jest arytmetyczny. A to na mocy zasady indukcji kończy dowód.

Układ okresowy hadronów

Doc. dr Michał ŚWIĘCKI

Hadrony to wszystkie cząstki elementarne oddziałujące silnie. Tabela tych cząstek (patrz np. Delta 12/1976) wygląda zupełnie chaotycznie i niełatwo dostrzec w niej jakąkolwiek prawidłowość. Uporządkujemy nieco ten chaos posługując się hipotezą kwarkową, znaną nam dotychczas (patrz np. Delta 4/1975) jedynie z nazwy. Zgodnie z tą hipotezą podstawową cegiełką struktury hadronów są kwarki. Wprawdzie nikomu nie udało się wybić kwarku ze struktury hadronu, ale niewielu jest fizyków, którzy nie wierzyliby w kwarkową naturę oddziaływań silnych. Kwarki tkwią więc wewnątrz hadronów jak głaz w studni i trzeba ogromnej (być może nieskończonej) energii, żeby je stamtąd wydobyć. Natura owych ogromnych sił wiążących kwarki nie jest do końca wyjaśniona. Nie będziemy się tym martwić i zajmiemy się sklasyfikowaniem niektórych (na wszystkie nie stałoby nam cierpliwości) własności hadronów, wierząc w ich kwarkową budowę.
Jakie więc są same kwarki? Najważniejszą, sprawdzoną w wielu doświadczeniach hipotezą teorii kwarków jest, że wszystkie bariony (hadrony o spinach połówkowych: 1/2, 3/2 itd.) składają się z trzech kwarków, zaś mezony (hadrony o spinach całkowitych: 0, 1 itd.) z pary kwark-antykwark. Antybariony składają się oczywiście z trzech antykwarków. Wynika z tego, że kwarki mają spin równy 1/2 (jak zobaczymy, z trzech cząstek o spinie 1/2 można zbudować tylko cząstkę o spinie połówkowym, a z dwóch — tylko o spinie całkowitym). W przyrodzie obserwujemy jedynie układy związane z trzech kwarków oraz par kwark-antykwark. Inne układy, podobnie jak i same kwarki, nie zostały dotychczas znalezione. Liczba obserwowanych kwarkowych układów związanych, hadronów, zależy oczywiście od liczby samych kwarków, na tę zaś nie znamy żadnego ograniczenia teoretycznego. Doświadczalnie dowiedzieliśmy się o istnieniu jedynie kilku pierwszych, najlżejszych kwarków. Znamy z pewnością cząstki zbudowane z czterech rodzajów kwarków, a ostatnio odkryto hadrony, w składzie których znajduje się prawdopodobnie kwark piąty. Zapomnijmy na chwilę o spinach kwarków związanych w hadronach. Wtedy z czterech kwarków możemy zbudować $4\times4\times4 = 64$ bariony oraz $4\times4 = 16$ mezonów. Po dodaniu spinów i uwzględnieniu istnienia stanów wzbudzonych liczba ta znacznie się zwiększa. Teoria kwarków jest więc bardzo oszczędna, pomimo że liczba odkrytych kwarków wciąż rośnie.
Cztery kwarki, których istnienie zostało mocno ugruntowane doświadczalnie, noszą następujące symbole: u (ang. up — górny), d (ang. down — dolny), s (ang. strange — dziwny), oraz c (ang. charmed — powabny). W klasyfikacji hadronów i ich oddziaływań stosuje się wciąż nieco inną symbolikę, mającą dziś już raczej historyczne znaczenie. Zamiast mówić, że proton składa się z dwóch kwarków u oraz jednego d, powiada się, że proton ma liczbę barionową $B = 1$, trzecią składową izospinu $I_3 = +\frac{1}{2}$, dziwność $S = 0$ oraz powab $C = 0$. W tej terminologii kwark u na przykład nosi następujące wyróżniające go numerki: $B = \frac{1}{3}$, $I_3 = +\frac{1}{2}$, $S = 0$, $C = 0$, przy czym wartości liczb B, I_3, S i C układu złożonego z kwarków równają się sumom tych liczb dla poszczególnych kwarków. Prościej jednak chyba pisać uud niż $B = 1$, $I_3 = \frac{1}{2}$, $S = 0$, $C = 0$. Zamieszczona niżej tabelka przedstawia owe liczby kwantowe wszystkich czterech kwarków.

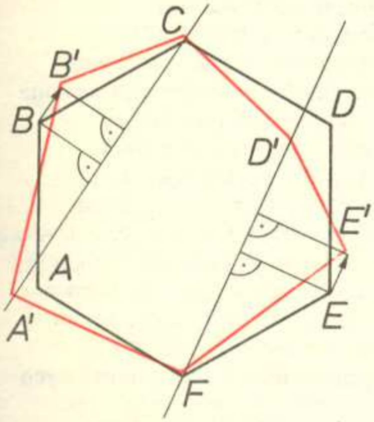
Rodzaj kwarku	Liczba barionowa B	Trzecia składowa izospinu I_3	Dziwność S	Powab C	Ładunek elektryczny Q
u	1/3	+1/2	0	0	2/3
d	1/3	−1/2	0	0	−1/3
s	1/3	0	−1	0	−1/3
c	1/3	0	0	1	2/3

Rozwiązanie zadania M 185

Jak należało się spodziewać, odpowiedź jest przecząca. Weźmy pod uwagę sześciokąt foremny $ABCDEF$ o średnicy 1. Jeśli punkty A' i D' leżą na prostej AD oraz $AD = A'D'$, $A'C = A'E < 1$, $BD' = FD' < 1$, to sześciokąt $A'BCD'EF$ ma również średnicę 1 i

$$S(ABCDEF) = S(ABCD) + S(DEFA) = S(A'BCD') + S(D'EFA') = S(A'BCD'EF).$$

Proste $A'C$ i FD' nie są równoległe.



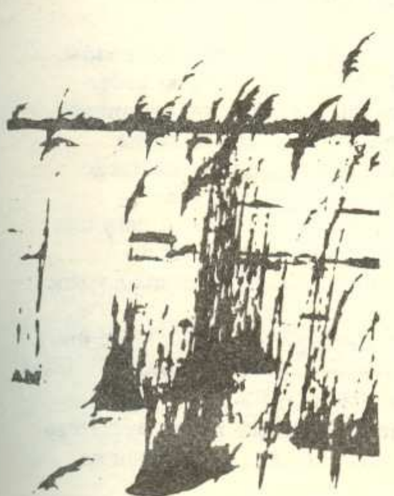
Oznaczmy punkt ich przecięcia przez H, a kąt ich przecięcia przez α. Niech $v = a \cdot \overrightarrow{FH}$, $a > 0$, będzie takim wektorem, że punkty $B' = B+v$ i $E' = E+v$ spełniają warunki $B'F \leqslant 1$, $B'A' \leqslant 1$, $E'A' \leqslant 1$, $E'F \leqslant 1$. Sześciokąt $A'B'CD'E'F$ będzie miał nadal średnicę 1.

Mamy $S(D'E'F) = S(D'EF)$ — wspólna podstawa i równe wysokości, oraz $S(A'B'C) > S(A'BC)$ — wspólna podstawa i wysokości różniące się o $|v| \cdot \sin\alpha$.

Zatem

$$S(A'B'CD'E'F) = S(A'B'C) + S(A'CD'F) + S'(D'E'F) < S(A'BC) + S(A'CD'F) + S'(D'EF) = S(A'BCD'EF) = S(ABCDEF).$$

Natomiast znane twierdzenie o maksymalnym polu wielokąta foremnego mówi nie o wielokącie o danej średnicy, lecz o wielokącie wpisanym w okrąg o danej średnicy.



Antykwarki mają liczby kwantowe przeciwnego znaku. Łatwo się przekonać, że dla wszystkich kwarków spełniony jest związek

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S+C).$$

Ze względu na własność addytywności wszystkich występujących w nim liczb kwantowych wzór ten obowiązuje także dla hadronów. W przypadku $C = 0$ jest to znany już od 25 lat wzór Gell-Manna-Nishijimy. Suma $Y = B+S$ zwana jest hiperładunkiem cząstki.
Znając skład kwarkowy hadronu możemy na podstawie powyższej tabelki łatwo odczytać liczby kwantowe tego hadronu. I tak: układ uud $\left(B = 1,\ I_3 = +\frac{1}{2},\ S = 0,\ C = 0,\ Q = 1\right)$ to np. proton, układ udd $\left(B = 1,\ I_3 = -\frac{1}{2},\ S = 0,\ C = 0,\ Q = 0\right)$ to np. neutron, układ uuu $\left(B = 1,\ I_3 = \frac{3}{2},\ S = 0,\ C = 0,\ Q = 2\right)$ to jeden z rezonansów Δ^{++}, układ uus $(B = 1,\ I_3 = 1,\ S = -1,\ C = 0,\ Q = 1)$ to jeden z hiperonów Σ^+, układ $u\bar{d}$ $(B = 0,\ I_3 = +1,\ S = 0,\ C = 0,\ Q = 1)$ to np. mezon π^+, zaś układ $u\bar{s}$ $\left(B = 0,\ I_3 = \frac{1}{2},\ S = 1,\ C = 0,\ Q = 1\right)$ to np. mezon K^+. Wszystko to można znaleźć w tabeli cząstek elementarnych. Oczywiście powyższe wartości liczb kwantowych mają nie tylko podane wyżej dla przykładu stany podstawowe hadronów, ale i zamieszczona w tabeli cząstek cała rodzina ich stanów wzbudzonych.
Ostatnią pozycją w powyższej tabelce jest ładunek elektryczny. Nie ma on wartości będącej całkowitą wielokrotnością ładunku elementarnego. Ułamkowa wartość ładunku kwarków została mocno ugruntowana doświadczalnie w reakcji rozpraszania elektronów na nukleonach. Oczywiście same hadrony — układy trzykwarkowe i kwark-antykwark — mają już ładunki całkowite.
Przejdźmy teraz do bardziej szczegółowego opisu własności hadronów z punktu widzenia ich składu kwarkowego. Jak się okaże, o własnościach tych decydują różnice w masie kwarków. Kwark powabny c jest znacznie cięższy od pozostałej trójki. Wyłączymy więc go z naszych rozważań i zajmiemy się hadronami złożonymi z kwarków u, d i s. Zresztą hadronów powabnych znamy stosunkowo niewiele i niewiele też wiemy o obowiązujących dla nich symetriach. Zajmiemy się bowiem właśnie symetriami hadronów wynikającymi z ich składu kwarkowego.
Podstawową własnością każdego układu cząstek jest rodzaj symetrii, jaką ma amplituda falowa (tzw. amplituda prawdopodobieństwa), której kwadrat określa prawdopodobieństwo zastania układu w pewnym stanie. Amplituda układu złożonego na przykład z dwóch cząstek może być funkcją symetryczną, albo antysymetryczną ze względu na operację wzajemnego przestawienia tych cząstek, tzn. zamiany wszystkich współrzędnych i liczb kwantowych cząstek. Symetria układu może być także mieszana (nieokreślona). Jeśli obie cząstki są identyczne, to obie sytuacje (przed i po zmianie) nie mogą być w żaden sposób rozróżnione i opisujące je amplitudy mogą się różnić co najwyżej znakiem, bo tylko wtedy nie zmienia się prawdopodobieństwo (kwadrat amplitudy). W przypadku czastek identycznych amplituda falowa jako suma amplitud odpowiadających obu nierozróżnialnym sytuacjom nie może więc mieć symetrii mieszanej, musi być albo funkcją symetryczną, albo antysymetryczną. Rodzaj symetrii nie może przy tym zależeć od układu odniesienia. Jest to dosyć oczywiste, gdyż na przykład antysymetria amplitudy falowej powoduje, że prawdopodobieństwo znalezienia obu identycznych cząstek w tym samym stanie równa się zero i fakt ten nie może zależeć od tego, z jakiego układu go obserwujemy. Tak właśnie zachowują się układy identycznych fermionów (cząstek o spinie 1/2, 3/2 itd.), a reguła ta to nic innego jak słynny zakaz Pauliego.
Zajmiemy się dalej symetrią układu cząstek ze względu na zamianę tylko niektórych ich zmiennych.
Niektóre liczby kwantowe cząstek nie ulegają zmianie przy pewnych przekształceniach układu odniesienia. Taką liczbą jest na przykład wewnętrzny moment pędu, spin cząstki. Przy obrotach układu współrzędnych zmienia się jedynie ustawienie spinu, jego rzut na pewną oś, podczas gdy wartość pozostaje niezmienna. Zupełnie podobny do poprzedniego argument przekonuje nas teraz, że cząstka elementarna złożona z dwóch innych cząstek obdarzonych takim samym spinem musi być opisywana symetryczną albo antysymetryczną ze względu

↑↑

↓↓

↑↓

↓↑

↑↑
↓↓
↑↓ + ↓↑ spin 1

↑↓ − ↓↑ spin 0

↑↑↑
↓↓↓
↑↑↓ + ↑↓↑ + ↓↑↑
↓↓↑ + ↓↑↓ + ↑↓↓ spin $\frac{3}{2}$

↑↑↓ − ↑↓↑
↓↓↑ − ↓↑↓ spin $\frac{1}{2}$

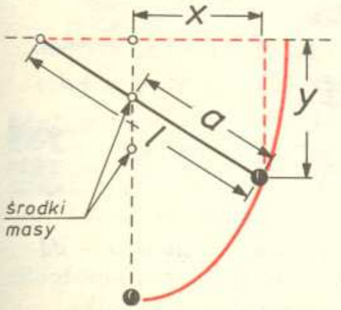
na przestawienie zmiennych spinowych amplitudą falową, przy czym określona symetria amplitudy nie może zmieniać się przy obrotach układu odniesienia i wiąże się z określonym spinem cząstki złożonej.

Kwarki mają spin $\frac{1}{2}$. Rzut spinu na dowolną wyróżnioną przez warunki zewnętrzne oś (na przykład na kierunek zewnętrznego pola magnetycznego, za pomocą którego analizujemy spiny cząstek) przyjmuje jedynie wartości $\pm\frac{1}{2}$ zgodnie z zasadami mechaniki kwantowej. W przypadku pary kwark-antykwark są więc możliwe cztery ustawienia spinów składników (patrz rysunek). Dwie pierwsze sytuacje o rzucie spinu sumarycznego równym ± 1 odpowiadają z definicji symetrycznej (w zmiennych spinowych) amplitudzie falowej.
Z pozostałych dwóch sytuacji o sumarycznym rzucie równym zero możemy utworzyć zarówno kombinację symetryczną, jak i antysymetryczną. Jak wiemy, określona symetria odpowiada określonemu spinowi. Trzy symetryczne ustawienia dają cząstkę złożoną (mezon) o spinie 1 (rzuty ± 1, 0), podczas gdy jedna kombinacja antysymetryczna odpowiada cząstce o spinie 0 (patrz rysunek). Wyciągamy stąd wniosek, że stany podstawowe układu kwark-antykwark to mezony o spinie 0 (zwane pseudoskalarnymi) oraz mezony o spinie 1 (zwane wektorowymi). Pierwsze z nich są opisywane antysymetryczną, a drugie symetryczną zależnością amplitudy falowej od ustawienia spinów kwarków. Podobnie wygląda sytuacja dla układów trzykwarkowych (barionów). Tu jednak amplituda falowa może być na przykład symetryczna dla pary kwarków i antysymetryczna ze względu na rzut spinu kwarku trzeciego (o ile kwark ten jest inny niż dwa pozostałe). Całkowita antysymetria trzech rzutów spinu o dwóch tylko możliwych wartościach $\left(\pm\frac{1}{2}\right)$ nie daje się zrealizować i pozostają dwie tylko możliwości przedstawione obok na rysunkach. W jednej z nich mamy cztery stany $\left(\text{cztery rzuty spinu } \pm\frac{3}{2},\ \pm\frac{1}{2}\right)$ opisywane amplitudą całkowicie symetryczną i przedstawiające cząstkę o spinie 3/2. W drugiej amplituda ma symetrię złożoną (ale określoną, nie mieszaną) i przedstawia dwa możliwe stany $\left(\text{rzuty } \pm\frac{1}{2}\right)$ cząstki o spinie $\frac{1}{2}$. Stany podstawowe układów trzykwarkowych to bariony o spinie $\frac{1}{2}$ oraz $\frac{3}{2}$.
Wyciągamy stąd wniosek, że w zależności od ustawienia spinów kwarków określony skład kwarkowy może odpowiadać różnym hadronom. I tak na przykład układ *uud* to albo proton $\left(\text{spin } \frac{1}{2}\right)$, albo rezonans Δ^+ $\left(\text{spin } \frac{3}{2}\right)$, układ $u\bar{d}$ to albo mezon π^+ (spin 0), albo mezon ϱ^+ (spin 1) itd. Masy tych cząstek są oczywiście różne, gdyż nie ma żadnego powodu, by energia wiązania kwarków nie zależała od wzajemnego ustawienia ich spinów. Zależność masy układu złożonego od ustawienia spinów składników odnosi się jedynie do różnych całkowitych spinów (symetrii) układu. Z niezmienniczości teorii względem obrotów wynika bowiem, że masa cząstki nie zależy od wartości rzutu (ustawienia) jej określonego spinu.
Przejdziemy teraz do symetrii przybliżonych obowiązujących wśród hadronów. Wiążą się one z pewnymi podobieństwami różnych kwarków. Kwarki prócz ustawienia swego spinu mogą się różnić jedynie swymi masami oraz ładunkami elektrycznymi. Obecność różnych ładunków jest odpowiedzialna za różne własności elektromagnetyczne hadronów. Sprawa ta nie ma jednak istotnego znaczenia przy badaniu oddziaływań silnych. Z punktu widzenia tych oddziaływań ładunki kwarków i hadronów są nieważne i o wszystkim decydują różnice w masach kwarków. Załóżmy więc, że oddziaływania silne różnych hadronów różnią się tylko dlatego, że kwarki zawarte w hadronach mają różne masy oraz różne symetrie spinowe.
Wiadomo, że proton (*uud*) oraz neutron (*udd*) mają praktycznie jednakowe masy. Wnioskujemy stąd, że i kwarki *u* oraz *d* niewiele różnią się masami. Różne ładunki powodują, że nie są to cząstki identyczne (mezon $\pi^+ - u\bar{d}$ to wcale nie to samo, co mezon $\pi^- - d\bar{u}$), ale w oddziaływaniach silnych nie ma to większego znaczenia. Oddziaływania silne powinny być więc symetryczne ze względu na wymianę kwarków *u* oraz *d*.

Rozwiązanie zadania F 62.
a) Wahadło (jego koniec) będzie się poruszało po elipsie o równaniu

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{l^2}=1,$$

czyli $l^2x^2+a^2y^2=a^2l^2$,
które łatwo wydedukować z rysunku. Mianowicie, wobec braku tarcia, środek ciężkości wahadła będzie poruszał się pionowo pod wpływem grawitacji. W krańcowym przypadku, gdy środek masy znajdzie się w końcu wahadła, koniec ten opadnie pionowo.



W przypadku b) zadanie sprowadza się do rozważenia poprzedniego przypadku z dodatkowym założeniem, że środek ciężkości znajduje się w środku długości kija. Koniec jego będzie się więc poruszał po elipsie:

$$4x^2+y^2=l^2.$$

Symetria ta nosi ze względów historycznych nazwę niezmienniczości ze względu na obroty w tzw. przestrzeni izotopowej, lub też symetrii SU(2). Terminologia to zawikłana — nie znaczy ona nic innego, jak niezmienniczość ze względu na wspomnianą zamianę kwarków. Zwróćmy tu tylko uwagę, że symetria ta jest w oczywisty sposób naruszona przez oddziaływania elektromagnetyczne hadronów.
Jakie są konsekwencje niezmienniczości izotopowej oddziaływań silnych? Weźmy dwie reakcje rozpraszania: $\pi^+ p \to \pi^+ p$ oraz $\pi^- n \to \pi^- n$. Stan $\pi^+ p$ ($u\bar{d}\ uud$) przechodzi po wymianie $u \rightleftarrows d$ w stan $\pi^- n$ ($d\bar{u}\ udd$). Stąd przekroje czynne obu reakcji powinny być równe. I rzeczywiście są równe, podobnie jak przekroje czynne reakcji $\pi^+ n \to \pi^+ n$ oraz $\pi^- p \to \pi^- p$ i wielu innych.
Symetria izotopowa została sprawdzona dla wielu reakcji. Znacznie bardziej spektakularne są jednak przewidywania odnoszące się do mas hadronów tłumaczące występowanie tzw. multipletów izotopowych. Jeżeli bowiem kwarki u oraz d mają w przybliżeniu takie same masy, to zbliżone masy powinny mieć całe grupy hadronów (zwróćmy uwagę, że masa cząstki równa się masie jej antycząstki), na przykład: mezony π(π^+ — $u\bar{d}$, π^- — $d\bar{u}$ π° — symetryczna kombinacja $d\bar{d}$ oraz $u\bar{u}$), mezony K (K^+ — $u\bar{s}$, K° — $d\bar{s}$, $\bar{K}^\circ$ — $s\bar{d}$, K^- — $s\bar{u}$), rezonanse Δ (Δ^{++} — uuu, Δ^+ — uud, Δ° — udd, Δ^- — ddd), hiperony Σ(Σ^+ — uus, Σ° — uds, Σ^- — dds), hiperony Ξ(Ξ° — uss, Ξ^- — dss). Własność tę możemy zaobserwować w tabeli cząstek elementarnych. Ma ona oczywiście miejsce także dla innych stanów spinowych (np. mezony ϱ, K^*, czy też rezonanse $\Sigma(1385)$) oraz stanów wzbudzonych cząstek. Wszystkie te własności wzięły się po prostu z faktu przybliżonej równości mas kwarków u i d.
Symetria izotopowa SU(2) świetnie zgadza się ze wszystkimi danymi doświadczalnymi. Dosyć natomiast silnie jest naruszona inna ogólniejsza nieco symetria, tzw. symetria unitarna SU(3). Byłaby ona symetrią ścisłą oddziaływań silnych, gdyby również kwark s miał taką samą masę, jak kwarki u i d. Mezon K^+ ($u\bar{s}$) ma jednak masę znacznie większą niż mezon π^+ ($u\bar{d}$) i kwark s musi być wyraźnie cięższy. Ze składu kwarkowego cząstek możemy jednak i w tym przypadku wyciągnąć pewne ciekawe wnioski.
Zwróciliśmy już uwagę na fakt, że oddziaływania silne wszystkich kwarków są takie same, a jedyne obserwowane różnice mają naturę można rzec kinematyczną i biorą się z różnych mas kwarków. Stąd, jeżeli istnieje cząstka, dla której amplituda falowa układu kwarków ma określoną symetrię, to musi też istnieć inna cząstka o tej samej symetrii, ale innym składzie kwarkowym.
Zajmijmy się najpierw barionami. Układy uuu (Δ^{++}), ddd (Δ^-) oraz sss (Ω^-) muszą mieć jak wiemy spiny 3/2 i muszą być opisywane całkowicie symetrycznymi ze względu na przestawienie cząstek amplitudami falowymi. Stąd też muszą istnieć symetryczne kombinacje następujących układów trzykwarkowych o spinie 3/2: uud (Δ^+), udd (Δ°), uus (rezonans Σ^+), uds (rezonans Σ°), dds (rezonans Σ^-), uss (rezonans Ξ°) oraz dss (rezonans Ξ^-). Razem z poprzednimi mamy więc dziesięć barionów o spinie 3/2, tzw. dekuplet barionowy.
Dekuplet ten składa się z kwartetu izospinowego rezonansów Δ, trypletu rezonansów Σ, dubletu rezonansów Ξ i singletu Ω^-. Biorąc pod uwagę, że każdy kolejny multiplet zawiera o jeden kwark s więcej, łatwo wyciągamy wniosek, że różnice mas między sąsiednimi multipletami są takie same:

$$m(\Omega^-)-m(\Xi) = m(\Xi)-m(\Sigma) = m(\Sigma)-m(\Delta),$$

co możemy sprawdzić w tabeli cząstek. Przy wyprowadzaniu tej reguły masowej milcząco korzystaliśmy z faktu, że wszystkie spiny kwarków w dekuplecie mogą być ustawione w tę samą stronę $\left(\text{rzut spinu sumarycznego } \pm\frac{3}{2}\right)$ i dlatego nie odgrywa roli ewentualna zależność energii wiązania od wzajemnego ustawienia spinów (masa cząstki nie zależy od rzutu jej spinu). Nie jest to już prawdą w przypadku tzw. oktetu barionowego, ośmiu barionów o spinach 1/2, i dlatego odpowiednia reguła masowa nie jest tak prosta. Nie będziemy wyprowadzać tej reguły, wymienimy jedynie składniki oktetu barionowego. Nie są one oczywiście opisywane całkowicie symetrycznymi amplitudami falowymi, te bowiem odnoszą się do cząstek dekupletu. Nie ma więc hadronów o spinie 1/2 i składzie uuu, ddd oraz sss. Pozostają nam symetryczno-antysymetryczne kombinacje następujących układów: uud (proton), udd (neutron), uus (hiperon Σ^+), dds (hiperon Σ^-), ssu (hiperon Ξ°), ssd (hiperon Ξ^-) oraz układ złożony z trzech różnych kwarków uds. W sześciu pierwszych cząstkach dwa spośród kwarków są takie same, muszą być opisywane przez symetryczną amplitudę falową i mogą mieć spiny skierowane w tę samą stronę (wtedy trzeci kwark ma spin skierowany w stronę przeciwną). Całkowity spin takiego podukładu dwukwarkowego wynosi jeden. Stąd i układ *uds* może istnieć w dwóch stanach: symetrycznym ze względu na parę *ud* (hiperon Σ° uzupełniający multiplet Σ) oraz symetrycznym ze względu na parę *us* lub *ds* (hiperon Λ). Ostatecznie oktet barionowy składa się z następujących multipletów izospinowych: dubletu nukleonów, singletu Λ, trypletu Σ oraz dubletu Ξ. Z tego, co powiedzieliśmy wyżej, wynika, że wszystkie bariony (również stany wzbudzone układów trzykwarkowych) mogą istnieć jedynie w oktetach i dekupletach i że zawsze odpowiednie reguły masowe są takie same. Fakt ten ma obecnie mocne potwierdzenie doświadczalne.

Dyskusja upraszcza się znacznie w przypadku mezonów. Jedyną komplikację wprowadzają mezony neutralne złożone z par $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ oraz $s\bar{s}$. Układy takie nie niosą bowiem żadnych zachowanych addytywnych liczb kwantowych i mogą swobodnie przechodzić jeden w drugi (np. $u\bar{u} \to d\bar{d}$ lub $u\bar{u} \to s\bar{s}$). Przejścia $u\bar{u} \to d\bar{d}$ pomiędzy stanami o bardzo zbliżonych masach mają jedynie znaczenie przy wypisywaniu jawnej postaci amplitud falowych mezonów (np. π° to $u\bar{u}+d\bar{d}$). Ważniejsze są przejścia $s\bar{s} \to u\bar{u}$ lub $d\bar{d}$, dzięki którym mezon złożony z pary kwarków dziwnych może przechodzić w mezon złożony z par kwarków niedziwnych i na odwrót. Ustala się jakaś równowaga, w której stanami mezonowymi o określonej masie nie są już układy $s\bar{s}$, $u\bar{u}$ czy też $d\bar{d}$, ale pewne ich kombinacje o składzie zależącym od intensywności procesu przejścia $s\bar{s} \to d\bar{d}$ lub $u\bar{u}$. Okazuje się, że dla układów o spinie 1 przejścia te są mało prawdopodobne i dlatego łatwo dyskutuje się własności mezonów wektorowych. W przypadku mezonów pseudoskalarnych o spinie 0 powyższe przejścia są istotne i odpowiednie reguły masowe dosyć złożone. Mezonów tych jest oczywiście dziewięć (3×3): tryplet π ($u\bar{d}$, $d\bar{u}$, $d\bar{d} + u\bar{u}$), dwa dublety K ($u\bar{s}$, $d\bar{s}$ oraz $s\bar{u}$, $s\bar{d}$) oraz dwa singlety η i η' złożone z pewnych kombinacji par $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ oraz ss. Podobnie dziewięć jest mezonów wektorowych (tzw. nonet mezonowy): tryplet ϱ ($u\bar{d}$, $d\bar{u}$, $u\bar{u} + d\bar{d}$), dwa dublety K* ($u\bar{s}$, $d\bar{s}$ oraz $s\bar{u}$, $s\bar{d}$) oraz dwa singlety ω ($u\bar{u} - d\bar{d}$) i φ ($s\bar{s}$). W tym przypadku możemy łatwo wyprowadzić odpowiednie reguły masowe. Po pierwsze, masa ϱ jest oczywiście równa masie ω:

$$m(\varrho) = m(\omega).$$

Po drugie, porównując liczby kwarków dziwnych i niedziwnych w różnych mezonach dochodzimy do wniosku, że podwojona masa mezonu K* ($u\bar{s}$ $u\bar{s}$) powinna być równa sumie mas mezonu φ oraz mezonu ϱ ($s\bar{s}$ $u\bar{d}$):

$$2m(\mathrm{K}^*) = m(\varphi)+m(\varrho).$$

Reguły te zupełnie dobrze zgadzają się dla mas wyznaczonych doświadczalnie. Dodajmy wreszcie, że wszystkie mezony (także stany wzbudzone) muszą mieć również strukturę nonetową. I ten fakt ma mocną podstawę doświadczalną. Zawartość całej tabeli cząstek (oczywiście bez cząstek powabnych) daje się wyjaśnić przez założenie, że wszystkie mezony grupują się w nonetach, a wszystkie bariony w oktetach i dekupletach.

Zbudowaliśmy więc układ „okresowy" hadronów (patrz ostatnia strona okładki), grupując cząstki o tych samych przestrzennych liczbach kwantowych (spin i parzystość, o której nie wspominaliśmy), w nonety, oktety i dekuplety, których składniki spełniają pewne reguły masowe. Dociekliwego Czytelnika prosimy o sprawdzenie pewnej zupełnie nowej symetrii zawartej w tablicy cząstek, a mianowicie:

Hadrony o tych samych niektórych „ładunkowych" liczbach kwantowych (B, S, C) ale różnych spinach (J) i parzystościach (P) grupują się w rodziny $J^P = \frac{1^+}{2}, \frac{3^-}{2}, \frac{5^+}{2}, \ldots; \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \frac{7^+}{2}, \ldots; 1^-, 2^+, 3^-, \ldots; 0^-, 1^+, 2^-, \ldots$. Spin i masa członka jednej rodziny związane są zależnością

$$J = \alpha_0+\alpha' M^2,$$

gdzie wartość α_0 charakteryzuje rodzinę, zaś $\alpha' \simeq 0{,}9\ \mathrm{GeV}^{-2}$ jest stałą w przybliżeniu uniwersalną dla całej tablicy cząstek. Własność powyższa nie wynika już tak prosto z przedstawionej wyżej uproszczonej wersji teorii kwarków. Nie martwmy się jednak. Na dobrą sprawę nikt tego związku nie rozumie do końca.

Rozwiązanie zadania M 186

Wielościan taki o S ścianach ma $K = 6 \cdot \frac{S}{2} = 3 \cdot S$ krawędzi i W wierzchołków, przy czym

$$W \leqslant 6 \cdot \frac{S}{3} = 2 \cdot S.$$

Nie może być zatem wypukły, gdyż

$$K \geqslant S+W,$$

co przeczy wzorowi Eulera. Najprostszy taki niewypukły wielościan jest dziewięciościanem powstałym przez usunięcie z sześcianu graniastosłupa foremnego trójkątnego o osi pokrywającej się z przekątną sześcianu.