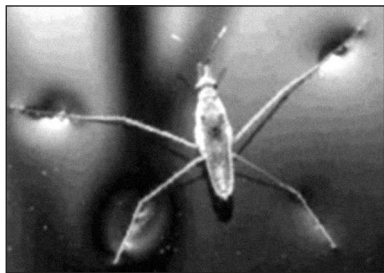


O unoszeniu się ciał na wodzie

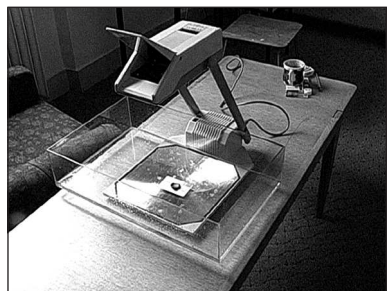
Andrzej HRYCZUK, Robert ŻAK



Rys. 1. Nartnik (nartnikowate *Gerridae*, poślizgowate *Hydrometridae*).
Foto: Internet.

Już w starożytności stwierdzono, że ciała gęstsze od wody, umieszczone na jej powierzchni, toną. Któż z nas nie widział jednak pływającej igły, monety lub nartnika?

W poniższym tekście chcielibyśmy zająć się statyką pływających ciał, a konkretnie lekkiej, niezwilżalnej karty, o gęstości większej od gęstości wody. Zacniemy od przedstawienia doświadczenia, które pozwoli nam uzmysłowić sobie kilka wiążących się, a przede wszystkim interesujących w tym zagadnieniu zjawisk. Naczynie z wodą umieszczamy na rzutniku pisma, następnie delikatnie kładziemy na powierzchni wody kartę (w naszym przypadku o wymiarach w milimetrach $86,5 \times 53,5 \times 0,8$ i masie 4,95 g, a więc o gęstości ρ około $1,34 \text{ g/cm}^3$). Mimo że gęstość karty jest większa od gęstości wody, to nie tonie ona, ze względu na istnienie dobrze znanych sił napięcia powierzchniowego. Na ekranie zobaczymy cień karty otoczony ciemną obwódką (zdjęcie 2c), spowodowaną meniskiem tworzącym się dookoła karty (rysunek 3). Będziemy teraz stopniowo dociążać kartę, mierząc szerokość obwódki.



Rys. 2a. Zdjęcie układu doświadczalnego.

Zastanówmy się, jakich wyników należałoby się spodziewać. Szerokość obwódki zależy od krzywizny menisku. Mierzenie tej szerokości pozwala na kontrolowanie zmiany kształtu menisku. Wydawałoby się, że krzywizna menisku, a więc i szerokość obwódki, powinny rosnać wraz z masą karty, aż do momentu, w którym karta osiągnie masę graniczną, przy której utonie. Okazuje się, że jest inaczej!

Wyniki naszych pomiarów przedstawione są na wykresie (rysunek 4). Widzimy, że istotnie punkty doświadczone układają się w pewną rosnącą zależność, jednakże po osiągnięciu maksimum (dla masy 11,9 g) obserwowana szerokość menisku zaczyna maleć. Dlaczego tak się dzieje? Czyżby, od pewnego momentu, krzywizna menisku rzeczywiście się zmniejszała? Wydaje się to niemożliwe... i tak jest w istocie!

Pozorne zmniejszanie się krzywizny menisku jest spowodowane specyfiką układu pomiarowego. Uzyskany wynik implikuje istnienie sytuacji przedstawionej na rysunku 5. Od pewnego momentu obserwujemy nie cały menisk, ale jedynie jego część nie zasłanianą przez kartę. Powstawanie takiej sytuacji jest faktem zaskakującym, a przez to interesującym.

Zastanówmy się, jakie można stąd wyciągnąć wnioski ilościowe. Rozpatrzmy kartę znajdującą się w położeniu przedstawionym na rysunku 3. Powszechnie wiadomo, że ciśnienie pod powierzchnią wody zależy od głębokości i opisane jest wzorem

$$p_1(y) = p_0 + \rho gy,$$

gdzie p_0 jest ciśnieniem atmosferycznym, ρ gęstością wody, a y głębokością. Natomiast do ciśnienia zewnętrznego musimy dodać dodatkowe ciśnienie wynikające z napięcia powierzchniowego.

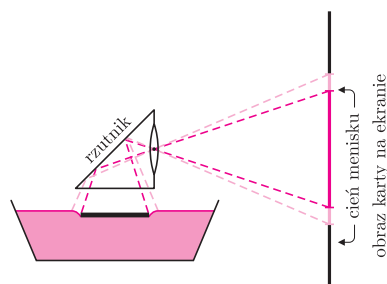
$$\Delta p(y) = \sigma K(y),$$

gdzie σ jest współczynnikiem napięcia powierzchniowego, a $K(y)$ krzywizną (parametrem opisującym „wygięcie” powierzchni w danym punkcie). Tak więc całkowite ciśnienie zewnętrzne wyniesie

$$p_2(y) = p_0 + \sigma K(y).$$

Układ jest w równowadze, więc ciśnienie zewnętrzne musi być równe ciśnieniu wewnętrznemu, co prowadzi do warunku

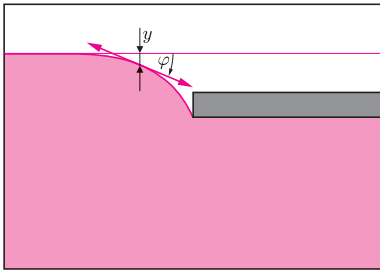
$$\rho gy = \sigma K(y).$$



Rys. 2b. Schemat układu doświadczalnego.



Rys. 2c. Widok karty na ekranie.



W ten sposób znaleźliśmy związek między głębokością a krzywizną menisku na tej głębokości. Zastąpienie krzywizny funkcją pokazanego na rysunku 3 kąta φ nie jest trudne, ale wymaga rozwiązania równania różniczkowego. Nie wglębiając się w przekształcenia matematyczne, podajemy od razu wynik:

$$y = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \sin \frac{\varphi}{2}.$$

Jak widać, maksymalne zanurzenie otrzymujemy dla $\varphi = \pi$. Przy większym obciążeniu karta musi zatonać.

Rys. 3. Utrzymująca się na wodzie karta.

Korzystając z prawa Archimidesa, definicji siły napięcia powierzchniowego i warunku równowagi sił, możemy w prosty sposób otrzymać zależność zanurzenia karty y od jej całkowitej masy m (w sytuacji odpowiadającej rysunkowi 5):

$$F_w + F_n = F_g$$

$$ab(y + c)\rho + 2(a + b)\sigma \sin \varphi(y) = mg.$$

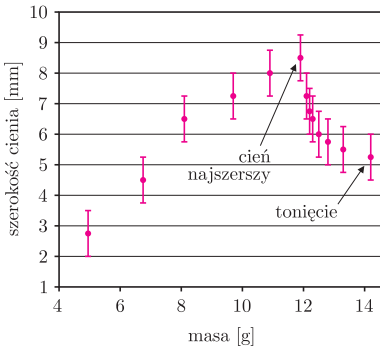
F_w , F_n i F_g są, odpowiednio, siłami wyporu, napięcia powierzchniowego i grawitacji, natomiast a , b , c to wymiary karty.

Porównajmy teraz oczekiwane i zmierzone wartości całkowitej masy karty. Maksymalnej szerokości cienia menisku oczekujemy dla $\varphi = \pi/2$, a zatonięcia karty dla $\varphi = \pi$. W doświadczeniu uzyskaliśmy, odpowiednio, 11,9 g oraz 14,2 g, natomiast po wstawieniu danych liczbowych do powyższego wzoru (napięcie powierzchniowe wody wynosi $\sigma = 0,072 \text{ N/m}^2$) otrzymujemy wartości 14,4 g oraz 16,3 g. Uzyskaliśmy zgodność (lub jak kto woli – niezgodność) na poziomie 15%.

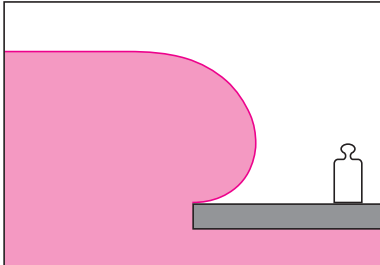
Spróbujmy odnaleźć podstawowe źródła tej niezgodności. Po pierwsze, oczywiste jest, że jasność cienia wywołanego krzywizną zmienia się w sposób ciągły, a my obieraliśmy pewien punkt, do którego mierzyliśmy szerokość cienia. Po drugie, pominęliśmy dokładne rozpatrzenie kształtu menisku w rogach karty. Ponadto dotychczas milcząco zakładaliśmy, że karta obciążona jest równomiernie, co nie do końca zgadza się z rzeczywistością. Karta ulega niewielkiemu przechyleniu, co sprawia, że może ona zatonać, zanim spełniony będzie warunek $\varphi = \pi$.

Wreszcie dociążanie karty w przypadku bliskim masie granicznej następuje duże trudności, gdyż niewielkie nawet zachwianie stabilności karty powoduje jej zatonięcie. Ze względu na dwa ostatnie aspekty oczekivalibyśmy, że karta będzie tonąć przed osiągnięciem obciążenia maksymalnego z punktu widzenia teorii. Jeżeli chodzi natomiast o punkt odpowiadający $\varphi = \pi/2$, to główny błąd może wiązać się z przechodzeniem punktu styku karty z wodą z dolnej (rysunek 3) na górną (rysunek 5) powierzchnię karty. Zważywszy na powyższe czynniki, zgodność teorii z doświadczeniem możemy uznać za satysfakcjonującą.

Na zakończenie chcielibyśmy podkreślić pewien, naszym zdaniem, zaskakujący fakt. Na początku stwierdziliśmy, że niektóre małe obiekty (jak nasza karta) położone na wodzie nie toną, ze względu na istnienie sił napięcia powierzchniowego. Jest to oczywiście prawdą. Jednakże nie wystarczy uwzględnić wypadkową sił napięcia powierzchniowego. Po odrobinę bliższym przyjrzeniu się naszej teorii widzimy, iż tak naprawdę siła ta przy maksymalnym zanurzeniu dąży do zera! Na czym więc zasadza się rola napięcia powierzchniowego? Sprawia ono, że powierzchnia wody nie zostaje przerwana, choć karta znajduje się dobre kilka milimetrów poniżej poziomu otaczającej ją wody...



Rys. 4. Zależność szerokości cienia od całkowitej masy karty.



Rys. 5. Utrzymująca się na wodzie, maksymalnie obciążona karta.

Zwiększając dowolny bok p razy zwiększamy tym samym pole d razy. Zatem w każdym z przypadków pole zwiększamy o 50%.



Autorzy artykułu, wraz z Janem Guttem (kapitanem), Jackiem Wołkowiczem i Anną Zlatkes, tworzyli zespół XIV LO im. Stanisława Staszica w Warszawie, który pod opieką mgr. Stanisława Lipińskiego wygrał ubiegłoroczny

Finał Międzynarodowego Turnieju Młodych Fizyków, Odessa 2002.

Zachęcamy do opracowania innych problemów TMF w postaci artykułów o podobnej formie. Przygotowywane już są zadania 6,11,12 i 17 2000/2001 oraz 4,6,11,13 i 16 2001/2002.

