Warunki stacjonarne ustalą się, gdy $F_y = 0$, a więc gdy $E_y = -vB$. Stąd pamiętając, że $E_y = -V_y/L_y$, otrzymujemy

$$R_{xy} = \frac{V_y}{I_x} = \frac{BL_xL_y}{eN}. \tag{1}$$

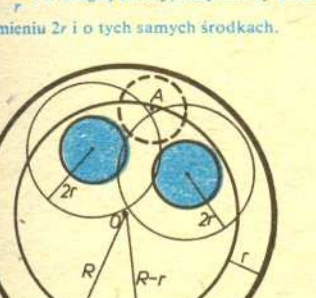
Równanie to stanowi istotę klasycznego efektu Halla. Jest ono spełnione zarówno w przypadku, gdy elektrony znajdują się w całej objętości próbki, jak również gdy występują w cienkiej ($d \approx 10^{-8}$m) warstwie przy międzypowierzchni.

Jak powyższy klasyczny obraz modyfikuje mechanika kwantowa? Lew Landau wykazał w 1930 r., że pole magnetyczne „kwantuje" ruch elektronów w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku pola magnetycznego. W przypadku dwuwymiarowym oznacza to, że energia elektronów może przyjmować tylko dyskretne wartości E_i (w przypadku trójwymiarowym $E = E_i + p_z^2/2m$). Stwierdził on także, że odległość między poziomami E_i (nazywamy je obecnie poziomami Landaua) jest proporcjonalna do indukcji pola magnetycznego. Udowodnił wreszcie, że na każdym poziomie Landaua może znajdować się co najwyżej eBL_xL_y/h elektronów. W odpowiednio niskiej temperaturze elektrony zapełniają tylko najniższe poziomy. Liczbę zapełnionych poziomów określa wtedy wzór $\nu = hN/eBL_xL_y$. W polach magnetycznych, w których zapełnionych jest całkowicie i poziomów, a pozostałe są puste, otrzymujemy

$$R_{xy} = \frac{BL_xL_y}{eN} = \frac{h}{e^2 i}. \tag{2}$$

Wydaje się więc, że nasz prosty model całkowicie tłumaczy kwantowy efekt Halla! Gdzie więc te kłopoty fizyków-teoretyków, o których wspominaliśmy? Chwila zastanowienia wystarczy jednak, by stwierdzić, że nasze rozumowanie przewiduje „skwantowane" wartości R_{xy} tylko dla dyskretnych wartości pól magnetycznych $B_i = hN/ieL_xL_y$. W doświadczeniu natomiast obserwuje się spełnienie równania (2) w szerokim zakresie pól magnetycznych (rys. 2). Większość fizyków uważa, że występowanie stopni związane jest z defektami (domieszkami), które istnieją w każdej próbce. Jeśli jednak defekty mają znaczenie, to czemu równanie (2) wyprowadzone przy ich zaniedbaniu jest spełnione? Intuicyjnie możemy to tłumaczyć tym, że obszary geometryczne próbki, w których istnieje silny potencjał elektrostatyczny wytworzony przez defekt, są „omijane" przez elektrony. Prowadzi to do zmniejszenia efektywnej powierzchni próbki. Nie wpływa to jednak na równanie (2), gdyż nie zawiera ono żadnych wymiarów geometrycznych.

Rozwiązanie zadania M 441. Suma pól n kół o promieniu r jest mniejsza od pola dużego koła. Stąd $nr^2 < R^2$, czyli $\sqrt{n} < \frac{R}{r}$. Z drugiej strony, rozpatrzmy koła o promieniu $2r$ i o tych samych środkach.



Muszą one pokrywać pole większe niż pole koła o promieniu $R-r$ i środku O — inaczej dałoby się umieścić nowe koło o promieniu r. Zatem $n \cdot 4r^2 > (R-r)^2$, czyli $\sqrt{n} > \left(\frac{R-r}{2r}\right)$.

W kole da się umieścić jeszcze jedno koło o promieniu r i środku A.

Czytelnicy proponują

Pan Kazimierz Łuczak z Bełdowa nadesłał nam szereg ciekawych wzorów z zakresu teorii liczb. Oto jedna z serii:

$7^4 + 8^4 + 64 \cdot 1^3 = 9^4$,
$22^4 + 23^4 + 24^4 + 64(1+2)^3 = 25^4 + 26^4$,
$45^4 + \ldots + 48^4 + 64(1 + \ldots + 3)^3 = 49^4 + \ldots + 51^4$,
$76^4 + \ldots + 80^4 + 64(1 + \ldots + 4)^3 = 81^4 + \ldots + 84^4$
itd.

Gdyby ktoś chciał udowodnić te wzory, to proponujemy najpierw wykazać (indukcyjnie), że

$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{1}{30} n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1),$$

a następnie, za pomocą udowodnionego wzoru, wykazać, że

$$\sum_{k=4n^2+3n}^{4n^2+4n} k^4 + (2n(n+1))^3 = \sum_{k=4n^2+4n+1}^{4n^2+5n} k^4,$$

skąd bezpośrednio można już wypisać dowolnie wiele równości podanego typu.

A. M.