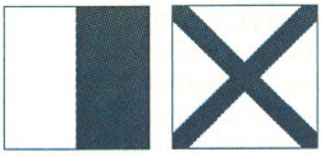
Jeszcze o Europejskim Konkursie Prac Młodych Naukowców

O organizowanym od 1989 roku przez Komisję Europejską Konkursie Prac Młodych Naukowców, obejmującym wszystkie dziedziny nauk ścisłych i przyrodniczych, pisaliśmy m.in. w *Delcie* 5/1995, stwierdzając wtedy:

> „Konkurs polega na współzawodnictwie napisanych wcześniej prac uczestników. Szansę na nagrody mają prace stanowiące kompletne rozwiązanie ciekawego zagadnienia. Na konkurs trafiają, oczywiście, prace o rozmaitym poziomie, jednakże zdobywcy nagród prezentują dzieła na poziomie (co najmniej) niezłej polskiej pracy magisterskiej. Stanowi to poważne wyzwanie dla ewentualnych polskich uczestników."



HV – Czy zderzyliście się?

Po blisko dwóch latach, które minęły od tamtej pory, wygląda na to, że *Polacy nie gęsi.* Nasi młodzi reprezentanci potrafią się świetnie odnaleźć w szerokiej stawce żądnych nagród finalistów konkursu. Polska, korzystając z możliwości stworzonej przez stowarzyszenie ze Wspólnotą Europejską, dwukrotnie wzięła udział w finałach konkursu (Newcastle, wrzesień 1995 r.; Helsinki, wrzesień 1996 r.). Za każdym razem nie obyło się bez nagród. O szczegółach za chwilę; przypomnijmy najpierw jeszcze jeden fragment tekstu sprzed dwóch lat.

> „W krajach Wspólnoty Europejskiej konkurs ma bardzo dużą rangę: zdobycie nagrody w Konkursie Europejskim jest cenione wyżej, niż laury z międzynarodowych Olimpiad. Rangę konkursu zapewnia z jednej strony wysoki poziom nagradzanych prac, z drugiej – Jury złożone z wybitnych naukowców. Nie bez znaczenia są wysokie nagrody: trzy pierwsze po 5000 ECU, trzy drugie po 3000 ECU oraz sześć trzecich po 1500 ECU (Czytelnicy zechcą sięgnąć do dowolnej gazety po tabelę kursów i przeliczyć te sumy na stare i nowe złotówki)."

W Newcastle, gdzie Polskę reprezentowały trzy prace (z biologii, fizyki i matematyki), trzecią nagrodę wywalczyli matematycy z Warszawy, Marcin Kowalczyk i Marcin Sawicki. Obszerny skrót ich pracy pt. *Siła zbioru*, poświęconej wspólnemu uogólnieniu takich pojęć, jak charakterystyka Eulera, moc, miara, czy prawdopodobieństwo, zaczyna się na następnej stronie.

Jak pisaliśmy przed dwoma miesiącami, podczas finału w Helsinkach obie startujące w nim polskie prace zdobyły nagrody, dzięki czemu znaleźliśmy się na drugim miejscu, wśród trójki największych łowców nagród, ex aequo z Wielką Brytanią. Wyprzedzili nas tylko Niemcy. O sukcesach matematyków, Macieja Kurowskiego i Tomasza Osmana, oraz paleontologa, Radosława Skibińskiego, można zresztą było dowiedzieć się w poniedziałek 30 września 1996 r. z *Gazety Wyborczej* czy głównego wydania Wiadomości TV.

Radosław Skibiński odnalazł w rejonie Rudawki Rymanowskiej (Beskid Niski) szczątki nie znanych do tej pory ryb oligoceńskich oraz odtworzył ich tryb życia i budowę anatomiczną.

Tomasz Osman i Maciej Kurowski przedstawili rozszerzoną wersję pracy pt. *Wielowymiarowe uogólnienie twierdzenia Bezout*, za którą wcześniej, w 1995 roku, T. Osman zdobył złoty medal w Konkursie Prac Uczniowskich z Matematyki, współorganizowanym przez redakcję *Delty*. Oto niezbyt precyzyjne streszczenie najważniejszego wyniku ich pracy. Jeśli wielomian n zmiennych rzeczywistych W_1 jest nierozkładalny (tzn. nie jest iloczynem dwóch innych niższego stopnia), oraz przyjmuje zarówno wartości dodatnie, jak i ujemne, a wielomian W_2 zeruje się wszędzie tam, gdzie zeruje się W_1, to wtedy wielomian W_2 dzieli się bez reszty przez wielomian W_1, tzn. istnieje taki wielomian D zależny od n zmiennych rzeczywistych, że dla wszystkich $x_1, \ldots, x_n$ mamy

$$W_2(x_1, \ldots, x_n) = D(x_1, \ldots, x_n) \cdot W_1(x_1, \ldots, x_n)\,.$$

Kluczowy etap dowodu polega na tym, by zbadać, w jaki sposób zbiór Z wszystkich zer wielomianu W_1 jest położony w przestrzeni $\mathbf{R}^n$. Autorzy dowodzą, że rzut zbioru Z na pewną $(n-1)$-wymiarową podprzestrzeń utworzoną przez wszystkie prócz jednej osie układu współrzędnych w $\mathbf{R}^n$ zawiera $(n-1)$-wymiarową kulę otwartą. Czytelnik zainteresowany szczegółami może zajrzeć do marcowego numeru *Delty* sprzed roku.

Rozwiązanie zadania M 803. Jeśli $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ jest funkcją okresową o okresie 1, to wówczas przekształcenie f prostej rzeczywistej dane wzorem $f(x) = g(x) + x$ spełnia dla każdego $x \in \mathbf{R}$ warunek

$$f(x+1) = g(x+1) + (x+1) = \\ = g(x) + x + 1 = f(x) + 1\,.$$

Mówiąc inaczej, obrazy przy przekształceniu f odległych o 1 punktów x i $x+1$ też są odległe o 1.

Jeśli przyjmiemy dodatkowo, że $g(0) = 0$, to $f(0) = 0$, a $f(1) = 1$. Jedyną izometrią prostej rzeczywistej zachowującą punkty 0 i 1 jest przekształcenie identycznościowe $f(x) = x$. Zatem, jeśli g nie znika tożsamościowo, np. $g(x) = x - [x]$, czy też $g(x) = \frac{1}{10}\cos(2\pi x)$, to f nie jest izometrią.

Uwaga. Czytelnik zechce wskazać przykład przekształcenia f spełniającego warunki zadania i takiego, że $g(x) = f(x) - x$ nie jest funkcją okresową.

Coroczne sukcesy młodych polskich matematyków w finałach Europejskiego Konkursu zachęcają do wysunięcia następującej nieśmiałej hipotezy: złoty medal w Konkursie Prac Uczniowskich z Matematyki, poparty wiarą w siebie i wyszlifowaną angielskojęzyczną wersją pracy, pozwala przy odrobinie szczęścia na zdobycie przynajmniej trzeciej nagrody w Konkursie Europejskim. Zobaczymy, czy hipoteza ta potwierdzi się w czasie finałów IX Europejskiego Konkursu Prac Młodych Naukowców w Mediolanie, w dniach 9–14 września 1997 roku – być może weźmie w nich udział kolejny złoty medalista Konkursu Prac Uczniowskich, Michał Stukow z Gdańska (protokół z finału konkursu opublikowany jest w *Delcie* 1/1997). Skrót jego zwycięskiej pracy opublikujemy za miesiąc; teraz godzi się wspomnieć, że główny wynik polega – jak w przypadku T. Osmana i M. Kurowskiego – na ciekawym, nie znanym wcześniej uogólnieniu osiemnastowiecznego rezultatu „z nazwiskiem".

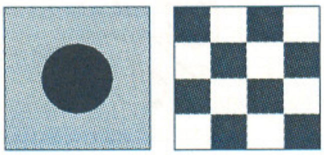
M. Stukow uogólnił, mianowicie, na przypadek czworokąta tzw. wzór Eulera, orzekający, że w dowolnym trójkącie promień okręgu opisanego R, promień okręgu wpisanego r i odległość d środków obu tych okręgów powiązane są zależnością $d^2 = R^2 - 2Rr$. Okazuje się, że jeśli (skądinąd dowolny) czworokąt ma tę własność, że można zarówno opisać na nim okrąg, jak i wpisać weń okrąg, to wtedy odległość d środków obu okręgów wyraża się wzorem

$$d^2 = R^2 + r^2 - r\sqrt{r^2 + 4R^2}$$

(R i r oznaczają, odpowiednio, promienie okręgu opisanego i wpisanego).

Redaktorom *Delty*, nie licząc wszelkich innych ważniejszych powodów, choćby i metryka nie pozwala marzyć o zdobywaniu laurów w Europejskim Konkursie, przeznaczonym dla osób w wieku 15–21 lat. Czytelników w odpowiednim wieku, którzy mają w dodatku pomysły, umiejętności i dobre chęci, zachęcamy do doświadczalnego weryfikowania naszej hipotezy. Wystarczy brać udział najpierw w jednym, a potem w drugim konkursie.

Szczegółowe informacje na temat warunków uczestnictwa w Europejskim Konkursie Prac Młodych Naukowców można uzyskać w biurze Krajowego Funduszu na Rzecz Dzieci (ul. Chocimska 14, 00-791 Warszawa).

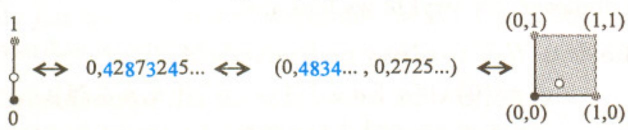


IN – Potrzebuję nurka.

Siła zbioru

Marcin KOWALCZYK i Marcin SAWICKI

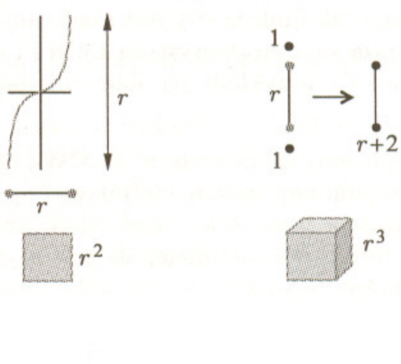
Zapewne wielu Czytelników *Delty* było kiedyś szczerze zaskoczonych dowiedziawszy się, że odcinek i kwadrat są zbiorami równolicznymi, czyli że istnieje między nimi bijekcja (rys. 1). Cóż dziwnego, skoro sam odkrywca tego faktu, Georg Cantor, miał napisać w swoim liście do Dedekinda: „widzę to, lecz nie wierzę w to" (cytat za [5]). Oba zbiory rozróżnia pojęcie wymiaru, lecz ono z kolei utożsamia np. odcinek otwarty z domkniętym, a ten ostatni ma przecież o dwa punkty więcej, nieprawdaż?



Rys. 1

W niniejszej pracy wprowadzamy pojęcie siły zbioru. Jest to charakterystyka pewnych zbiorów, uwzględniająca zasugerowane powyżej intuicje i będąca w istocie połączeniem wymiaru i charakterystyki Eulera. Siła zbioru będzie zawsze pewnym wielomianem jednej zmiennej r.

Spróbujmy na początek przyjąć, że siła zbioru liczb rzeczywistych jest równa r. Intuicja podpowiada wówczas, by siłę odcinka otwartego, odcinka domkniętego, kwadratu i kostki obliczyć tak, jak to pokazuje rysunek 2. Kolejne sugestie obliczenia siły, dla zbiorów bardziej skomplikowanych, przedstawia rysunek 3.



Rys. 2