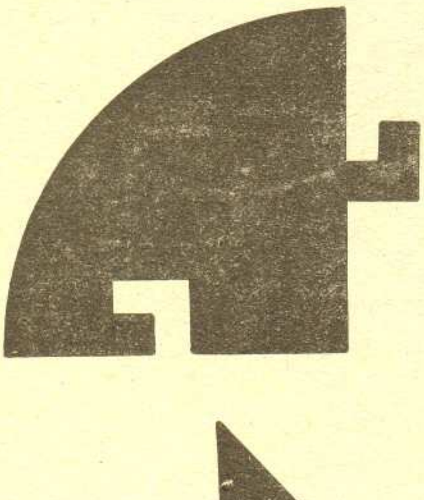
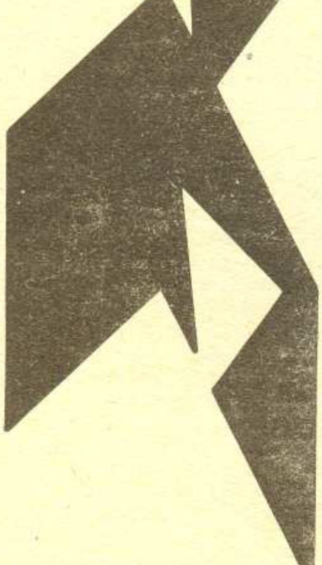
Od tyłu jest prosto

Najpierw „od przodu". Jak podzielić figurę z rysunku 1 na dwie jednakowe? A jak podzielić na dwie jednakowe figurę z rysunku 2? Zadania te nie wydają się bardzo proste.



Rys. 1



Rys. 2

Zamiast je rozwiązywać spróbujmy najpierw zastanowić się, jak układać takie zadania. Pomysł nasuwa się od razu. Bierzemy byle jaką figurę i przekształcamy ją izometrycznie (to znaczy bez zmiany jakiejkolwiek odległości) tak, by jej otrzymany drugi egzemplarz nie nakładał się na pierwotną figurę bardziej niż brzegiem.

Rys. 3

Suma pierwotnej figury i jej obrazu dzieli się w sposób oczywisty na dwie figury. Jeśli jest to sytuacja z rysunku 3, to żadnego zadania nie ma — podział jest widoczny na pierwszy rzut oka. Zadanie „robi się" dopiero wtedy, gdy obie części mają większy kawałek brzegu wspólny, a my nie zaznaczymy, gdzie jest brzeg, a gdzie wnętrze figury. Nasze doświadczenie wzrokowe łatwo podpowiada nam podział wtedy, gdy użyta izometria jest przesunięciem lub symetrią. Gorzej, gdy użyjemy obrotu lub symetrii z poślizgiem. Właśnie te gorsze sytuacje przedstawiają rysunki 1 i 2.

Rys. 4. Figura uzyskana z takiej samej figury pierwotnej jak na rysunku 3.

Ale jak zabrać się do rozwiązywania zadania, a nie do jego układania? Wydaje się, że najlepiej wyróżnić w brzegu figury, którą mamy podzielić, jakiś charakterystyczny fragment i do tego taki, który powtarza się dwa razy. Następnie należy określić, jaka izometria f nakłada te wybrane fragmenty brzegu. Gdy taką izometrię znajdziemy, musimy ją „przepołowić", to znaczy znaleźć rozwiązanie równania

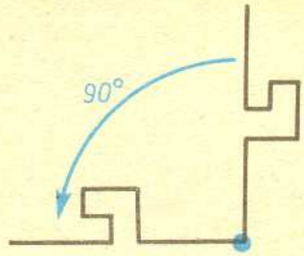
$$f = gg,$$

gdzie g oznacza szukaną izometrię.

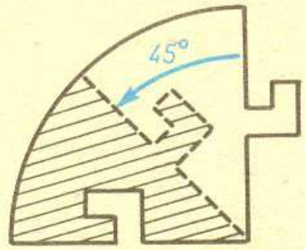
Ale co dalej? Poddajmy teraz wyróżniony fragment brzegu znalezionemu przekształceniu g. Uzyskana linia dzieli figurę na dwie jednakowe lub przynajmniej (jeśli wzięliśmy zbyt mały fragment brzegu) wskazuje, jak taki podział ma wyglądać.

Naturalne wyróżnienie obu boków „z haczykami" figury z rysunku 1 wskazuje nam, że f jest obrotem o 90° względem „rogu" figury. Rozwiązaniem naszego równania jest wobec tego obrót o 45° względem tego samego punktu.

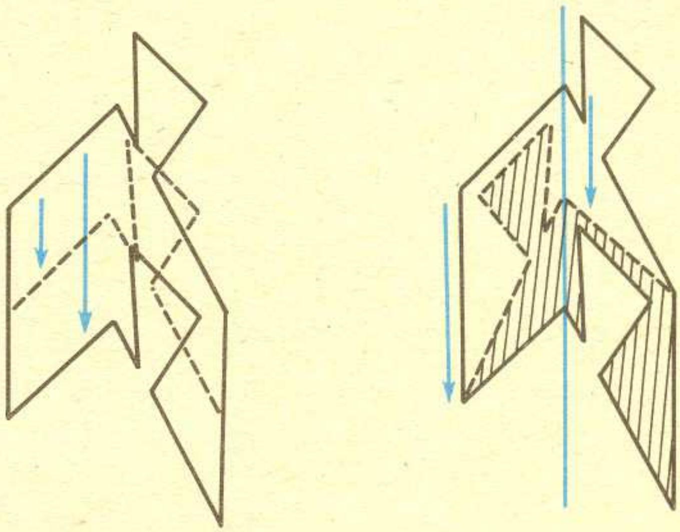
Ciekawa sytuacja powstaje wówczas, gdy nasze równanie ma dwa rozwiązania. Tak jest w przypadku figury z rysunku 2. Nasuwające się uznanie za f przesunięcia powoduje, że jako g możemy wziąć zarówno przesunięcie (o wektor o połowę zmniejszony), jak też i symetrię z poślizgiem. W tym konkretnym przypadku tylko ta druga możliwość nadaje się do podzielenia figury. Ale nietrudno zmodyfikować rysunek tak, by były możliwe oba podziały (rys. 8).



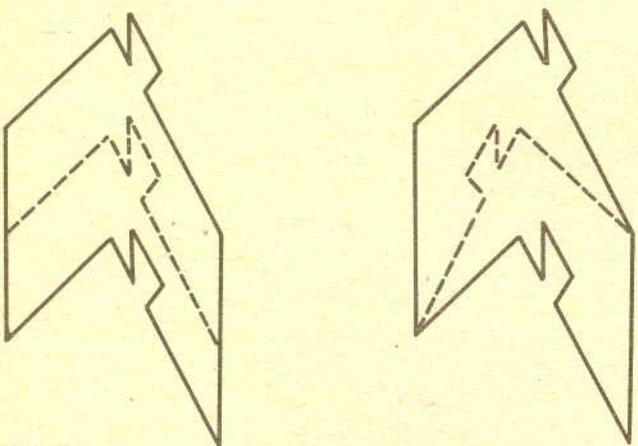
Rys. 5



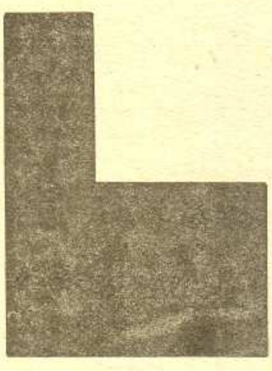
Rys. 6



Rys. 7. Linia przerywana na rysunku lewym nie wyznacza podziału figury, bo wybiega poza nią.



Rys. 8



Rys. 9

I powstaje szereg pytań. Czy równanie $f = gg$ (dla f nie będącego identycznością) może mieć więcej niż dwa rozwiązania? Czy figura może się dać podzielić na dwie jednakowe na większą od dwóch, ale skończoną, liczbę sposobów (bo nikt przecież nie żąda, by użyć zaproponowanego tutaj sposobu)? Jak poznać, że figura nie da się podzielić na dwie jednakowe? Po czym poznać, że figurę można podzielić na nieskończenie wiele sposobów (wystarczy np. by miała środek symetrii, ale czy innych nie ma?)? Pozostawiając te pytania Czytelnikom zwróćmy uwagę na fakt, że znalezienie odpowiedniego fragmentu brzegu (aby dała się zastosować zaproponowana metoda) może nastręczać trudności. Figura z rysunku 9 daje się podzielić na dwie jednakowe i to naszą metodą — ale jak wskazać dwa fragmenty brzegu, które trzeba nałożyć? Dla wszystkiego odpowiedź jest zamieszczona w tym numerze.

Małą Deltę opracował Marek KORDOS