Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.**
Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/1995.

Termin nadsyłania rozwiązań: 29 II 1996

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 293 (WT=1,11) i 294 (WT=3,12)
z numeru 1/1995
oraz
zadań 295 (WT=2,03) i 296 (WT=2,25)
z numeru 2/1995

Waldemar Pompe	– Warszawa	47,01
Tomasz Wietecha	– Tarnów	42,33
Przemysław Gadziński	– Środa Śl.	41,17
Janusz Olszewski	– Suwałki	40,79
Adam Czornik	– Bytom	39,26
Piotr Lipiński	– Radom	35,74
Tomasz Kulpa	– Katowice	34,45

Waldek Pompe: kolejna miła buzia w **Klubie 44** (numer 77).

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 193 (WT=3,36) i 194 (WT=1,53)
z numeru 2/1995

Zbigniew Galias	– Kraków	36,75
Artur Gawryszczak	– Dubeczno	35,84
Aleksander Surma	– Myszków	29,45
Dariusz Wilk	– Rzeszów	25,57
Przemysław Gadziński	– Środa Śl.	23,31
Przemysław Gworys	– Częstochowa	19,46

Zadania z matematyki nr 309 i 310

Redaguje Marcin E. KUCZMA

309. Elipsę $\{(x,y) : 49x^2 + y^2 \le 100\}$ dzielimy na dwie części prostą przechodzącą przez punkt (1,1). Obliczyć najmniejszą możliwą wartość pola mniejszej części.

310. Sześć par małżeńskich zasiada w rzędzie teatru. Ile jest możliwości rozsadzenia, przy których żaden mąż nie zajmuje miejsca obok swej żony?

Zadanie **310** zaproponował pan Mieczysław Jędrzejowski z Krakowa.

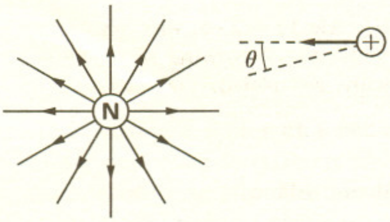
Zadania z fizyki nr 207 i 208

Redaguje Jerzy B. BROJAN

207. Fizyka teoretyczna dopuszcza możliwość istnienia tzw. monopoli magnetycznych – cząstek wytwarzających wokół siebie radialne pole magnetyczne analogiczne do pola elektrycznego cząstki naładowanej (jak dotąd, nie udało się tych cząstek wykryć doświadczalnie). Pole magnetyczne nieruchomego monopola o ładunku magnetycznym g byłoby opisane wzorem

$$\vec{B} = g\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}\,.$$

Załóżmy, że do unieruchomionego (np. mającego bardzo dużą masę) monopola o ładunku magnetycznym g zbliża się cząstka o masie m i ładunku elektrycznym q. W chwili początkowej cząstka ma prędkość v, jej odległość od monopola jest równa r, a kąt między wektorem prędkości i wektorem wodzącym $\vec{r}$ wynosi θ (rysunek). Obliczyć minimalną odległość zbliżenia cząstki do monopola.



208. Aby belka podparta w środku nie przełamała się pod własnym ciężarem, jej długość nie powinna przekraczać wartości l_1. Jaką maksymalną długość l_2 może osiągnąć bez złamania belka podparta w dwóch punktach i w których punktach należy ją podeprzeć? Wymiary poprzecznego przekroju belek i rodzaj materiału są ustalone.

Rozwiązanie zadania F 416. Należy rozwiązać układ równań ruchu poszczególnych składników układu przyjmując, że całość wykonuje podłużne drgania normalne. Oznaczmy przez x_1, x_2, x_3 wartości wychyleń kolejnych atomów z położeń równowagi.

Siły harmoniczne działające na poszczególne atomy są proporcjonalne do względnych wychyleń atomów tworzących dany oscylator:

$$F_1 = m_O\ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2)\,,$$
$$F_2 = m_C\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) - k(x_2 - x_3) = -k(-x_1 + 2x_2 - x_3)\,,$$
$$F_3 = m_O\ddot{x}_3 = -k(x_3 - x_1)\,.$$

Szukamy rozwiązania w postaci drgań harmonicznych $x_i = A_i\sin(\omega t)$. Po zróżniczkowaniu i podzieleniu stronami przez $\sin(\omega t)$ dostajemy układ trzech liniowych równań jednorodnych na trzy nieznane amplitudy.

$$\begin{array}{cccc} (k - m_O\omega^2)A_1 & -kA_2 & 0\cdot A_3 & = 0 \\ -kA_1 & (2k - m_C\omega^2)A_2 & -kA_3 & = 0 \\ 0\cdot A_1 & -kA_2 & (k - m_O\omega^2)A_3 & = 0 \end{array}$$

Nietrywialne rozwiązania takiego układu istnieją tylko wtedy, gdy wyznacznik macierzy współczynników jest równy zeru

$$\begin{vmatrix} k - m_O\omega^2 & -k & 0 \\ -k & 2k - m_C\omega^2 & -k \\ 0 & -k & k - m_O\omega^2 \end{vmatrix} = 0\,.$$

Jest to równanie szóstego stopnia i otrzymujemy trzy nieujemne wartości ω – częstości, dla których możliwe są drgania normalne powyższego układu – będące pierwiastkami tego równania:

$$\omega_I = 0,\quad \omega_{II} = \sqrt{\frac{k}{m_O}},\quad \omega_{III} = \sqrt{k\left(\frac{2}{m_C} + \frac{1}{m_O}\right)}\,.$$

(Związki między amplitudami dla poszczególnych drgań podstawowych uzyskamy wstawiając do układu równań poszczególne wartości i rozwiązując go). Eksperymentalnie obserwowane częstości kołowe wyznaczymy ze związku z częstotliwością: $\omega = 2\pi\nu$. Zgodnie z przyjętym modelem, wyższą częstotliwość obserwowaną utożsamiamy ze stanem o częstości ω_{III}, a niższą z ω_{II} i otrzymujemy ostatecznie:

$$k' = m_O\omega_{II}^2 \approx 1670\ \mathrm{N/m}\,,$$
$$k'' = \frac{m_O m_C}{2m_O + m_C}\omega_{III}^2 \approx 1420\ \mathrm{N/m}\,.$$