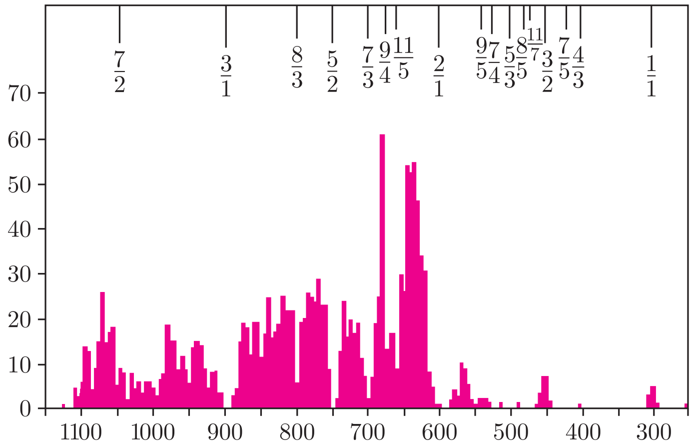
Okna Kirkwooda

Pierwszą planetoidę odkrył Giuseppe Piazzi na samym początku XIX w. Wkrótce znaleziono ich całe mnóstwo i w roku 1865 Daniel Kirkwood zrobił pierwszą, niezmiernie ważną ich statystykę: zależność liczby planetoid od półosi orbity (lub – co na jedno wychodzi – od okresu obiegu czy też kątowej prędkości obiegowej; na rysunku argumentem wykresu jest prędkość kątowa, zwana w astronomii średnim ruchem dziennym, gdyż doba jest wygodną i powszechnie stosowaną jednostką czasu). Na oko wykres jest po prostu mocno nieregularny, pewne orbity są gęsto obsadzone przez planetoidy, a inne orbity są puste. Otóż to! Kluczem do uzyskania odpowiedzi na pytanie, co to są za orbity, jest ustalenie, gdzie na osi poziomej wykresu jest... Jowisz. Obiega on Słońce po orbicie o półosi 5,2 j.a., zatem jego średni ruch dzienny wynosi $300''$. Dla tej wartości – jak widać – istnieje niewielka liczba planetoid, podobnie inne planetoidy skupione są przy $450''$ oraz przy $570''$. Nie ma natomiast lub prawie nie ma planetoid o ruchu dziennym 550, 600, 700, 750, 800, $900''$. Nietrudno zauważyć, że podane liczby to odpowiednio 1/1, 3/2, 19/10 dla pierwszej grupy oraz dla drugiej 9/5, 2/1, 7/3, 5/2, 8/3 i 3/1 prędkości kątowej Jowisza. Inaczej mówiąc, orbity będące w rezonansie z Jowiszem są jakieś osobliwe: planetoidy albo się na nich skupiają, albo ich unikają.



Brak planetoid na orbitach rezonansowych – czyli obecność **„okien"**, przerw w wykresie **Kirkwooda** – nietrudno wytłumaczyć. Rezonans np. 5/2 oznacza, że 5 obiegów planetoidy trwałoby tyle samo (w rozsądnym przybliżeniu) co 2 obiegi Jowisza. Po takim czasie powtarzałaby się więc konfiguracja Jowisz-Słońce-planetoida, a więc też taka sama perturbacja planetoidy przez Jowisza, co zmusiłoby planetoidę do opuszczenia takiej orbity. Najwyraźniej tak właśnie się stało. W dodatku tendencja do wyrzucania planetoid z ich orbit rezonansowych jest tym słabsza, im wyższy jest rząd rezonansu, czyli różnica między licznikiem i mianownikiem odpowiedniego ułamka. Dlatego orbity o rezonansach wyższych rzędów nie są całkiem puste. Nie potrafimy natomiast ogólnie uzasadnić skupiania się planetoid na innych orbitach rezonansowych. W rezonansie 1/1 z Jowiszem są, jak wiadomo, planetoidy trojańskie (Grecy i Trojanie), obiegające Słońce po orbicie Jowisza, ale rezonansów przyciągających jest w Układzie Słonecznym dużo więcej. Nie wiadomo nawet, czy istnieje teoria wspólna dla nich wszystkich, czy każdy z nich to indywidualny przypadek.

T. K.

Kostka Hilberta i kostka Tichonowa

Każdy wie, jak wygląda kostka. Matematycznie kostka jest to sześcian, a używając formalnego zapisu $I^3 = I \times I \times I$, gdzie $I = [0, 1]$ jest przedziałem jednostkowym. Bez problemu definiujemy też kostkę n-wymiarową I^n jako iloczyn kartezjański n egzemplarzy przedziału jednostkowego albo jako zbiór ciągów n-elementowych o wartościach w I. Czy można badać kostkę nieskończoną $I \times I \times I \times \ldots \times I \times \ldots$? Naturalnie, będzie to zbiór nieskończonych ciągów przyjmujących wartości w przedziale jednostkowym. Często oznacza się taką kostkę przez $I^{\mathbb{N}}$ albo $I^{\aleph_0}$ i nazywa **kostką Hilberta**. Dokładniej kostką Hilberta jest $I^{\aleph_0}$ wyposażona w specjalnie zdefiniowaną odległość, czyli jest to przestrzeń metryczna. Kostka Hilberta jest w pewnym sensie uniwersalną przestrzenią metryczną. Okazuje się, że każda przestrzeń metryczna ośrodkowa może być w kostce Hilberta odpowiednio zanurzona (tj. włożona homeomorficznie). Czyli kostka Hilberta jakby zawiera w sobie kopie wszystkich takich przestrzeni. Ośrodkowość oznacza, że w przestrzeni jest zbiór przeliczalny i gęsty – coś takiego, jak zbiór liczb wymiernych w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zamiast ciągów możemy też rozważać funkcje określone na dowolnym zbiorze X (np. $X = \mathbb{R}$) o wartościach w I. Zbiór takich funkcji (szczególnie, gdy X jest nieprzeliczalny) nazywamy często **kostką Tichonowa** i oznaczamy I^X, trzeba tylko odpowiednio określić w nim zbiory otwarte. Kostki Tichonowa też są przestrzeniami uniwersalnymi dla obiektów znanych jako przestrzenie Tichonowa, będących w pewnym sensie uogólnieniami przestrzeni metrycznych.

Zdzisław POGODA