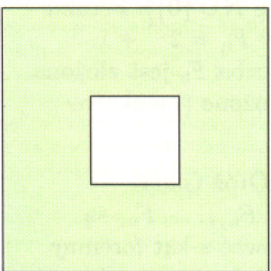


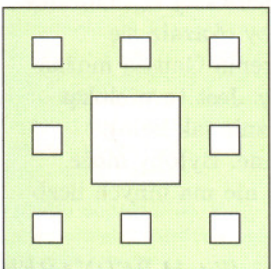


## Fatalny fraktalny dywan

- Nie jest źle – powiedział Jasio. – Jest fatalnie.  
– dodał po chwili i zaprosił swych przyjaciół do środka. Jacek z Agatką weszli do pokoju. Na podłodze leżał dywan w kształcie kwadratu. Nie było w nim nic nadzwyczajnego oprócz tego, że w samym środku miał wypaloną dziurę.  
– Bawiłeś się zapalnikami? – zdziwił się Jacek.  
– Nie jestem dziewczynką i nie mam zapalek – mruknął Jasio, a Jacek i jego siostra niemal w tej samej chwili przypomnieli sobie, że w zeszły piątek Jasio kupił sobie zestaw młodego chemika.  
– Nie o to zresztą chodzi, skąd się ta dziura wzięła. Trzeba coś z nią zrobić. Tym bardziej że... to jest dywan sąsiada. Miałem mu go wytrzeć i... Sami widzicie.  
– Może da się zaszyć?  
– Gdzież tam! Za duża dziura.  
Przez chwilę milczeli zrezygnowani.  
– No to może równo wytniemy? – zaproponowała Agatka. – Taki kwadracik na środku... Będzie trochę ładniej...  
– Nie ma wyjścia – westchnął po chwili namysłu Jasio i spytał – Pomożecie?  
– Pomożemy! – zawołali radośnie. Kiedy już było

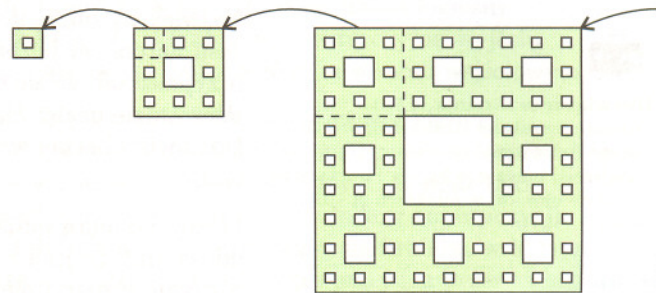


po wszystkim, Jacek pokręcił głową.  
– Mogłoby być ładniej. Gdyby jeszcze zrobić takie same dziurki dookoła. Tylko mniejsze. O takie... Dał przykład.



– No i coś ty zrobił? Teraz to już chyba rzeczywiście musimy takie dziurki dorobić.  
– I co? Nie miałem racji?  
– spytał Jacek, gdy wycięli następne 8 kwadratowych dziur. – Ślicznie, prawda?  
– Rzeczywiście, teraz to ten dywan jest taki... taki...

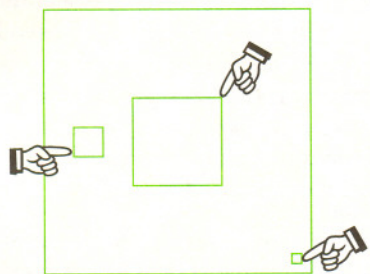
- zaczęła Agatka, ale nie mogła skończyć.  
– No jaki?  
– Taki... podobny do siebie!  
– ?  
– No, tak, bo jakby wyciąć taki mały kwadracik, to ten mały kwadracik znów byłby taki jak cały dywan.  
– Ja wiem! Takie coś, co się da podzielić na mniejsze części, z których wszystkie są takie jak to coś, tylko mniejsze, to się nazywa fraktal!  
– pochwalił się swą wiedzą Jasio i Jacek już wiedział, za co chwilami nie lubi swojego najlepszego kolegi.  
– Ojej! – zapiszczała Agatka – To zrobiliśmy fraktalny dywan!  
– Zrobiliśmy fatalny dywan – zimno wycedził Jacek. – Żeby on był fraktalny, to trzeba jeszcze dorobić dalsze dziury. Przecież widzisz, że każdy mały kwadracik ma tylko jedną dziurę, a ten duży osiem więcej.  
– No to każdemu małemu doróbmy po osiem! – zaproponowała Agatka.  
– To wtedy duży będzie miał o 64 więcej!



- No to jeszcze wytnijmy 64 w każdym małym!!  
– To w dużym będzie...  
– Przestańcie się wydierać! Wiecie, kto pode mną mieszka... – trzeźwo przypomniał Jasio. Uspokoił się.  
– Ale... to chyba nie jest dywan...  
– Nie, to nie jest dywan aspiranta Sieczko, ale jak będziemy tak wrzeszczeć, to przyjdzie nas upomnieć.

Przez chwilę było cicho.

- No to co? To nie da się tak zrobić, żeby ten dywan był fraktalny?
- Da się, tylko trzeba wycinać w nieskończoność.
- Ojej, a my musimy za godzinę wracać do domu
- zmartwiła się Agatka. - A poza tym, jakbyśmy tak wycinali... to z tego dywanu zostałyby same dziury...
- Eeetam. Popatrz, to by zostało i to. I tutaj.



- Aha, ale to by była tylko taka jedna nitka, tylko że tak pozawijana i pozawijana...
- Czyli dywan byłby jednowymiarowy.
- Niby tak. Ale on by był trochę... - Agatka nie mogła znaleźć słowa. - taki... Bardziej wymiarowy...
- Półtorawymiarowy - mruknął złośliwie Jacek.
- Głupek - obraziła się na brata Agatka.
- A może Agatka ma rację? Może ten dywan ma jeszcze taki inny wymiar?
- No, na pewno - znów ironicznie odezwał się Jacek - Fraktalny może?
- Dlaczego nie? Tylko jak go określić... Hmm, popatrzcie, ten dywan... jakby go tak powycinać w nieskończoność, składałby się z 8 mniejszych kwadracików o boku 3 razy mniejszym niż ten duży...
- To może ma wymiar  $8/3$ ? - zaproponowała Agatka. Jacek popukał się w głowę. - Przecież  $8/3$  jest większe od dwóch. Agatka umilkła.
- Gdyby zwykły kwadrat pociąć na kwadraty o boku 3 razy mniejszym, to byłoby ich 9. A jakby pociąć na kwadraty o boku 2 razy mniejszym, to byłoby ich cztery - zastanawiał się Jasio. - Kwadrat ma wymiar 2. Więc trzeba wymyślić taką funkcję, żeby  $f(2, 4) = f(3, 9) = 2$ . I jeszcze żeby  $f(3, 8)$  było między 1 a 2. Macie jakiś pomysł? Jak z 2 i 4 wyliczyć dwójkę? No, i żeby tak samo z 3 i 9 również wyliczyć 2... Myśleli przez chwilę.
- Wiem! - zawołał Jacek -  $3^2 = 9$ , a także  $2^2 = 4$ !
- Aha! - ucieszył się Jasio. - To musi być logarytm!
- Loga... co? - spytała Agatka.
- Logarytm z jakiejś liczby  $N > 0$  przy podstawie  $p > 0$  i różnej od 1, to taka liczba  $b = \log_p N$ , że  $p^b = N$  - wyrecytował Jasio. - Więc np.  $\log_2 4 = 2$ ,

bo  $2^2 = 4$ , a  $\log_3 9 = 2$ , bo  $3^2 = 9$ . Dlatego  $\log_p N$  to nasza funkcja  $f(p, N)$ .

- Agatka spojrzała na Jasia z podziwem, a Jacek z politowaniem. Ech, ten Jasio! Jak on się popisuje, żeby tylko zaimponować kobiecie.
- To jaki wymiar ma ten dywan z dziurami?
- To będzie...  $\log_3 8$ . Czyli jakaś liczba między 1 a 2, bo  $3^1 = 3 < 8$ , a  $3^2 = 9 > 8$ . Chodźmy do drugiego pokoju. Tam mam kalkulator.
- Około 1,893 - oświadczył triumfalnie Jasio, gdy zobaczył wynik.
- Czekaaj, czekaaj. - powiedział Jacek. - To jaka w końcu jest definicja tego wymiaru fraktalnego?
- Masz fraktal. Rozkładasz go na  $N$  części, każda taka sama jak całość, tylko mniejsza  $p$  razy. To wymiar fraktala wynosi:  $\log_p N$ .
- No dobrze, ale czy to działa w innych wymiarach? Sprawdźmy, czy się zgadza dla sześciangu.
- To będzie np. jak dla kostki Rubika... Sześciang możesz rozłożyć na... 27 sześciangów o boku 3 razy mniejszym. I mamy:  $\log_3 27 = 3$ , bo  $3^3 = 27$ . A sześciang jest trójwymiarowy! To działa!
- A odcinek?
- Odcinek możesz pociąć np. na cztery odcinki cztery razy krótsze. I masz  $\log_4 4 = 1$ . Super!
- Słuchaj, Jasiu - powiedział Jacek. - Ten wymiar jest określony tylko dla takich samopodobnych figur. Ale czy ty myślisz, że kwadrat, sześciang i odcinek to są fraktale? Przecież one są zupełnie... takie... normalne.
- To pewnie fraktale są tylko wtedy, gdy ich wymiar fraktalny jest większy od tego zwykłego. Topologicznego - powiedział Jasio, a Agatka znów popatrzyła na niego z dumą. Jacek pokręcił głową. Wcale nie chciałby mieć takiego przemądrzałego szwagra.
- A ja kiedyś słyszałam - powiedziała Agatka - że brzeg płatka śniegu to też fraktal. Policzmy dla niego!
- W tej samej chwili usłyszeli jednak jakiś hałas w pokoju, z którego niedawno wyszli. Pobiegli z powrotem. Okazało się, że to zemdląca mama Jasia. Kiedy ją ocucili, spytała:
- Synku, co ty zrobiłeś z dywanem pana Sierpińskiego? Przecież będziemy musieli ten dywan odkupić! Czy ty wiesz, jak trudno dziś o pieniądze?
- Jasio westchnął, spuścił głowę i pomyślał: czy to zawsze tak w życiu jest, że kiedy tylko człowiek zacznie się zajmować jakimś poważnym naukowym problemem, to od razu musi wracać do szarej codzienności?

Małą Deltę przygotował Witold SADOWSKI