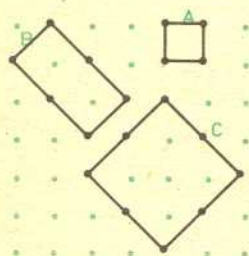
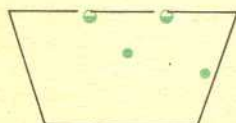


Rys. 1



Rys. 2. Wielokąt *A* ma pole 1; 4 punkty kratowe leżą na jego brzegu; 0 wewnątrz. Wielokąt *B* ma pole 4, 6 brzegowych punktów kratowych i 2 wewnętrzne. Dla wielokąta *C* mamy zaś...

Rys. 3. To jest punkt



Rys. 4

Liczmy kropki

Czy pamiętacie zadanie z poprzedniej Małej Delty? Polegało ono na obliczaniu pól kwadratów, ukośnie położonych na kwadratowej siatce (np. kratkach zeszytu). A może spróbujemy obliczyć takie pole trochę inaczej? Policzymy, ile węzłów naszej kratki mieści się w takim kwadracie a potem postaramy się wymyślić, jak z tego obliczyć interesujące nas pole.



Zgromadźmy dane doświadczalne (rys. 2). Spójrzmy na nasze punkty tak, jak one na to zasługują. Każdy punkt to kropka... Tylko nie poprawiajcie mnie, że punkt nie ma wymiarów. Ja wiem, że on nie ma, ale jak narysuję go, to już ma (rys. 3). Zatem punkt na brzegu naszego wielokąta jest wart dwa razy mniej, bo połowicznie wystaje poza nasz wielokąt (rys. 4).



Możemy więc tu zaproponować wzór na pole wielokąta, którego wierzchołki leżą w punktach kratowych:

$$S = w + \frac{b}{2} - 1,$$

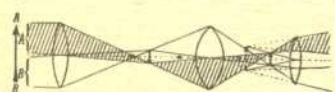
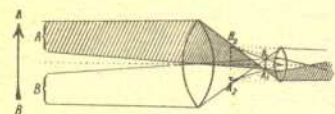
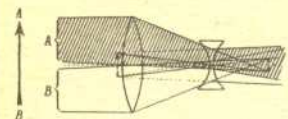
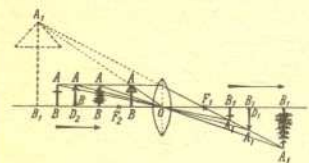
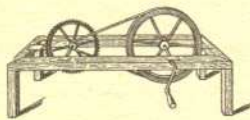
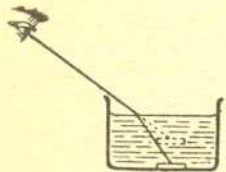
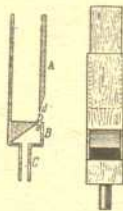
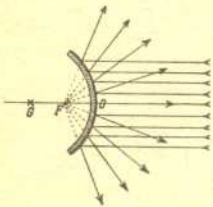
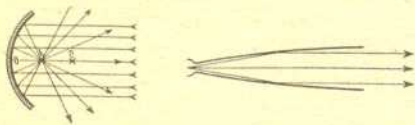
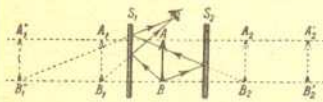
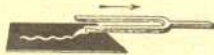
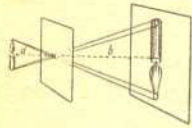
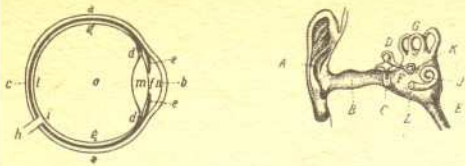
(*S* oznacza pole, *w* — liczbę wierzchołków kraty leżących wewnątrz, zaś *b* — na brzegu wielokąta). A skąd wzięta się liczba — 1 w naszym wzorze? Mniej więcej stąd, skąd bierze się zysk (albo strata) dnia przy podróży naokoło Ziemi.

To jak teraz obliczyć pole kwadratu z rysunku 1?



Matematyk — purysta skrzywi się tu z pogardą i powie: w przedstawionym dowodzie nie ma ani krzty sensu. Bardziej praktycznie nastawiony wykrzyknie z zachwytem: chyba odkryliśmy bardzo ciekawy i dobry sposób obliczania pól wielokątów: a jeśli ma jeszcze trochę żyłki sportowej, to postara się znaleźć poprawny dowód. Twierdzenie nasze odkrył w 1899 roku George Pick. Ciekawe, że dla wielościanów o wierzchołkach w punktach kratowych nie ma wzoru wyrażającego jego objętość w zależności od liczby punktów położonych wewnątrz niego oraz na jego ścianach i krawędziach.

Światło i dźwięk



Światło i dźwięk są zjawiskami fizycznymi pospolicie występującymi w naturze. Z ich pomocą poznajemy cały otaczający nas świat. Jesteśmy stale narażeni na działanie bodźców dźwiękowych i świetlnych. Spowszedniały nam i przez to zdają się mniej interesujące niż niedostępne naszym zmysłom zjawiska np. w świecie atomów czy też gwiazd. A jednak to właśnie ich zrozumienie pomoże otworzyć nam drogę do fizyki współczesnej.

Być może dziwicie się dlaczego chcemy zajmować się światłem i dźwiękiem równocześnie, choć zjawiska te wydają się być zupełnie różne. Spróbujmy zastanowić się jakie wspólne cechy posiadają światło i dźwięk i czym się różnią. Jakie prawa rządzą nimi w widzialnym dla nas i słyszalnym przez nas świecie. Może się przy tym okazać, jak to niejednokrotnie bywa w fizyce, że trudniej dostrzegalne podobieństwa są ważniejsze niż oczywiste różnice między zjawiskami. Zobaczmy! Proponujemy wam doświadczenia i obserwacje, których dokonąć można bez skomplikowanej aparatury. Natura wyposażyła nas bowiem w znakomite urządzenia do wykrywania światła i dźwięku; są nimi nasze oczy i uszy.

Oko i ucho są odbiornikami dla światła i dźwięku. Zanim światło czy dźwięk dotrą do odbiorników muszą powstać w źródłach i przebyć drogę dzielącą źródło od odbiornika. Dla obydwu zjawisk źródła są na ogół różne, tak jak różne są ich odbiorniki. Wszyscy znamy jednak przykłady zjawisk, w których jednocześnie pojawiają się błysk i huk. Zarówno światło jak i dźwięk rozchodzą się od miejsca swego powstania po liniach prostych, o ile nie napotkają na swej drodze przeszkody, lub o ile własności ośrodka, w którym się poruszają (np. woda, powietrze, szkło) nie ulegają zmianie. Wszyscy wiemy, że napotykając przeszkodę światło i dźwięk zachowują się podobnie: ulegają odbiciu i zostają częściowo pochłonięte. Wymieniliśmy tu ośrodki, w których mogą rozchodzić się zarówno światło jak i dźwięk, wiemy jednak, że dźwięk rozchodzi się w większości materiałów nieprzezroczystych np. w metalach, a światło porusza się w próżni. Pozwala nam to widzieć gwiazdy i planety.

Tu dochodzimy do jednej z podstawowych różnic między dwoma zjawiskami. Dźwięk nie może rozchodzić się w próżni, do jego przenoszenia potrzebny jest ośrodek materialny.

Zajmijmy się teraz rozchodzeniem się światła i dźwięku wokół nas, w powietrzu. Wiemy zapewne, że prędkość światła w powietrzu jest prawie milion razy większa od prędkości dźwięku (300 000 km/s światło, 340 m/s dźwięk). Dźwięk potrzebuje około 3 s żeby przebyć 1 km, stąd popularny sposób mierzenia odległości od miejsca uderzenia piorunu. Od chwili zobaczenia błysku liczymy ilość sekund do usłyszenia huku. Odległość w kilometrach otrzymujemy dzieląc liczbę sekund przez 3. Prędkość światła jest tak ogromna, że we wszystkich obserwacjach wydaje się nam ono pojawiać bez żadnych opóźnień. Można jednak odbijając je od szybko wirujących luster zmierzyć jego prędkość. Doświadczenie takie wykonano przeszło sto lat temu i otrzymano prędkość światła równą 299 800 km/s.

Powiedzieliśmy, że światło i dźwięk rozchodzą się po liniach prostych. Ale, powiecie, dźwięki dobrze słychać z innego pokoju przez małą szparę w drzwiach nawet kiedy siedzimy zupełnie z boku. To prawda. Sprawdźcie jaka jest różnica w słyszalności muzyki z sąsiedniego pokoju przy drzwiach zamkniętych i ledwo uchylonych, a jak niewielki jest wzrost natężenia dźwięku po całkowitym otwarciu drzwi. Dźwięk jak gdyby „zaginał się” od szpary we wszystkie strony. Wyobraźcie sobie, że taki sam efekt można zaobserwować i dla światła, choć nie tak łatwo. Wyszukajcie wieczorem lampę, najlepiej pojedynczą żarówkę, w odległości około 1 km od was. Popatrzcie na nią przez szparę między opuszkami palców, trzymając je kilka cm od oka. A teraz powoli zmniejszajcie odległość między palcami. Zobaczycie w pewnym momencie, że obraz lampy ulega rozmyciu. To rozmycie to właśnie ugięcie się promieni światła na krawędziach waszych palców. A może dostrzegacie coś jeszcze patrząc przez szczelinę między palcami, jakieś ciemne przerwy na tle rozmazanego obrazu. Można to doświadczenie ulepszyć używając dwóch gładkich ostrych krawędzi.