Zadania

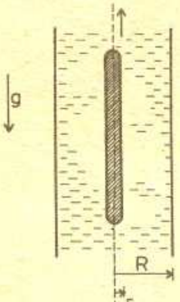
Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 505. Znaleźć prawdopodobieństwo wygrania gema w tenisie. Zakładamy, że szansa wygrania pojedynczej piłki wynosi p, niezależnie od dotychczasowego przebiegu gry. Gem jest wygrany, jeżeli gracz osiągnął przewagę przynajmniej dwóch piłek oraz jeżeli wygrał co najmniej cztery piłki.
Rozwiązanie na str. 6

M 506. Siedemnastokąt wypukły został rozbity przekątnymi na mniejsze wielokąty. Znaleźć maksymalną możliwą liczbę boków takiego wielokąta.
Rozwiązanie na str. 3

M 507. Udowodnić, że $y^p - x^p \leqslant (y-a)^p - (x-a)^p$, o ile $0 \leqslant a \leqslant x \leqslant y$, $\quad 0 \leqslant p \leqslant 1$.
Rozwiązanie na str. 7

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI



F 244. W pionowej rurze wypełnionej cieczą wypływa długi pręt (rysunek). Zaniedbując tarcie obliczyć prędkość i przyspieszenie pręta w zależności od przebytej drogi.
Gęstość pręta ϱ_2 jest mniejsza od gęstości cieczy ϱ_1. Wielkości oznaczone na rysunku przyjąć za dane.
Rozwiązanie na str. 6

F 245. W rurze o zmiennym przekroju podtrzymywany jest stały w czasie przepływ nieściśliwej cieczy o gęstości ϱ. W wybranych przekrojach o powierzchni S_1 i S_2 prędkość cieczy nie zależy od odległości od ścianek rury. Wyznaczyć siłę, z jaką ciecz działa na odcinek rury między tymi przekrojami oraz ilość ciepła, jaka wydziela się w objętości między przekrojami w jednostce czasu. W pierwszym przekroju ciśnienie i prędkość wynoszą p_1 i v_1, a ciśnienie w drugim p_2.
Rozwiązanie na str. 7

Wzory kalendarzowe

Mgr Roman SZYMAŃSKI

Ogólnie rzecz biorąc wzory kalendarzowe spełniają to samo zadanie, co wieczne kalendarze, mianowicie służą do przeliczania dat między różnymi rachubami czasu. W praktyce nikt chyba nie przelicza dat z kalendarza juliańskiego na daty kalendarza gregoriańskiego, ponieważ w zasadzie kalendarze te istniały rozłącznie, natomiast najczęściej mamy do czynienia z następującymi zagadnieniami tego typu:
— znaleźć dzień tygodnia dla danej daty,
— znaleźć kolejny numer danego dnia w jakiejś rachubie,
— znaleźć datę Wielkanocy.

Algorytmów rozwiązywania tych zagadnień jest sporo. Można by, oczywiście, poprzestać na najprostszych, jednak warto — zwłaszcza licząc „na piechotę" — obliczyć to samo dwiema metodami, a to w celu wykrycia ewentualnych błędów rachunkowych.

Przyjmijmy następujące oznaczenia: r, m, d — odpowiednio rok, miesiąc i dzień, $\mathrm{E}(x)$ — część całkowita liczby x, $\mathrm{R}(x/y)$ — reszta z dzielenia x przez y.

Algorytm określający dzień tygodnia sprowadza się do obliczenia liczby dni D, które upłynęły od jakiejś daty początkowej do daty, o którą nam chodzi. Reszta z dzielenia D przez 7 wskazuje dzień tygodnia. Rok zwykły naszego kalendarza (gregoriańskiego) liczy 365 dni, a przestępny 366 dni, czyli odpowiednio 52 tygodnie i 1 dzień oraz 52 tygodnie i 2 dni. Można więc pominąć zliczanie pełnych tygodni i liczyć tylko liczbę wszystkich minionych lat i dodać liczbę lat przestępnych. Na koniec trzeba dodać liczbę dni d_r, które upłynęły od początku bieżącego roku do interesującej nas daty (wraz z naszą datą). Zatem

$$D = (r-1) + \mathrm{E}\left(\frac{r-1}{4}\right) - \mathrm{E}\left(\frac{r-1}{100}\right) + \mathrm{E}\left(\frac{r-1}{400}\right) + d_r.$$

Znalezienie szybkiego sposobu obliczania kolejnego numeru dnia d_r w roku zostawiamy Czytelnikowi. Reszta z dzielenia D przez 7, czyli $\mathrm{R}(D/7)$, określa dzień tygodnia, przy czym 0 oznacza niedzielę, 1 poniedziałek itd.