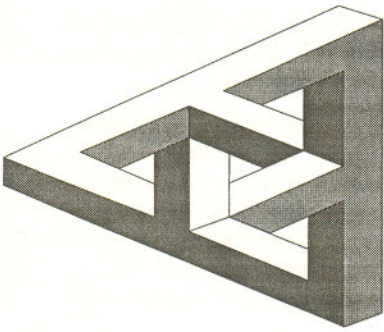




Oto nowy, atrakcyjny *Znajomy Wielościanu O Siedmiu Krawędziach*, o którym to wielościanie była mowa w $\delta 4/1996$. Mianowicie

wielościan bez trójkątnej ściany i bez trójściennego naroża.



Przypominamy, że krąg towarzyski, o którym jest mowa, składa się z różnych matematycznych obiektów, które nie istnieją, bo nie mogą (i spokojnie godzą się z tym faktem).

W tym, o czym będzie mowa dalej, wykorzystamy (raz, ale dobrze) wzór Eulera: jeśli wielościan wypukły ma S ścian, K krawędzi i W wierzchołków, to

$$S - K + W = 2.$$

Oznaczmy teraz przez s_i liczbę i -kątnych ścian rozpatrywanego wielościanu i przez w_i liczbę jego i -ściennych naroży. Wówczas

$$s_3 + s_4 + \dots = S \quad \text{i} \quad 3s_3 + 4s_4 + \dots = 2K$$

oraz

$$w_3 + w_4 + \dots = W \quad \text{i} \quad 3w_3 + 4w_4 + \dots = 2K.$$

Obliczając stąd $4S$ i $4W$ otrzymujemy

$$s_3 - s_5 - 2s_6 - 3s_7 - \dots = 4S - 2K$$

i

$$w_3 - w_5 - 2w_6 - 3w_7 - \dots = 4W - 2K.$$

Dodając to stronami i wstawiając, zgodnie ze wzorem Eulera, 8 w miejsce $4S - 4K + 4W$ dostajemy ostatecznie

$$s_3 + w_3 = 8 + (s_5 + w_5) + 2(s_6 + w_6) + 3(s_7 + w_7) + \dots \geq 8.$$

Nie tylko więc nie ma wielościanu wypukłego bez trójkątnej ściany i trójściennego naroża, lecz w sumie musi być takich ścian i takich naroży co najmniej 8. To minimum realizuje czworościan, który ma cztery takie ściany i cztery takie naroża, sześcian (0 i 8) i ośmiościan (8 i 0).

Miłośnikom *Znajomych Wielościanu O Siedmiu Krawędziach* polecamy nowy trop. Poszukiwać można wielościanu, w którym średnia liczba boków ściany przekracza liczbę 6. Podobnie, chyba do tego samego towarzystwa należy wielościan o większej od sześciu średniej liczbie krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka. Kto wie, może Klub ZWOSKu będzie się rozrastał szybciej niż Klub 44?

W twierdzeniu Eulera mówi się o wielościanie wypukłym. Z tego wyprowadzamy nieistnienie tytułowego wielościanu. Pozostaje pytanie, czy istnieje wielościan niewypukły nie mający ani trójkątnej ściany, ani trójściennego naroża. Może Czytelnicy znają taki wielościan ?

