Ciepło – zimno

Wiele codziennych doświadczeń potwierdza oczywistą prawdę: gdy dwa ciała o różnych temperaturach są w kontakcie cieplnym, zawsze mamy do czynienia ze zjawiskiem polegającym na wyrównywaniu się temperatur. W efekcie ciało cieplejsze ochładza się, zimniejsze ogrzewa, aż do uzyskania stanu pośredniego między wyjściowymi wartościami temperatur. Obserwację tę formalnie opisuje druga zasada termodynamiki określająca kierunek wymiany ciepła – wyklucza ona możliwość przepływu ciepła od ciała zimniejszego do cieplejszego.

Zastanówmy się jednak nad możliwością rozwiązania problemu brzmiącego paradoksalnie w zestawieniu z drugą zasadą termodynamiki:
Jak doprowadzić do tego, by dana ilość zimnej wody na skutek wymiany ciepła z taką samą ilością wody ciepłej stała się cieplejsza od wody ciepłej?
Innymi słowy:
Jak ogrzewając wodę zimną za pomocą gorącej dojść do stanu, w którym końcowa temperatura wody ogrzewanej będzie wyższa od końcowej temperatury wody ogrzewającej?

Natychmiast nasuwa się spostrzeżenie, że wymiana ciepła między wodą gorącą i zimną ustanie w momencie wyrównania się ich temperatur, dalsze zaś ogrzanie wody zimnej oznaczałoby, że ciepło może przepływać od ciała chłodniejszego do cieplejszego, co przecież nie jest możliwe.

Wyobraźmy sobie jednak następujący przebieg procesu: W termosie A przygotowujemy litr wody gorącej ($t_1 = 100°\mathrm{C}$), w termosie B zaś litr zimnej ($t_2 = 0°\mathrm{C}$). Dodatkowo potrzebny nam będzie jeszcze jeden termos (C), w którym będziemy gromadzili ogrzewaną wodę, oraz naczynie o cienkich, dobrze przewodzących ściankach, w którym zimna woda będzie ogrzewana.

Nalewamy połowę zimnej wody do naczynia i naczynie zanurzamy w wodzie gorącej z termosu A. Po pewnym czasie temperatury wody w termosie i wody w naczyniu wyrównają się. Ustali się temperatura pośrednia t_x, spełniająca warunek $t_2 < t_x < t_1$. Analiza niezwykle prostego w tym przypadku bilansu cieplnego (przy upraszczających założeniach w rodzaju: nie ma wymiany ciepła z otoczeniem, pojemność cieplna naczynia jest zaniedbywalna) prowadzi do zależności

$$t_x = \frac{2t_1 + t_2}{3} \approx 66,7°\mathrm{C}.$$

Teraz pół litra ogrzanej wody przelewamy do termosu C, drugą zaś połowę chłodnej wody ogrzewamy za pomocą ciepłej w termosie A. Woda ogrzewająca nie jest już tak gorąca, jak na początku doświadczenia. Wciąż jednak możemy za jej pomocą całkiem nieźle podgrzać pozostałe pół litra zimnej wody. Jej temperatura końcowa osiągnie wartość

$$t_y = \frac{2t_x + t_2}{3} \approx 44,4°\mathrm{C}.$$

Do takiej też wartości spadnie ostatecznie temperatura wody ogrzewającej – tej z termosu A. Końcową temperaturę wody ogrzewanej będzie można zmierzyć po wymieszaniu pół litra wody o temperaturze 66,7°C i pół litra wody o temperaturze 44,4°C. Bilans cieplny dla tego przypadku podpowiada nam wartość 55,5°C. A więc rzeczywiście udało się doprowadzić do odwrócenia stosunku temperatur! W prawdziwym doświadczeniu, wskutek nieuniknionych strat ciepła pobieranego przez naczynia i otoczenie, różnica ta będzie mniejsza, ale ostateczny efekt taki sam.

Zwróćmy uwagę, że dzieląc wodę chłodną nie na dwie, lecz na większą liczbę części możemy uzyskać jeszcze wyższą jej temperaturę końcową. Dokonując podziału na 10, 100, 1000... części uzyskujemy wciąż wyższą i wyższą temperaturę. A co będzie, jeśli zimną wodę podzielimy na nieskończenie wiele nieskończenie małych porcji? Czy wtedy nastąpi całkowita zamiana temperatur?

Tak dobrze to już nie będzie. Tylko pierwsza, nieskończenie mała porcja chłodnej wody ogrzeje się do pierwotnej temperatury wody gorącej. W każdym etapie doświadczenia następuje ochładzanie wody początkowo gorącej, za każdym więc razem porcje wody zimnej będą uzyskiwały coraz mniej ciepła.

Załóżmy, że wodę zimną podzieliliśmy na 10 części. Po pierwszej wymianie ciepła temperatura wody gorącej będzie równa

$$t_{x_1} = \frac{10}{10+1} t_1 ,$$

po drugiej

$$t_{x_2} = \frac{10}{10+1} t_{x_1} = \left(\frac{10}{11}\right)^2 t_1 ,$$

po dziesiątej zaś

$$t_y = t_{x_{10}} = \left(\frac{10}{11}\right)^{10} t_1 \approx 38,5°\mathrm{C}.$$

Końcową temperaturę wody chłodnej (teraz już raczej ciepłej) znajdujemy jako średnią temperaturę wszystkich jej dziesięciu porcji

$$t_z = \frac{t_{x_1} + t_{x_2} + \ldots + t_{x_{10}}}{10} \approx 61,5°\mathrm{C},$$

lub prościej, korzystając z warunku, że chłodna woda ogrzeje się o tyle, o ile ostudzi się ciepła

$$t_z = t_2 + (t_1 - t_y) = 100 - 38,5 = 61,5°\mathrm{C}.$$

Ciekawe, że dalsze dzielenie zimnej wody na coraz mniejsze porcje niewiele już daje. Gdybyśmy dokonali podziału na 100 części, otrzymalibyśmy

$$t_y = t_{x_{100}} = \left(\frac{100}{100+1}\right)^{100} t_1 \approx 37,2°\mathrm{C},$$

a więc

$$t_z \approx 62,8°\mathrm{C}.$$

W ogólnym przypadku podziału na n równych porcji mamy

$$t_y = t_{x_n} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^n t_1 = \frac{t_1}{(1+\frac{1}{n})^n}.$$

Mianownik ostatniego wyrażenia przy nieograniczonym wzroście n nie rośnie nieograniczenie, lecz dąży do $\mathrm{e} = 2,71828...$ Tak więc końcowa temperatura litra gorącej początkowo wody nie może spaść poniżej wartości

$$t_y = \frac{t_1}{\mathrm{e}} \approx \frac{100}{2,71828} \approx 36,8°\mathrm{C},$$

a tym samym temperatura wody chłodnej nie może wzrosnąć powyżej $t_z = 100°\mathrm{C} - 36,8°\mathrm{C} = 63,2°\mathrm{C}$. Słowem, nie można doprowadzić do całkowitej zamiany temperatur litrowych porcji wody.

Opracowała Joanna UDALSKA

(na podstawie książki P. Makowieckiego *Pomyśl zanim odpowiesz*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1985)