

**Rozwiązanie zadania F 298.** Na pokrywkę. Górne warstwy mleka po ochłodzeniu będą się przemieszczać ku dołowi i zamieniać miejscami z cieplejszymi. Odwrotnie jest przy podgrzewaniu – dlatego grzejemy od dołu.

W swym znanym dziele *Krytyka czystego rozumu* Immanuel Kant kwalifikuje pojęcia liczby i przestrzeni do kategorii pojęć *a priori*, co oznacza, że są one niezależne od doświadczenia i względem doświadczeń grają rolę organizującą, nadającą doświadczeniom formę.

Łatwo dostrzec, że naturalną konsekwencją tego poglądu jest przyjęcie, iż własności liczby i przestrzeni także są nam dane nie poprzez kontakt z jakimś naszym „zewnętrzem”, lecz są z założenia jedynymi możliwymi.

To też można by jeszcze przyjąć. Gorzej, że Kant wyciąga stąd jawny wniosek o jedyności geometrii euklidesowej. Nadaje jej rangę jedynej „struktury przestrzennej” mającej walory nauki.

W roku 1781, gdy ukazała się *Krytyka*, opinia taka miała charakter nie tylko poglądu filozoficznego, lecz także wyraźnej interwencji w matematykę. Zamykała bowiem siłowo (tak chyba nazywają się wszelkie rozstrzygnięcia narzucone spoza obszaru sporu) trwające od ponad tysiąca lat dyskusje nad wyprowadzalnością postulatu o równoległych z pozostałych aksjomatów Euklidesa. Nie ma o czym dyskutować – dekretował Kant – bo i tak nie ma żadnego wyboru.

Nie byłoby może warto o tym wspominać (choć niektórych to do dziś denerwuje – Morris Kline np. pisze: *głębka filozoficznych przemyśleń Kanta była rezultatem wyłącznie ograniczoności jego wyobraźni geometrycznej*), gdyby nie fakt, że wywarło to wpływ na rozwój wydarzeń w matematyce i na życiorysy przynajmniej kilku matematyków.

Praktycznie od V wieku (gdy Proklos postawił jawnie zagadnienie piątego postulatu) każdy wybitny matematyk pozostawił po sobie jakiś dowód postulatu o równoległych na podstawie pozostałych postulatów. Koledzy bądź uczniowie znajdowali w każdym z tych dowodów błąd i sami produkowali następne dowody, które dzieliły los swych poprzedników. Dopiero w XVIII stuleciu sytuacja zaczęła się wyjaśniać. Girolamo Saccheri (w 1733 roku) skonstruował geometrię alternatywną do euklidesowej, ale uzyskane jej twierdzenia odrzucił, jako sprzeczne „z samą istotą” pojęć geometrycznych. Z tej pracy, a raczej z jej konkluzji wysnuł, zapewne, swoje przemyślenia Kant. Jego kategoryczna opinia miała jednak znaczącą wagę. Dalsze próby konstruowania alternatywnych geometrii stały się w świecie prawdziwych uczonych nieodpowiedzialnym bełkotem.

Felix Klein podaje, że z listów i dziennika Gaussa wynika, że zajmował się on piątym postulatem już od 1792 roku upewniając się stopniowo coraz bardziej o istnieniu geometrii nieeuklidesowej. Jednak nacisk opinii Kanta był tak wielki, że nie tylko nie publikował swoich rezultatów, lecz doradzał licznym, proszącym go o opinię badaczom, by też powstrzymywali się od publikacji.

Obaj uznani twórcy geometrii nieeuklidesowej, Nikołaj Łobaczewski i Janos Bolyai, podchodzili do swoich prac skrajnie nerwowo, co pierwszego kosztowało wyrzucenie z pracy (ze stanowiska rektora uniwersytetu w Kazaniu), a drugiego przypawiło o pełne załamanie nerwowe i samotnicze życie na wsi przez lat dwadzieścia.

Jedyny odważny z wybitnych matematyków tych czasów, który opublikował pracę o geometrii nieeuklidesowej, Johann Heinrich Lambert, nazwał ją *Teoria równoległych* i nigdy nie ubiegał się o uznanie swoich wyników za początek nowej geometrii.

Z drugiej strony wzrósł nacisk na udowodnienie metodami matematycznymi stwierdzeń Kanta. Ciekawym przykładem jest tu Andrien Mari Legendre, który w 1794 roku napisał podręcznik *Geometria elementarna* z „dowodem” piątego postulatu, wprowadzony przez rewolucyjne władze oświatowe Francji do szkół (dopiero w dalszych wydaniach błąd usunięto).

Najsmutniejszym zaś przykładem (choć najdobitniej pokazującym siłę zakazu Kanta) jest „dowód” piątego postulatu opublikowany w 1870 roku (a więc czterdzieści lat po pracach Łobaczewskiego i Bolyaia, a nawet piętnaście lat po pracy Riemanna znacznie zwiększającej rodzinę geometrii nieeuklidesowych) przez Josepha Bertranda.

Z tego wszystkiego widać, jak wielki może być wpływ czystego rozumu na życie, nawet gdy spełnia on definicję: czysty rozum to taki, któremu nieznanomość faktów nie przeszkadza w jasności teoretycznych uogólnień.

Piąty postulat Euklidesa orzeka: *jeśli dwie proste przecięte trzecią tworzą kąty jednostronne wewnętrzne o sumie mniejszej od dwóch kątów prostych, to proste te, po przedłużeniu, przetną się i to z tej właśnie strony.* Jest on dużo bardziej skomplikowany od pozostałych czterech i dlatego próbowano się go pozbyć. Dziś wiemy, że jego wyeliminowanie prowadzi do geometrii odmiennej od powszechnie używanej.

Praca Saccheriego nosiła tytuł *Euclides ab omni naevo vindicatus*, co oznacza *wolność od wszelkich zarzutów*.

Łobaczewski opublikował swoją pracę *O podstawach geometrii* w 1829 roku w Kazaniu, praca Bolyaia była dodatkiem do wydanej w Niemczech w 1832 roku pracy jego ojca. Zbieżność tych dat stworzyła pole do niegustownej awantury o priorytet w stworzeniu geometrii nieeuklidesowej.

Wykład habilitacyjny Riemanna z 1854 roku *O hipotezach leżących u podstaw geometrii* zawierał tak wielki wybór możliwych geometrii, że niewiele go do dziś poszerzyliśmy.