

$$a \dot{\circ} b \leftrightarrow a \in \mathcal{A} \wedge \mathcal{B} \vee \mathcal{B}(a \in \mathcal{A} \wedge \mathcal{B} \wedge \mathcal{A} \wedge \mathcal{B} \neq a)$$

Dowolne dwa punkty  $a, b$  wyznaczają kulę, w której leżą na końcach średnicy:

$$a \cdot \dot{\circ} \cdot b = \mathcal{C} \leftrightarrow a, b \dot{\circ} \mathcal{C} \wedge \sim [\vee \mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{K} (a \in \mathcal{A} \wedge b \in \mathcal{B} \wedge \mathcal{A} \cap \mathcal{B} \cap \mathcal{C} \subseteq \mathcal{A} \wedge \mathcal{K} \subseteq \mathcal{A} \wedge \mathcal{K} \subseteq \mathcal{B})]$$

Wreszcie możemy zdefiniować relację kąta prostego dla punktów:

$$\perp (abc) \leftrightarrow b \dot{\circ} (a \cdot \dot{\circ} \cdot c)$$

Zatem układ pojęć pierwotnych zaproponowany przez Jaśkowskiego jest równoważny układowi Hilberta.

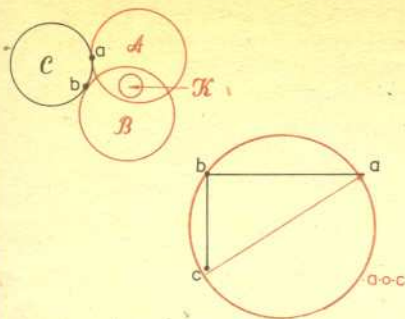
Z układem Tarskiego jest nieco trudniej. Zauważmy jednak, że część wspólna zstępującego (nieskończonego) ciągu kul otwartych jest zawsze kulą domkniętą. Mówi się wówczas, że ów ciąg jest zbieżny do kuli domkniętej. Niech  $\{\mathcal{A}_n\}$  będzie zbieżny do  $\mathcal{A}$  i  $\{\mathcal{B}_n\}$  — do  $\mathcal{B}$ .

Wówczas

$$\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B} \leftrightarrow \bigwedge n \vee m (\mathcal{A}_n \subseteq \mathcal{B}_m)$$

W takiej sytuacji będziemy pisać  $\{\mathcal{A}_n\} \subseteq \{\mathcal{B}_n\}$ . Dwie kule, które się nawzajem zawierają, muszą być równe, zatem trzeba przyjąć, że jeśli  $\{\mathcal{A}_n\} \subseteq \{\mathcal{B}_n\} \subseteq \{\mathcal{A}_n\}$ , to oba ciągi są zbieżne do tej samej kuli. Możemy więc przyjąć, że kulą domkniętą jest klasa ciągów zstępujących kul otwartych zbieżnych do tej samej kuli. W rezultacie zdefiniowaliśmy w układzie Tarskiego pojęcie układu Jaśkowskiego. Ponieważ zdefiniowanie kuli otwartej w układzie Hilberta nie przedstawia trudności, więc można uznać, że również i system geometrii brył jest równoważny układowi Hilberta.

Na zakończenie zauważmy ciekawą własność systemu geometrii brył: umożliwia ona traktowanie geometrii jako teorii pewnych porządków częściowych. Nic w tym zresztą dziwnego; nie tylko geometria, ale cała matematyka jest porządkiem (częściowym).



Ważnym problemem w badaniu rzeczywistości jest pytanie, jak ją opisać. Chodzi tu, wbrew pozorom o dwie zupełnie różne sprawy. Po pierwsze musimy wybrać, jaki aspekt realnego świata będziemy poznawali — tu dokonuje się podział na dyscypliny naukowe. Jest jednak jeszcze i drugie pytanie — w jakim języku. Ludzie badający nasze dokonania i możliwości w tym zakresie uprawiają, jak przyjęto mówić, podstawy danej dyscypliny. Warto więc zwrócić uwagę na fakt, że dla autora poniższego artykułu proste, punkty, kąty, odcinki itp. to jednoznaczne, realne obiekty. A jeśli definiuje jedno z nich za pomocą drugich, to dlatego, że bada problem w jakich językach dyscyplinę, której podstawy uprawia — geometrię — można opisać w sposób pełny. Definiując nie krąży bytów, a nazywa w różnych językach stwierdzając tym samym ich przydatność do uprawiania geometrii.

## Patrz w niebo



Wśród górujących na październikowym niebie gwiazdozbiorów łatwo jest zauważyć charakterystyczną konstelację Kasjopei, tworzącą nieco skrzywioną literę W. W najbliższych dniach, 7 listopada minie rocznica zjawiska, które miało duży wpływ na rozwój astronomii nie tylko XVI i XVII w. Tego dnia 1572 roku W. Shuler zauważył w gwiazdozbiórze Kasjopei „nową gwiazdę”, która potem okazała się najjaśniejszą supernową od 500 lat. W ciągu następnych kilku dni była ona obserwowana przez wielu znanych astronomów tamtych lat. Wiele czasu poświęcił jej Tycho de Brahe, pisał on o „nowej gwiazdzie” mniej więcej w tych słowach:

„Jedenastego dnia listopada po zachodzie Słońca... podziwiałem gwiazdy na bezchmurnym niebie ... zauważyłem, że nowa, niezwykła gwiazda przewyższająca pozostałe swoją jasnością, świeci prawie dokładnie nad moją głową; a ponieważ znałem od dzieciństwa dokładnie wszystkie gwiazdy na niebie, było dla mnie oczywiste, że w tym miejscu żadna, nawet najmniejsza gwiazda nigdy nie świeciła, nie mówiąc już o tak wyraźnej i jasnej jak ta. Byłem tak zdziwiony tym widokiem, że przez chwilę wątpiełem w wiarygodność moich oczu. Kiedy stwierdziłem, że inni, po wskazaniu im miejsca, również widzieli tam gwiazdę, nie miałem dalszych wątpiwości. Był to prawdziwy cud, jakiego nikt nigdy nie widział od początku świata”.

W uznaniu dużego wkładu pracy w wyznaczeniu jasności i dokładnego położenia gwiazdy (z dokładnością do 30'' bez lunety, którą wynaleziono kilkadziesiąt lat później) nazywa się ją często gwiazdą Tychona (lub *B Cassiopeia*).

Przez dwa tygodnie gwiazda przewyższała jasnością wszystkie gwiazdy na niebie i była widoczna nawet w ciągu dnia. W końcu listopada zaczęła słabnąć i zmieniać kolor. Na początku biała, zaczęła żółknąć, a w końcu, coraz bardziej pomarańczowa a potem czerwona, znikła z zasięgu wzroku w marcu 1574 r. Dzięki badaniom radiowym przeprowadzonym w latach sześćdziesiątych naszego wieku udało się odnaleźć pozostałość po potężnym wybuchu, jaki wstrząsnął gwiazdą 400 lat temu. Pozostała ciemna mgławica emitująca fale radiowe, rozszerzająca się w przestrzeń z ogromną, nawet na warunki kosmiczne, prędkością 9000 km/s.

Dzisiaj coraz lepiej rozumiemy, co jest przyczyną tak silnych eksplozji, mogących rozerwać całą gwiazdę. Mimo, że wiele szczegółów jest ciągle niejasnych i numeryczne modele często „nie chcą wybuchać”, ogólny obraz jest coraz jaśniejszy — napiszemy o nim w jednym z najbliższych numerów.

Mgr Tomasz CHLEBOWSKI