



Zadania

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 559. Dany jest ciąg Fibonacciego (u_n) : $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ dla $n = 2, 3, \dots$. Udowodnić, że szereg $\sum_{n=0}^{\infty} u_n z^n$ jest zbieżny w pewnym otoczeniu zera i obliczyć jego sumę.

Rozwiązanie na str. 12

M 560. Znaleźć jawny wzór na wyraz ciągu Fibonacciego.

Rozwiązanie na str. 17

M 561. Oznaczmy przez p_n prawdopodobieństwo tego, że w serii n rzutów symetryczną monetą orzeł nie pojawi się trzy razy pod rząd. Udowodnić, że $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_{n+1}}{p_n} = \alpha$, gdzie $0 < \alpha < 1$ (oznacza to, że p_n zachowuje się w przybliżeniu tak, jak ciąg geometryczny).

Rozwiązanie na str. 5

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI

F 280. Moc punktowego źródła światła monochromatycznego o długości fali $\lambda = 500$ nm wynosi $P_0 = 10$ W. Z jakiej maksymalnej odległości można gołym okiem zaobserwować to źródło światła? Przyjmijmy, że oko ludzkie reaguje na strumień światła większy od 60 fotonów na sekundę. Średnica źrenicy wynosi $d = 0,5$ cm. Rozwiązanie na str. 15

F 281. Promieniowanie lasera argonowego ($\lambda = 500$ nm) zostało skupione na płaskiej fotokatodzie. Średnica ogniska wynosi $d = 0,1$ mm. Praca wyjścia elektronu z fotokatody wynosi $A = 2$ eV. Do anody, znajdującej się w odległości $l = 30$ mm od katody, przyłożono napięcie przyspieszające $V = 4$ kV. Znaleźć średnicę ogniska fotoelektronów na anodzie. Przyjąć, że anoda jest płaska i położona równoległe do katody.

Rozwiązanie na str. 15



Patrz w niebo

Centrum naszej Galaktyki zakryte jest przed nami grubą (jakby nie było – rzędu 10 kpc) warstwą gazu i pyłu międzygwiazdowego. Dlatego wszelkie obserwacje tych obszarów są trudne, a wyniki niepewne, gdyż trudno jest z chaosu licznych sygnałów wyodrębnić ten, który pochodzi akurat z centrum. W rezultacie długo nie było wiadomo, co tam właściwie jest: gęsta gromada gwiazd, czarna dziura, jedno i drugie, czy jeszcze coś innego. Obecnie sprawa ta chyba zdążyła do ostatecznego wyjaśnienia.

Gdyby przeprowadzić głosowanie, to zapewne większość badaczy opowiedziałaby się za czarną dziurą i – co więcej – miałaby na to rozsądne argumenty. Przemawiają za tym mianowicie zarówno pewne obserwacje, jak i nasze obecne informacje o pokrewieństwie aktywnych galaktyk, kwazarów i czarnych dziur. Kwazary, te najpotężniejsze źródła energii, o których wprawdzie panowała opinia, że „mieszkają” w najodleglejszych peryferiach Wszechświata, są prawdopodobnie najsilniejszym przejawem skądinąd bardzo powszechnego zjawiska – aktywności galaktyk. Jądrem tych obiektów byłaby czarna dziura, a emitowana przez nie energia pochodziłaby z akrecji (spadku) materii na tę czarną dziurę. Mniej gwałtownymi krewniakami kwazarów byłyby galaktyki Seyferta, lacertydy, a wreszcie jądra na pozór zupełnie spokojnych galaktyk. Pierwszym takim dziwnym obiektem była galaktyka M 32, mała eliptyczna galaktyka, satelita widocznej gołym okiem Wielkiej Mgławicy w Andromedzie M 31. W jej jądrze wykryto zwarty obiekt o masie oszacowanej na 5 mln mas Słońca. W związku z tym podejrzanie, że i w naszej Galaktyce jest czarna dziura, nie było już żadną herezją.

Na poparcie tego podejrzenia zaczęło się pojawiać coraz więcej obserwacji innych galaktyk, które okazały się w rozmaitym stopniu aktywne lub wykazywały ślady dawniejszej aktywności. Wreszcie (1985) wykonano też precyzyjne badania radiowe centrum naszej Galaktyki z użyciem interferometrii wielkobazowej (VLBI – Very Large Baseline Interferometry). Zgodnie z nimi w centrum radioźródła Sagittarius A Zachodni zlokalizowano źródło oznaczone Sgr A*, którego rozmiary zostały oszacowane na 20 j.a., czyli rzędu rozmiarów orbity Saturna! W pewnym sensie potwierdziły to dalsze obserwacje pochodzącego stamtąd promieniowania podczerwonego i mikrofalowego. Mianowicie wyznaczono rozkład prędkości radialnych gazu w centralnym obszarze Galaktyki obejmującym około 10 pc (nawiasem mówiąc te 10 pc z odległości, jaka dzieli nas od jądra Galaktyki, widać pod kątem 0,001 radiana, czyli rzędu 3'). Okazało się, że jeżeli prędkości radialne interpretować jako krążenie gazu wokół centrum Galaktyki, to ich zależność od odległości od jądra nie może odpowiadać żadnej sensownie zbudowanej gromadzie gwiazd, dopuszcza natomiast „punktowe” źródło grawitacji. Skoro tak, to na mocy trzeciego prawa Keplera centralna masa wyniosłaby około 4 mln mas Słońca.

Centrum naszej Galaktyki było następnie obserwowane np. przez rentgenowskiego satelitę Spartan (wyslanego z promu kosmicznego), ale wszyscy z niecierpliwością oczekują skierowania w tamtą stronę Teleskopu Kosmicznego, by móc wreszcie coś dostrzec w zakresie optycznym.

dr Tomasz KWAST