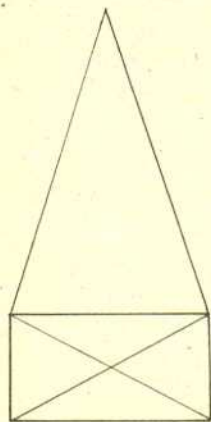
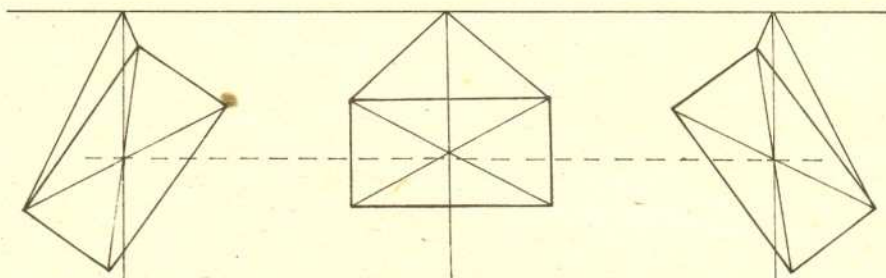


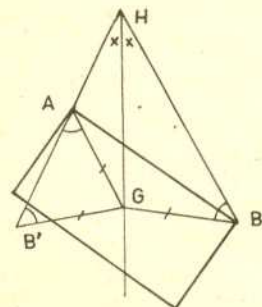
Do górnych wierzchołków prostokątnego obrazu przyczepiamy sznurek i za ten sznurek wieszamy obraz na haku wbitym w ścianę. Jakie są możliwe położenia równowagi? Pomijamy tarcie sznura o hak i obrazu o ścianę. Doświadczenie pokazuje, że dla długiego sznurka mamy jedno położenie równowagi trwałej (rys. 1a), a dla sznurka krótkiego dwa położenia równowagi trwałej i jedno nietrwałej (rys. 1b).



Rys. 1a



Rys. 1b

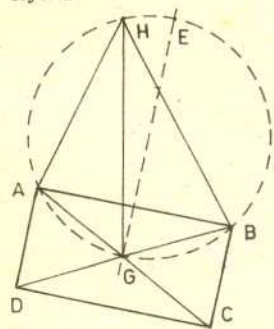


Rys. 2

Znajdźmy te położenia. Z prostych rozważań fizycznych wynika, że środek obrazu G leży pionowo pod hakiem H oraz kąty AHG i GHB są równe (rys. 2). Odbijmy punkt B symetrycznie względem prostej HG . Punkt B' leży na prostej HA .

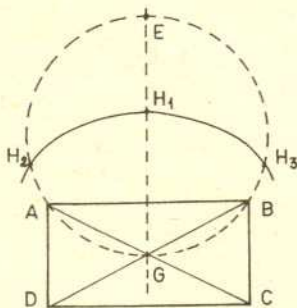
1. Jeśli $B' = A$, to H leży na dwusiecznej kąta AGB .

2. Jeśli $B' \neq A$, to $\angle HBG = \angle HB'G = \angle B'AG = \pi - \angle HAG$ (przedostatnia równość wynika z równoramienności trójkąta $B'AG$.)
Zatem na czworokącie $HAGB$ da się opisać okrąg, czyli punkt H leży na okręgu opisanym na trójkącie AGB (rys. 3).

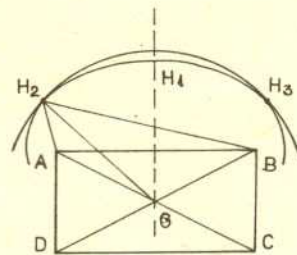


Rys. 3

Rozważmy możliwe położenia haka (gdy obraz jest w równowadze) w układzie odniesienia obrazu. Przy danej długości sznura wszystkie możliwe położenia haka leżą na elipsie. Jeśli długość sznura jest większa lub równa $2AE$, to możliwe jest tylko jedno położenie równowagi (punkt przecięcia prostej i elipsy leżący powyżej G) i musi to być równowaga trwała. Przy skracaniu sznura następuje bifurkacja i jedno położenie równowagi trwałej rozszczepia się na trzy (rys. 4). Badając energię potencjalną obrazu (proporcjonalną do GH) można sprawdzić, który z punktów przecięcia elipsy z prostą (H_1) i okręgiem (H_2 i H_3) jest punktem równowagi trwałej (energia jest minimalna), a który równowagi nietrwałej (energia maksymalna).



Rys. 4



Rys. 5

Punkt wbicia haka jest punktem równowagi, gdy odcinek łączący go z G jest prostopadły do elipsy. Okrąg S o środku G i promieniu GH_2 jest styczny do elipsy w H_2 i H_3 (rys. 5). Elipsa i okrąg nie mają więc więcej punktów wspólnych (dwie stożkowe mogą się przecinać w co najwyżej 4 punktach, ale w naszym przypadku punkty przecięcia są punktami styczności) i elipsa leży wewnątrz okręgu S . W punktach H_2 i H_3 są zatem maksima energii potencjalnej, a w punkcie H_1 minimum.