Ciśnienie końcowe p_1 wyznaczamy z równania stanu

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

Po podstawieniu $V_1 = V_0/2$ oraz wyrażenia (2) na T_1 otrzymujemy

$$p_1 = \frac{12}{5} p_0 + \frac{2}{5} \frac{mg}{S}. \tag{4}$$

Z nierówności (3) po uwzględnieniu (4) wynika

$$m \geqslant \frac{7}{3} \frac{S p_0}{g}.$$

Łatwo można obliczyć, że tłok stalowy, który by spełniał to kryterium, miałby grubość ponad 3 m (!).
Gdyby otwór w przegrodzie był duży, odpowiednio ciężki tłok dochodziłby do przegrody z niezaniedbywalną prędkością v. W takim przypadku zamiast równania (1) mielibyśmy

$$\Delta U = (S p_0 + mg) \frac{h}{2} - \frac{mv^2}{2}.$$

W konsekwencji przyrost temperatury gazu byłby mniejszy.

W obu omawianych zadaniach należało zauważyć, że podany zestaw danych był niekompletny: w zadaniu **57** wymagany był dodatkowo promień kuli, w zadaniu **58** — pole powierzchni tłoka (ponadto w obu zadaniach przyspieszenie ziemskie).

Przy redakcji *Delty* powstał ZERO KOPRU, czyli Zespół Rozpowszechniania Konkursu Prac Uczniowskich, złożony z laureatów dotychczasowych konkursów. Członkowie zespołu będą wyjeżdżać do szkół średnich na spotkania z uczniami, wystarczy tylko, aby zainteresowane takim spotkaniem szkoły skontaktowały się z redakcją *Delty* w celu uzgodnienia szczegółów wizyty.

Liczymy na to, że uda nam się zachęcić uczniów do szerszego niż dotychczas udziału w konkursie, a co najważniejsze — pomóc w wyborze interesującego tematu pracy konkursowej. Przypominamy, że Konkurs Prac Uczniowskich z Matematyki jest organizowany corocznie, a szczegółowy regulamin ukazał się w *Delcie* 2/1988.

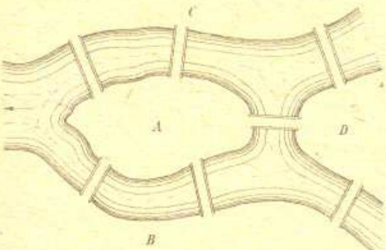
Dnia 22 września 1987 r. gościłem w LO w Działdowie. Moje spotkanie z młodzieżą tej szkoły zapoczątkowało działalność ZERO KOPRU, w skład którego wchodzą laureaci KOPRU z lat ubiegłych chętni do spotkań z uczniami i propagowania Konkursu. Zaaranżowanie spotkania w Działdowie przed ukazaniem się anonsu w *Delcie* było możliwe dzięki ,,głodnej kozie", która w ostatnim finale KOPRU zdobyła brązowy medal, czym umożliwiła wcześniejszy kontakt redakcji *Delty* ze szkołą w Działdowie. Za zaproszenie serdecznie dziękuję.

Jedną z przyczyn małej popularności KOPRU są trudności uczniów ze znalezieniem odpowiedniego tematu pracy. Może bowiem braknąć nie tylko pomysłu na interesujący temat, ale także rozeznania, co może być tematem pracy. ZERO KOPRU rozpoczyna więc nową formę działalności: publikowanie zagadnień do samodzielnego zbadania. Liczymy na to, że z jednej strony podsuniemy uczniom ciekawe tematy na Konkurs, a z drugiej pokażemy, jakiego rodzaju zagadnienia mogą być opracowane jako prace konkursowe. Chociaż ta rubryka jest adresowana do potencjalnych uczestników KOPRU, mamy nadzieję, że zaprezentowane w niej zagadnienia zainteresują wszystkich Czytelników *Delty*. Dziś temat pierwszy.

Jarosław WRÓBLEWSKI

Duch Eulera na mostach królewieckich

Przypomnijmy historię, którą zna zapewne większość Czytelników. Kiedyś postawiono Eulerowi zagadkę mostów królewieckich. Czy można przejść przez wszystkie 7 mostów Królewca (rys. 1) przechodząc przez każdy dokładnie 1 raz? Euler dał na to pytanie odpowiedź negatywną. Zagadka ta zainspirowała Eulera do zajęcia się następującym zagadnieniem: jakie figury dadzą się narysować na papierze bez odrywania ołówka i powtarzania linii?
Z matematycznego punktu widzenia problem obejścia mostów królewieckich jest równoważny problemowi jednobieżnego narysowania figury na rysunku 2. Liniom odpowiadają mosty (jedne i drugie musimy przebyć dokładnie 1 raz), węzłom zaś odpowiadają kawałki lądu, po których możemy chodzić do woli, ale bez istotnego efektu. Problem figur jednobieżnych (a więc i różnych układów wysp i mostów) został rozwiązany całkowicie. Układ wysp i mostów daje możliwość obejścia wszystkich mostów po 1 razie dokładnie wtedy, gdy zachodzą następujące warunki:
1) każde 2 mosty łączy droga po wyspach i mostach,
2) z prawie każdej wyspy wychodzi parzysta liczba mostów.
,,Z prawie każdej" znaczy tu ,,z każdej" lub ,,z każdej z wyjątkiem dwóch".



Rys. 1

Rys. 2

A teraz wymyślmy sobie taką bajeczkę: Euler, który odebrał mieszczanom Królewca nadzieję na znalezienie sposobu obejścia wszystkich mostów, nie zaznał po śmierci spokoju, lecz pod postacią ducha każdej nocy ukazuje się na mostach Królewca i szuka sposobu obejścia wszystkich mostów. Będzie się ukazywał, dopóki mu się to nie uda. Trzeba jednak wiedzieć, że
1) duch znika po przejściu mostu, jeśli wszedł na niego lewą nogą,
2) jeśli zaś wszedł prawą, to po przejściu mostu jego postać się rozdwaja; każda z tak powstałych postaci idzie dalej swoją drogą,
3) od ducha żąda się, aby w czasie jego wędrówki każdy most był przebyty dokładnie raz przez jedną z postaci. Czy mu się to uda?

I tak oto z całkiem naiwnej bajeczki doszliśmy do całkiem poważnego problemu matematycznego. Bo oto stawiamy sobie dalsze pytania:

Jakie układy mostów może obejść duch, a jakich nie?
Czy mosty Królewca mogą obejść inne duchy (tzn. z innymi możliwościami zmiany liczby postaci po przejściu mostu)?
Co będzie, jeśli postawimy duchowi dodatkowy warunek dotyczący liczby postaci pozostałych po zakończeniu jego wędrówki?

Te zagadnienia nie były badane i matematyczne opracowanie chociaż części z nich może stanowić dobrą pracę konkursową. Widzisz więc, Czytelniku, że poważna matematyka nie musi się zaczynać całkiem poważnie.

KĄCIK PRAC uczniowskich