



Odbicie Macha

Dr Zbigniew WALENTA

Czytelnik bez trudu wyprowadzi zależność wynikającą z zasady zachowania masy (rys. 2)

$$\rho_1 v_1 = \rho_0 v_0,$$

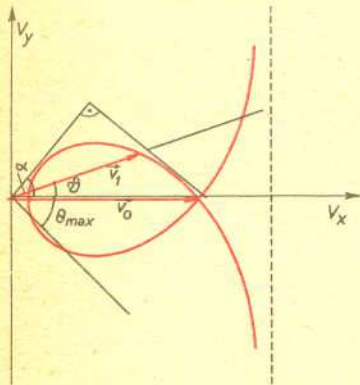
gdzie v_0 (v_1) jest składową prędkości przepływu prostopadłą do powierzchni nieciągłości przed (za) falą uderzeniową. Nietrudno również wyprowadzić równanie będące konsekwencją drugiej zasady dynamiki. Zmiana pędu wybranego elementu gazu przy przejściu przez nieciągłość jest równa popędowi siły (różnica ciśnień po obu stronach nieciągłości) działającej na ten element

$$\rho_1 v_1^2 + p_1 = \rho_0 v_0^2 + p_0.$$

Porównując pracę wspomnianej siły, zmianę energii wewnętrznej gazu związaną ze skokiem jego parametrów oraz zmianę energii kinetycznej otrzymujemy

$$\frac{v_1^2 + u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} + \epsilon_1 = \frac{v_0^2 + u_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho_0} + \epsilon_0,$$

gdzie $\epsilon(p, \rho)$ jest energią wewnętrzną na jednostkę masy, a u składową prędkości przepływu równoległą do powierzchni nieciągłości (z zasady zachowania pędu wynika, że $u_0 = u_1$). Znajdź parametry przed falą z równań tych można wyliczyć odpowiednie parametry za nią. Rozwiązania dla prędkości przepływu przedstawia się zwykle w układzie współrzędnych prostokątnych (v_x, v_y), którego oś v_x jest równoległa do kierunku przepływu przed falą. W zależności od kąta α skośnej fali uderzeniowej otrzymujemy różne prędkości przepływu za falą. Dla płaskiego przepływu gazu nielepkiego prędkości te układają się na krzywej w kształcie liścia Kartezjusza.



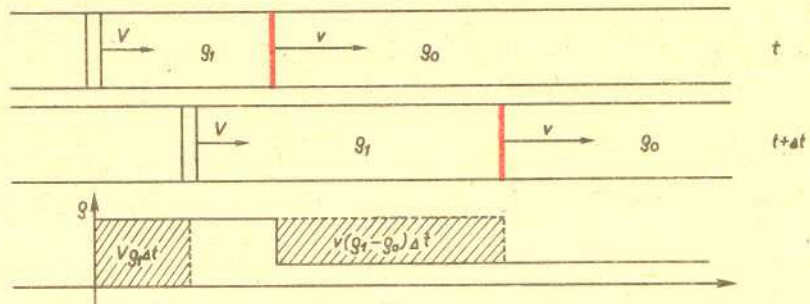
Nietrudne jest uzasadnienie konstrukcji kąta fali uderzeniowej α dla danego kąta odchylenia przepływu. Jak widać, dla zadanej prędkości przed falą kąt odchylenia przepływu nie może przekroczyć wartości θ_{max} .

Dla kątów mniejszych możliwe są dwa rozwiązania (trzęcie odrzucamy, bo odpowiada mu spadek entropii). Doświadczenie wykazuje, że realizuje się na ogół rozwiązanie v_1 , odpowiadające słabszej fali odbitej.

Ruch ciał w gazie z prędkością naddźwiękową oraz silne eksplozje powodują powstanie fal uderzeniowych. Mechanizm narastania i spiętrzania się fali, aż do utworzenia ostrego skoku parametrów gazu (gęstości, ciśnienia, temperatury etc.) opisany był w *Delcie* 10/1981. Skok taki nie jest nieciągłością w sensie matematycznym (czynnikiem wygładzającym są efekty dysypacyjne — lepkość, przewodnictwo cieplne i dyfuzja), ale ponieważ następuje na odległościach rzędu średniej drogi swobodnej cząsteczek gazu, może być w większości zagadnień przez taką nieciągłość przybliżony.

W artykule tym przedstawimy niektóre zjawiska towarzyszące oddziaływaniu fali uderzeniowej z przeszkodami.

W warunkach laboratoryjnych fale uderzeniowe generuje się np. w długiej, wypełnionej gazem rurze z szybko poruszającym się tłokiem (rys. 1). Rolę tłoka może spełniać rozprężający się tzw. gaz napędzający, sprężony na początku doświadczenia w jednym końcu rury.



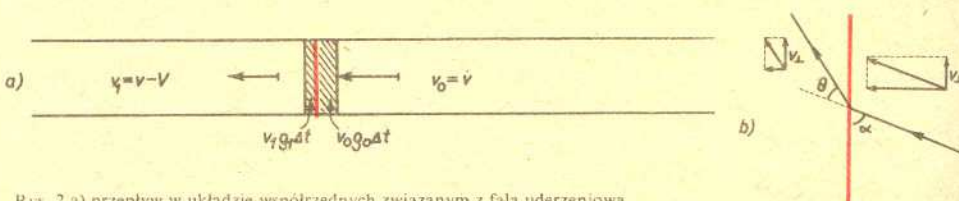
Rys. 1 Z zasady zachowania masy wynika związek między gęstościami przed i za skokiem ciśnienia (kolorowa kreska na rysunku) oraz prędkościami tłoka (V) i nieciągłości (v):

$$\rho_1 (v - V) = \rho_0 v,$$

gdzie gęstość $\rho_1 > \rho_0$.

Nieciągłość parametrów gazu nie powstaje od razu. Początkowo, przy rozpędzaniu tłoka, granica między gazem jeszcze spoczywającym a już poruszającym się z prędkością tłoka jest rozmyta. Z biegiem czasu granica ta staje się jednak coraz ostrzejsza, doganiają ją bowiem zaburzenia od przyspieszającego tłoka. Nieciągłość, kiedy już powstanie, jest niezwykle stabilna. Jej prędkość jest większa niż prędkość dźwięku (tj. prędkość, z którą rozchodzą się małe zaburzenia) w nieruchomym gazie przed nią. Żadne zaburzenie ze strony tłoka nie może więc nieciągłości wyprzedzić i jej wygładzić. Jednocześnie prędkość tych zaburzeń w zgeszczonym i nagrzanym gazie jest tak duża, iż doganiają one nieciągłość i powodują wzrost jej natężenia.

Dokładną analizę zmiany parametrów ośrodka przy przejściu fali uderzeniowej prowadzi się zwykle w inercjalnym układzie współrzędnych, w którym fala spoczywa (rys. 2). Strumień gazu o prędkości naddźwiękowej dopływa teraz do powierzchni nieciągłości, gdzie następuje skokowa zmiana jego prędkości, ciśnienia, temperatury, gęstości itd. Wartość skoku wyznacza się wykorzystując warunki zgodności wynikające z zasad zachowania (masy, pędu i energii) oraz równanie stanu gazu.

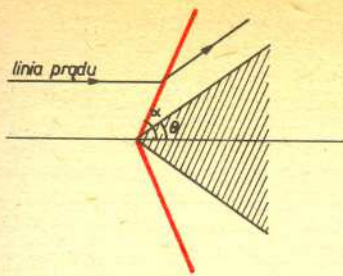


Rys. 2 a) przepływ w układzie współrzędnych związanym z falą uderzeniową, b) przepływ w układzie poruszającym się dodatkowo wzdłuż fali uderzeniowej.

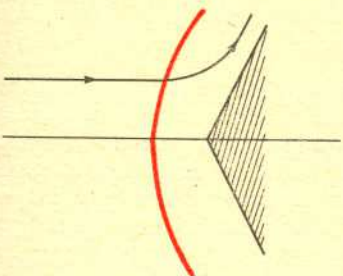
Falę uderzeniową spoczywającą w układzie laboratoryjnym uzyskuje się w tunelach aerodynamicznych, gdzie badane ciała opływane są przez poruszający się ze stałą prędkością gaz. Na rysunku 3 pokazana jest skośna fala uderzeniowa powstająca przy oddziaływaniu naddźwiękowego przepływu z klinem. W odróżnieniu od poprzednio omawianej fali prostopadłej w fali skośnej przepływ nie jest prostopadły do powierzchni nieciągłości.

Wróćmy jeszcze do prostopadłej fali uderzeniowej z rysunku 2 i wyobraźmy sobie, że obserwatorowi związanemu z falą nadano stałą prędkość równoległą do płaszczyzny fali (rys. 2b). W takim układzie współrzędnych przepływ załamuje się na fali uderzeniowej.

Wykorzystując warunki zgodności można określić kąt α , który tworzy fala uderzeniowa powstająca na klinie z osią klina. Wystarczy zauważyć, że przepływ po załamaniu się na nieciągłości musi być równoległy do powierzchni bocznej klina. Tylko wtedy możliwy jest dalszy ruch gazu bez zaburzeń.

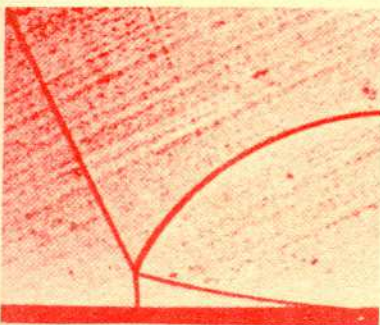


Rys. 3 Fala uderzeniowa (skośna) powstająca przy naddźwiękowym ruchu klina



Rys. 4 Odsunięta fala uderzeniowa dla $\theta > \theta_{gr}$

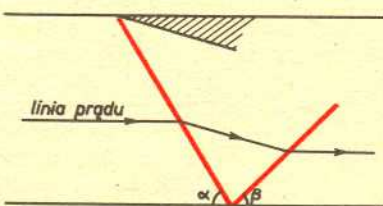
Odsuniętą falę uderzeniową zaobserwować można wykorzystując fakt, że równania opisujące przepływ płytkiej wody z powierzchnią swobodną są takie same, jak równania płaskiego przepływu gazu doskonałego. W analogii tej grubość warstwy wody odpowiada gęstości gazu, a prędkość rozchodzenia się fal powierzchniowych — prędkości dźwięku w gazie. W praktyce wiele własności fal uderzeniowych można sprawdzić bez tunelu aerodynamicznego ciągnąc model po płytce wodzie.



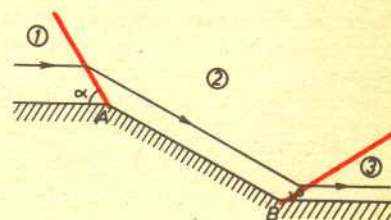
Okazuje się, że fala uderzeniowa o tej własności nie zawsze istnieje. Żadna skośna fala uderzeniowa nie może bowiem odchylić przepływu o kąt większy niż pewien kąt graniczny zależny od własności gazu i prędkości przepływu. Dla $\theta > \theta_{gr}$ gaz zmienia swe parametry już w pewnej odległości przed ostrzem klina i powstaje tzw. odsunięta fala uderzeniowa o zakrzywionej powierzchni nieciągłości (rys. 4). Podobne fale powstają przy naddźwiękowym ruchu samolotu o tępym dziobie (duży kąt rozwarcia klina).

Jest rzeczą ciekawą, że o ile za falą prostopadłą prędkość gazu jest zawsze poddźwiękowa, o tyle za falą skośną prędkość może być w zależności od warunków bądź poddźwiękowa, bądź naddźwiękowa. Zatem występowanie dwóch stacjonarnych, prostopadłych fal uderzeniowych w tym samym strumieniu gazu, niedaleko jedna za drugą, nie jest możliwe (prędkość przed falą musi być naddźwiękowa), natomiast możliwe jest, by tuż za skośną falą uderzeniową powstała druga. W szczególności możliwe jest odbicie skośnej fali uderzeniowej od płaskiej ścianki. Odbicie takie można badać np. w następującym doświadczeniu. W tunelu aerodynamicznym za pomocą klina przy jednej ze ścianek wytwarzamy skośną falę uderzeniową (rys. 5). Przepływ po załamaniu na tej fali nie jest równoległy do przeciwległej ścianki i musi pojawić się druga nieciągłość (fala odbita) odchylająca przepływ do pierwotnego kierunku.

Odbicie fali uderzeniowej można też sprowadzić do opisanego wyżej oddziaływania przepływu naddźwiękowego z klinem. Wyobraźmy sobie, że za padającą w punkcie *A* falą (rys. 6) załamaliśmy ściankę tak, aby była równoległa do przepływu, a w punkcie *B* z powrotem wyprostowaliśmy. Jeżeli przepływ w obszarze (2) jest naddźwiękowy, powstanie druga fala uderzeniowa zmieniająca jego kierunek. Zbliżając punkty *A* i *B* otrzymamy odbicie z rysunku 5.

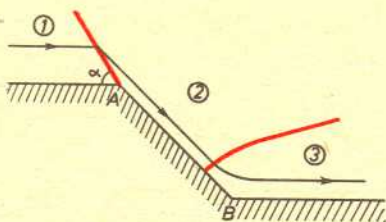


Rys. 5 Odbicie regularne fali uderzeniowej w tunelu aerodynamicznym

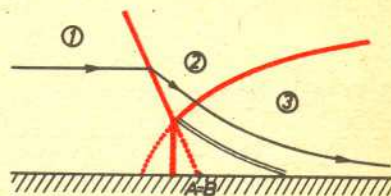


Rys. 6 Rozsuniecie punktu padania i punktu odbicia przez odpowiednie ukształtowanie ścianki

Rozważmy teraz sytuację, gdy w punkcie *B* powstaje odsunięta fala uderzeniowa (rys. 7). Zsuniecie punktów *A* i *B* daje teraz absurdalny wynik — fala odbita wyprzedza falę padającą (linia przerywana na rysunku 8). W rzeczywistości poniżej punktu przecięcia fale zlewają się w jedną o odpowiednio większym natężeniu, zwaną falą Macha. Obraz komplikuje dodatkowo fakt istnienia jeszcze jednej powierzchni nieciągłości (podwójna linia na rysunku 8). Ciśnienia po obu jej stronach są jednakowe, natomiast prędkość przepływu, temperatura, gęstość przyjmują różne wartości.



Rys. 7 Przed punktem *B* powstaje fala odsunięta.



Rys. 8 Odbicie nieregularne fali uderzeniowej

Odbicie tego typu, tzw. odbicie nieregularne, jest znane od przeszło stu lat, do dziś jednak nie zostało do końca zbadane. Nie ma w szczególności pełnej zgody co do kryteriów przechodzenia od odbicia regularnego do nieregularnego, istnieje bowiem zakres parametrów, w którym oba rodzaje odbicia są możliwe.

Na zakończenie proponujemy Czytelnikom jako przykład praktycznych zastosowań powyższych rozwiązań rozwiązanie następującego problemu: Z kanału o płaskich, równoległych ściankach wypływa strumień gazu z prędkością naddźwiękową. Jakie zjawiska wystąpią w tym strumieniu, gdy ciśnienie za wylotem kanału (w obszarze, do którego strumień wpada) będzie wyższe niż ciśnienie w samym strumieniu? (Należy zauważyć, że inne są sytuacje, gdy ciśnienia różnią się nieznacznie oraz gdy różnią się w sposób istotny).

Rozwiązanie problemu w numerze.

Rozwiązanie zadania M1 339.

Rozpatrując *n*-kąt foremny $B_1 \dots B_n$ zawierający nasz *n*-kąt $A_1 \dots A_n$ i taki, że $B_1 B_{i+1} \parallel A_i A_{i+1}$ zauważymy, że odległość *A* od prostej $A_i A_{i+1}$ jest równa odległości *A* od prostej $B_i B_{i+1}$ zmniejszonej o odległość prostych $A_i A_{i+1}$ i $B_i B_{i+1}$. Ponieważ suma odległości *A* od prostych $B_i B_{i+1}$ jest stała (patrz zadanie poprzednie), więc stała jest również suma odległości *A* od prostych $A_i A_{i+1}$, c.b.d.o.