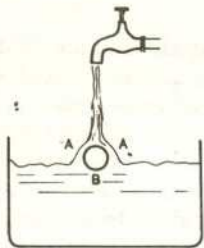
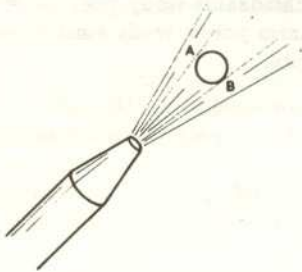


Prawo Bernoulliego

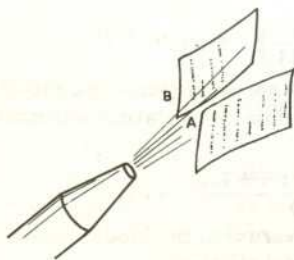
Jan KALINOWSKI



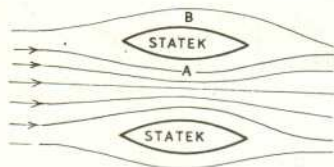
Rys. 1. Piłeczka „wciągana” przez strumień wody.



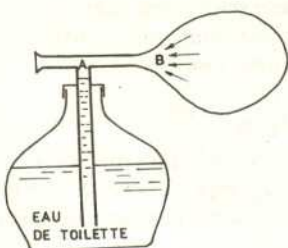
Rys. 2. Piłeczka podtrzymywana przez strumień powietrza.



Rys. 3. Jeśli między kartki wdmuchiwac powietrze, to kartki „przyciągają się”.



Rys. 4. Dwa statki płynące równolegle przyciągają się.



Rys. 5. Rozpylacz.

Czy zauważyłeś, jak różne przedmioty pływające na wodzie (patyki, piłeczki itp.) „z uporem maniaka” dostają się pod strumień ciekącej wody? Możesz to sam łatwo sprawdzić. Weź piłeczkę do pingponga lub małą piłeczkę gumową, włóż do naczynia i ustaw pod strumieniem wody lecącej z kranu (rys. 1). Zauważysz, że piłeczka zostanie wciągnięta pod strumień, a nawet, że pod strumieniem pływa nieco mniej zanurzona. Jakby strumień wody wyciągał ją w górę, zamiast głębiej ją wepchnąć. Jeszcze bardziej zagadkowe jest zachowanie się piłeczki w strumieniu powietrza wydmuchiwanego z węża włożonego z przeciwnej strony do odkurzacza. Piłeczka jakby trzymała się strumienia powietrza (rys. 2). Każdy może jakoś zrozumieć, że strumień skierowany prosto do góry może to zrobić z piłeczką, ale skierowany na ukos? W silnym strumieniu powietrza, np. ze sprężarki do pompowania opon samochodowych, można utrzymać śruby, nakrętki, kulki metalowe itp. Dlaczego tak się dzieje? Dlaczego, gdy dmuchamy między dwie kartki papieru, to trudno jest je rozdzielić, gdyż raczej „sklejają się” zamiast rozsunać się (rys. 3)? Czy zauważyłeś, że gdy wchodzisz do rwącej rzeki, nurt rzeki wciąga cię na środek? Podobnie, szybko przejeżdżający pociąg może wciągnąć pod koła osoby stojące na peronie zbyt blisko toru. Wydawałoby się, że pęd powietrza wywołany przez pociąg powinien raczej odepchnąć nieuważnych.

Wszystkie powyższe zjawiska łatwo można wytłumaczyć korzystając z prawa Bernoulliego. Prawo to głosi, że dla bezwirowego przepływu nieściśliwej cieczy lub gazów wielkość

$$\rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 + p$$

jest stała, gdzie ρ , v , i p są odpowiednio gęstością, prędkością przepływu i ciśnieniem cieczy lub gazu w danym punkcie, a h – względną wysokością tego punktu. Prawo Bernoulliego wynika z zasady zachowania energii przy przepływie cieczy i gazów. Na mocy tego prawa, na przykład, na tej samej wysokości ($h = \text{const}$), jeśli prędkość przepływu cieczy rośnie, to maleje ciśnienie. Teraz możemy już wytłumaczyć omawiane zjawiska.

Rozpatrzmy strumień wody spadającej na piłeczkę. W punktach A prędkość wody jest większa niż w punkcie B i różnica ciśnień utrzymuje piłkę pod strumieniem, a nawet trochę wypycha ją z wody.

Podobnie jest dla piłeczki w strumieniu powietrza. W środku strumienia prędkość jest większa niż na brzegach i wynikająca stąd siła wraz z siłą grawitacji i oporu czołowego piłeczki utrzymują ją w położeniu stacjonarnym. Przesuwając strumień przesuwamy też piłeczkę. Podobnie dwie kartki „przyciągają się”, gdy dmuchamy między nie. Trzeba o tym pamiętać kierując statkami. Gdy dwa statki płyną równolegle, woda między nimi musi płynąć szybciej niż na zewnątrz. Ciśnienie między nimi jest więc mniejsze, statki „przyciągają się” i może dojść do zderzenia (rys. 4).

Innym przykładem wykorzystania prawa Bernoulliego jest rozpylacz. Powietrze jest przedmuchiwane przez rurkę ze zwężeniem. W zwężeniu prędkość powietrza jest większa, a więc ciśnienie mniejsze. Wskutek mniejszego ciśnienia w punkcie A (rys. 5) płyn ze zbiorniczka podnosi się i jest porywany przez strugę powietrza.

Jak widać, zjawisk związanych z prawem Bernoulliego jest bardzo dużo i można je stosunkowo łatwo objaśnić. Ale, ale. Czy rzeczywiście wszystko już rozumiemy? Na zdrowy rozum wydawałoby się, że jeśli dmuchamy przez rurkę ze zwężeniem, to w zwężeniu powinno być wyższe ciśnienie, bo tam musimy powietrze wtłoczyć. A prawo Bernoulliego mówi, że na odwrót – jest tam niższe ciśnienie. Powiedzieliśmy, że prawo Bernoulliego odzwierciedla prawo zachowania energii. Na zakończenie podamy więc argument z użyciem sił pozwalający lepiej zrozumieć to prawo. W zwężeniach gaz lub ciecz musi płynąć szybciej, aby taka sama masa ośrodka przeszła przez zwężenie. Żeby ośrodek mógł płynąć szybciej, musi być siła przyspieszająca przepływ. Siła ta może pochodzić jedynie z różnicy ciśnień. Gdyby w zwężeniach panowało większe ciśnienie niż poza nimi, to ośrodek byłby hamowany, a nie przyspieszany.

Granica Roche'a to taka krytyczna odległość od planety, poniżej której ciekły satelita obiegający tę planetę nie może istnieć, ponieważ siły pływowe przeważałyby nad jego własną grawitacją – satelita zostałby rozerwany skutkiem pływowego działania swojej macierzystej planety. Gdy gęstości planety i satelity są jednakowe, to granica Roche'a znajduje się w odległości około 2,5 promieni planety od jej środka. Tymczasem wiadomo z wielu źródeł i nawet widzieliśmy w telewizji, że astronauta w statku na orbicie okołoziemskiej wypuszczali do kabiny kule wody, które, co prawda, nieco drgały i falowały, ale nie miały żadnej tendencji do rozrywania się – a przecież rzecz działa się dużo poniżej granicy Roche'a. Obserwacjom nie można przeczyć, pozostaje więc znaleźć przyczynę tej niespodziewanej spoistości kuli wodnej w niedozwolonym dla niej obszarze przestrzeni. Jest nią napięcie powierzchniowe wody, które dla tak małych porcji wody decydująco wpływa na ich kształt. Gdyby te kule wodne miały kilometrowe rozmiary, to co innego...

*

Księżyc odległy jest od Słońca (o masie $2 \cdot 10^{30}$ kg) o $1,5 \cdot 10^{11}$ m, a od Ziemi (o masie $6 \cdot 10^{24}$ kg) o $3,84 \cdot 10^8$ m. Stosunek jego przyspieszenia ze strony Słońca do przyspieszenia ze strony Ziemi wynosi więc

$$\frac{2 \cdot 10^{30}}{6 \cdot 10^{24}} \left(\frac{3,84 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11}} \right)^2 \approx 2,$$

czyli Słońce przyciąga Księżyc dwa razy silniej niż Ziemia. A jednak obiega on Ziemię, co każdy przecież widzi. Sprzeczności nie będzie, jeżeli wziąć pod uwagę, że gdyby układ Ziemia-Księżyc znajdował się w jednorodnym polu grawitacyjnym, to mogłoby ono być dowolnie silne, a Księżyc spokojnie obiegałby Ziemię. Oba te ciała „spadałyby” bowiem w tym polu z **jednakowym** przyspieszeniem. W rzeczywistości Ziemia i Księżyc znajdują się w niemal jednorodnym polu grawitacyjnym Słońca (bo Słońce jest dość daleko) i dlatego samo bezwzględne jego natężenie nie jest istotne. W rezultacie geocentryczny ruch Księżyca jest w dobrym przybliżeniu keplerowski i jedynie perturbowany przez oddziaływanie Słońca.

*

Każdy chyba rozumie, że skoro Księżyc przyciąga grawitacyjnie wodę ziemskich oceanów, to woda ta, mając możliwość swobodnego przelewania się po powierzchni Ziemi, musi spiętrzyć się w punkcie podksiężycowym, musi tam nastąpić przyływ. No to dlaczego woda spiętrza się również w punkcie Ziemi przeciwnym do Księżyca? Są wszak dwa przypyły i dwa odpływy w ciągu doby! Pozorny paradoks tkwi w zbyt uproszczonym tłumaczeniu przyczyny przypyłów. Księżyc wprawdzie przyciąga wodę, no ale samą Ziemię też. Woda po stronie Księżyca dlatego się podnosi, że jest przyciągana silniej niż Ziemia, a to z kolei dlatego, że jest nieco bliżej Księżyca. Po stronie przeciwnej sama Ziemia jest przyciągana silniej niż woda, więc znowu pojawia się różnica przyspieszeń grawitacyjnych powodująca podnoszenie się wody. Tak więc, przyływy to skutek nie samych oddziaływań ze strony Księżyca, lecz różnicy oddziaływań (por. *Delta* 11/1991).

*

Zastosujmy rozumowanie dotyczące pływów do Księżyca, którego ruch geocentryczny (niech to będzie w płaszczyźnie ekliptyki) jest perturbowany obecnością Słońca. W nowiu Księżyc jest silniej przyciągany przez Słońce niż Ziemia (bo bliżej Słońca), a w pełni słabiej (bo dalej). Wobec tego jego orbita powinna zostać rozciągnięta w kierunku na Słońce i przeciwnym – tymczasem tak nie jest! Tłumaczy to fakt, że orbita Księżyca nie jest tworem materialnym. W nowiu i w pełni przyspieszenie Księżyca ze strony Ziemi jest osłabiane przez pływowe działanie Słońca, zatem jego orbita musi mieć tam krzywiznę mniejszą od średniej. W pobliżu kwadr – przeciwnie – działanie pływowe Słońca pozornie zwiększa ziemską grawitację, a więc tu orbita musi mieć krzywiznę większą. W rezultacie orbita Księżyca jest spłaszczona w kierunku na Słońce i przeciwnym.



Zadania

Redaguje Michał WOJCIECHOWSKI

M 628. Udowodnić, że

$$\sum_{i=2}^{n^k} \frac{1}{i} \geq k \sum_{i=2}^n \frac{1}{i}.$$

Rozwiązanie na str. 13

M 629. Czy istnieje wielościan, którego każdy przekrój jest trójkątem?

Rozwiązanie na str. 12

M 630. Czy liczba naturalna A , co najmniej trzycyfrowa, której tylko pierwsza i ostatnia cyfra są różne od zera, może być kwadratem liczby naturalnej?

Rozwiązanie na str. 12

Redaguje Jarosław KULPA

F 331. Oszacuj, ile średnio piorunów uderza w Ziemię w ciągu sekundy, jeżeli wiadomo, że ładunek piorunu wynosi około $q = -15$ C. Dane dotyczące Ziemi: powierzchnia Ziemi naładowana jest ładunkiem $Q = -580\,000$ C, opór właściwy atmosfery wynosi $\rho = 4 \cdot 10^{13}$ Ω -m.

Rozwiązanie na str. 12

F 332. Magnes zawieszony na cienkiej nici południowym biegunem do dołu został ogrzany powyżej temperatury Curie (jest to temperatura, w której zanika namagnesowanie). W którą stronę zaczął się obracać?

Rozwiązanie na str. 12