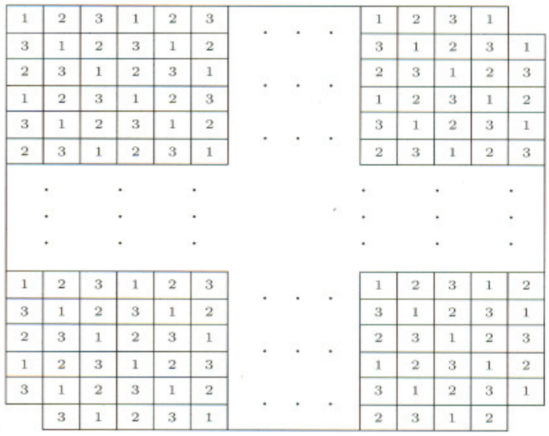
DLACZEGO? (III/1)

W następnym Γ-limatiasie opowiem o ciągu, którego początkowych 57 wyrazów podanych jest w tabeli obok. **DLACZEGO** chcę o nim opowiedzieć i **DLACZEGO** podałem akurat 57 początkowych wyrazów? Jeśli nie chcesz czekać na odpowiedź cały miesiąc, Drogi Czytelniku, spróbuj odgadnąć, wedle jakiej reguły tworzony jest ten ciąg i jaki jest jego 58. wyraz.

n	a_n	n	a_n	n	a_n
1	11	20	1	39	3
2	2	21	29	40	5
3	6	22	9	41	13
4	9	23	22	42	21
5	15	24	12	43	29
6	6	25	2	44	6
7	14	26	8	45	26
8	4	27	18	46	9
9	22	28	28	47	31
10	18	29	19	48	24
11	3	30	10	49	17
12	12	31	1	50	10
13	2	32	8	51	3
14	16	33	17	52	4
15	11	34	26	53	11
16	18	35	6	54	18
17	6	36	27	55	25
18	6	37	19	56	32
19	18	38	11	57	2

MIĘDZY NAMI OSZUSTAMI (27′)

Wyjaśnienie oszustwa (27):



Przedstawiony sposób rozumowania jest nieoceniony przy dowodzeniu niemożliwości pokrycia figury klockami, jednak dla dowodu, że pokrycie istnieje, jest praktycznie bezużyteczny.

Dowód możliwości pokrycia polega najczęściej na pokazaniu, jak takie pokrycie wygląda.

Zadanie 1 zostało rozwiązane poprawnie, natomiast konkluzja rozwiązania zadania 2 jest błędna. Nieco inne ponumerowanie pól danej figury (patrz wyżej) pokazuje, że żądane pokrycie nie jest możliwe, mamy bowiem 850 pól z liczbą 1, 848 pól z liczbą 2 i 849 pól z liczbą 3.

MIĘDZY NAMI OSZUSTAMI (28′)

Wyjaśnienie oszustwa (28):

Nie jest prawdą, że można przyjąć założenie $a \le b \le c \le d \le e$. Wyrażenie dane w zadaniu ma pewną symetrię, jednak jest ona niepełna. Żadna z liczb a, b, c, d, e nie jest niczym wyróżniona, wyrażenie nie zmieni się przy cyklicznym (i tylko przy cyklicznym!) przestawieniu tych liczb. Można więc bez szkody dla ogólności założyć, że a jest najmniejszą spośród liczb a, b, c, d, e. Jeśli jednak zdecydujemy, która z liczb nazywa się a, to pozostałe są już ustalone „na sztywno". Np. c jest tą liczbą, która występuje w składniku $\sqrt[6]{a}\sqrt[3]{c}$, z kolei e występuje w $\sqrt[6]{c}\sqrt[3]{e}$ itd.

Jednak uporządkowanie liczb a, b, c, d, e nie jest w rozwiązaniu zadania konieczne. Kluczowa nierówność

$$\sqrt[6]{a}\sqrt[3]{c} + \sqrt[6]{b}\sqrt[3]{d} + \sqrt[6]{c}\sqrt[3]{e} + \sqrt[6]{d}\sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{e}\sqrt[3]{b} \le$$
$$\le \sqrt[6]{a}\sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{b}\sqrt[3]{b} + \sqrt[6]{c}\sqrt[3]{c} + \sqrt[6]{d}\sqrt[3]{d} + \sqrt[6]{e}\sqrt[3]{e}$$

może być wywnioskowana z twierdzenia o ciągach jednomonotonicznych na podstawie obserwacji, że ciągi $(\sqrt[6]{a}, \sqrt[6]{b}, \sqrt[6]{c}, \sqrt[6]{d}, \sqrt[6]{e})$ i $(\sqrt[3]{a}, \sqrt[3]{b}, \sqrt[3]{c}, \sqrt[3]{d}, \sqrt[3]{e})$ mają ten sam porządek, tzn. że ta sama permutacja ustawi je w porządku niemalejącym.

O szkodliwości dla ogólności napiszemy w następnym Γ-limatiasie.

Korespondencję do Γ-limatiasu prosimy kierować pod adresem:
Jarosław Wróblewski, Instytut Matematyki Uniwersytetu Wrocławskiego, Plac Grunwaldzki 2/4, 50-384 WROCŁAW; e-mail: jwr@math.uni.wroc.pl