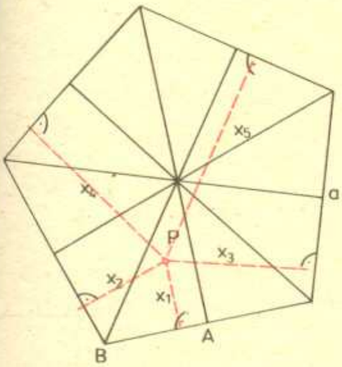
Rozwiązanie zadania M 295. Prowadząc proste łączące środek pięciokąta z jego wierzchołkami podzielimy pięciokąt na 10 trójkątów prostokątnych. Ze względu na symetrię naszej figury wystarczy rozpatrywać punkt P położony w jednym z tych trójkątów.



Korzystając teraz z tego, że z odległości punktu A od prostych p_1, p_2 mniejsza jest odległość od prostej leżącej po tej samej stronie dwusiecznej kąta pomiędzy p_1 i p_2 co i A, zauważymy, że numeracja odległości x_1, x_2, x_3, x_4 i x_5 jest taka, jak na rysunku. Łatwo teraz zauważyć, że x_3 przyjmuje wartość najmniejszą $(a \cos 18^\circ)/2$, gdy P jest środkiem boku pięciokąta, a największą $a \cos 18^\circ$ — gdy jest jednym z wierzchołków.

Nocne niebo

Równomiernie pokryte galaktykami niebo z rysunku 4 przypomniało nam paradoks sformułowany 150 lat temu przez Olbersa: gdyby Wszechświat był jednorodny, nieskończony i niezmienny (według Olbersa są to naturalne założenia), to patrząc w dowolnym kierunku zawsze napotkalibyśmy jakąś gwiazdę, a więc całe niebo byłoby tak jasne jak tarcza słoneczna. Widać stąd, że czerń nocnego nieba, do której jesteśmy tak przyzwyczajeni, ma związek z budową całego Wszechświata i, że przynajmniej jedno z założeń Olbersa trzeba odrzucić. Dzisiaj wiemy już które. Wszechświat nie jest niezmienny — rozszerza się.

Zaniedbajmy na razie jego ewolucję i załóżmy, że gęstość galaktyk (n) i średnia moc emitowana przez każdą z nich (L) nie zmieniają się w czasie. Spróbujmy oszacować energię promieniowania padającego na jednostkę powierzchni Ziemi w jednostce czasu. W powłoce kulistej o promieniu r i grubości Δr jest $n 4\pi r^2 \Delta r$ galaktyk, a strumień energii od każdej z nich wynosi $\frac{L}{4\pi r^2}$. Tak więc, strumień pochodzący od wszystkich galaktyk z tej powłoki nie zależy od jej promienia. Jeżeli Wszechświat jest nieskończony, to suma energii od powłok o różnych promieniach jest nieskończona. Uwzględnienie wzajemnego przesłaniania się galaktyk da oczywiście strumień skończony, ale ciągle jeszcze o wiele większy od obserwowanego.

W rozszerzającym się Wszechświecie energia fotonów maleje, podobnie jak maleje temperatura rozprężającego się adiabatycznie gazu. Poza tym, ponieważ liczba fotonów nie zmienia się, maleje także ich gęstość. Oba te efekty powodują zmniejszenie strumienia energii docierającej do Ziemi.

Oszacujmy je.

W wyniku zjawiska Dopplera energia fotonów padających na Ziemię jest $k = 1 + v/c$ razy mniejsza, niż ich energia w układzie związanym z oddalającą się galaktyką. Jeżeli prędkość galaktyki jest w przybliżeniu stała, to w czasie, jaki upływa między emisją fotonu i jego dojściem do Ziemi, Wszechświat zwiększa swe rozmiary również k razy, czyli gęstość maleje w tym czasie k^3 razy.

Tak więc, rozszerzanie się Wszechświata powoduje zmniejszenie strumienia energii docierającej do Ziemi k^4 razy. Ponieważ jednak zgodnie z prawem Hubble'a $v = Hr$, oznacza to, że strumień energii od poszczególnych powłok nie jest stały, a maleje jak czwarta potęga odległości. Poza tym docierające do Ziemi promieniowanie pochodzi teraz z fragmentu Wszechświata o promieniu równym co najwyżej c/H, bo z obszarów bardziej oddalonych światło nie zdążyło jeszcze do nas dotrzeć od chwili ,,wielkiego wybuchu''.

Jak się okazuje, wyznaczony tak strumień energii jest teraz zbyt mały. Łatwo zrozumieć dlaczego. Przecież, dzięki skończonej prędkości światła, obserwując to, co jest *daleko*, widzimy jak Wszechświat wyglądał *dawno*. Kiedyś gęstość galaktyk była większa niż obecnie, a więc jest ona większa daleko niż blisko. Powoduje to zwiększenie strumienia energii obserwowanego na Ziemi. Sięgając coraz dalej od Ziemi, czyli cofając się coraz bardziej w czasie, dochodzimy w końcu do momentu, kiedy nie było jeszcze galaktyk. Jednak ten okres ma już niewielki wpływ na wygląd nocnego nieba.

Jaki wpływ ma na te rozważania geometria Wszechświata jako całości?

Jeżeli Wszechświat jest jednorodny to powierzchnia kuli o promieniu r jest w nim równa $4\pi r^2 f(r)$, gdzie $f(r)$ jest, niezależnie od tego gdzie znajduje się środek kuli, zawsze tą samą funkcją zależną tylko od krzywizny. Strumień energii w środku kuli jest wtedy równy $\frac{L}{4\pi r^2 f(r)}$.

Końcowy wynik pozostanie więc bez zmian.

M. J.

Zadania, których nie umiemy rozwiązać

Ponieważ od czasu do czasu udaje nam się rozwiązać jakieś zadanie, dzisiaj prezentujemy dwa zadania. Z jednym sobie poradziliśmy, z drugim, jak dotąd, nie, choć są łudząco podobne. Niestety, tylko łudząco.

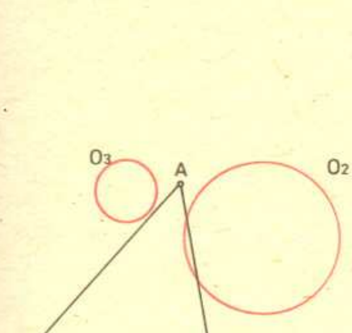
W obydwu zadaniach dane są trzy okręgi i trójkąt. W obydwu zadaniach należy skonstruować, o ile to możliwe, trójkąt przystający do danego, tak aby:

— w pierwszym przypadku — jego boki były styczne do danych okręgów (rys. 1),

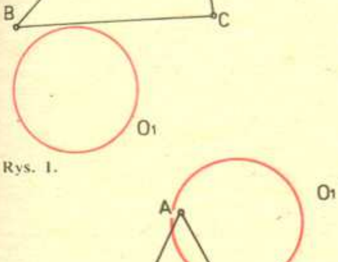
— w drugim przypadku — jego wierzchołki należały do danych okręgów (rys. 2).

Rozwiązanie jednego z tych zadań zamieszczamy w numerze. Nie piszemy tu którego, bo może ktoś będzie chciał się do tych zadań ,,przymierzyć'' nie sugerując się informacją, które zadanie my umiemy rozwiązać.

Proof i Yasio



Rys. 1.



Rys. 2.