

tu analizować ewolucji poszczególnych mikrostanów, ale można skorzystać z zasady maksymalizacji entropii.

Warto pamiętać, że druga zasada termodynamiki czy też zasada maksymalizacji entropii jest fundamentalnym prawem przyrody i nie można jej wyprowadzić z bardziej podstawowych praw, lecz tylko potwierdzać doświadczalnie. Dlatego Boltzmann w istocie przyczynił się do powstania nowego prawa fizyki.

Do dzisiaj idea Boltzmann'a nie jest w pełni doceniana przez fizyków, którym bardzo trudno przestawić się z myślenia „to jest mój układ fizyczny” na „to jest moja informacja o układzie”. Sprawę komplikuje dodatkowo statystyczna interpretacja mechaniki kwantowej, która nie ma nic wspólnego ze statystyką w sensie Boltzmann'a.

Adam BEDNORZ

## Chaos

Suma przesądów nabytych w dzieciństwie podpowiada, że ruch zawsze jest dość prosty, choćby nawet wyglądał na skomplikowany. Rzeczywiście, nie wydaje się zbyt pogmatwany ruch upuszczonego kamienia, ruch wahadła czy wystrzelonego pocisku, a pozornie chaotyczny ruch planet nad naszymi głowami też daje się prosto wytłumaczyć jako nałożenie kilku ruchów periodycznych o różnych okresach (nazywa się taki ruch quasi-periodycznym). Oczywiście, ktoś złośliwy mógłby zapytać: a co z opisaniem ruchu cząsteczek w szklance wody? Czy to też taki prosty ruch? Ale my moglibyśmy wzruszyć ramionami i odpowiedzieć, że ruch ten jest skomplikowany tylko dlatego, że cząsteczek jest tak dużo, iż nawet nie potrafimy ich efektywnie ponumerować, a co dopiero obliczać ich trajektorie. Problem nie tkwi więc w charakterze ruchu, lecz w liczbie składników układu.

Odkrycie chaosu dokonało się wtedy, gdy rozumiano, że nawet w bardzo prostych układach złożonych z niewielu cząstek możemy spotkać się z ruchem praktycznie nieprzewidywalnym, w którym drobne zmiany początkowego położenia powodują olbrzymie zmiany w ewolucji całego układu, a cząstki poruszają się po niezwykle zagmatwanych trajektoriach, nie dążą do żadnego stanu stacjonarnego ani nie poruszają się ruchem periodycznym czy też quasi-periodycznym. Niektórzy podejrzewają, że w połowie XIX wieku J.C. Maxwell wiedział już, że tego typu „dziwny ruch” charakteryzuje dwie zderzające się cząsteczki gazu umieszczone w pudełku. Podobnie dziwny ruch o niezwykle skomplikowanych trajektoriach odkrył pod koniec XIX stulecia H. Poincaré badając ruch trzech ciał oddziałujących na siebie siłą grawitacji. Później odkrywali chaos nie tylko matematycy, ale nawet żołnierze w okopach, choć ci ostatni pewnie nie do końca zdawali sobie z tego sprawę. Nieraz przeklinali bowiem wzmacniacze radiowe i ich producentów, nie wiedząc, że problem tkwił w samym równaniu, które opisuje sygnał wyjściowy wzmacniacza, gdy na wejściu jest czysty sinus. Jak odkryli potem M. Cartwright i J. Littlewood, przy dużych mocach rozwiązanie wspomnianego równania stają się właśnie nieperiodyczne, chaotyczne. Wreszcie, pod koniec lat sześćdziesiątych XX wieku E. Lorenz odkrył, że rozwiązania pewnego bardzo prostego układu równań różniczkowych, wykorzystywanego w meteorologii, są bardzo wrażliwe na drobne zmiany warunków początkowych. Okazało się bowiem, że wystarczy zmienić cyfrę choćby na szóstym miejscu po przecinku w określeniu stanu początkowego, a układ będzie ewoluował zupełnie odmiennie. Odkryciem E. Lorenza nikt się jednak nie interesował, bo opublikował je w piśmie meteorologicznym, a jaki matematyk czyta takie pisma? Wyjątkowy raczej. W końcu jednak wraz z upowszechnieniem komputerów oglądanie wykresów rozwiązań prostych układów równań stało się zajęciem powszechnym i nagle zrozumiano, że ruch chaotyczny wcale nie jest wyjątkiem, lecz raczej regułą.

Kto zatem „wymyślił chaos”? Kto pierwszy zdał sobie sprawę z jego istnienia i powszechności? Trudno jednoznacznie odpowiedzieć. W końcu już starożytni Grecy twierdzili, że był on na początku...

W. S.



### Rozwiązanie zadania M 989.

Jak wynika z zadania 988b) wszystkie osie symetrii przechodzą przez jeden punkt  $O$ . Jeśli  $l_1$  i  $l_2$  są osiami symetrii  $W$ , to, jak wynika z zadania 988a),  $l_3 = S_{l_1}(l_2)$  również nią jest. Wybierzmy jedną z osi symetrii  $l$ . Pozostałe osie można rozbić na pary osi symetrycznych względem  $l$ . Prosta  $l'$  prostopadła do  $l$  i przechodząca przez  $O$  musi być osią symetrii  $W$ , w przeciwnym bowiem razie liczba osi symetrii byłaby nieparzysta. Złożenie  $S_{l'} \circ S_l$  jest symetrią względem  $O$  i przeprowadza  $W$  na siebie. Wynika stąd, że  $O$  jest środkiem symetrii  $W$ .



### Rozwiązanie zadania M 990.

Wybierzmy jedną z osi symetrii  $l$  rozpatrywanej bryły. Pokażemy, że pozostałe osie można połączyć w pary, z czego będzie wynikać teza zadania. Jeśli  $l'$  jest osią symetrii, która nie przecina  $l$  lub nie jest do niej prostopadła, to prostą  $l''$  łączymy w parę z prostą symetryczną do  $l'$  względem  $l$  (jest ona osią symetrii na mocy tezy zadania 988a) – patrz uwaga). Jeśli zaś oś  $l'$  jest prostopadła do  $l$  i przecina ją w pewnym punkcie  $O$ , to łączymy ją w parę z prostą  $l''$ , która jest prostopadła do  $l$  i  $l'$  i przechodzi przez  $O$  (jest ona osią symetrii, bowiem jak nietrudno dowieść  $S_{l''} = S_{l'} \circ S_l$ ). Jak więc widać, rozbić na pary zbioru wszystkich osi symetrii oprócz  $l$  jest możliwe, z czego wynika teza zadania.