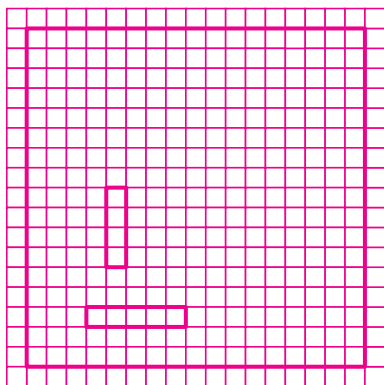


**KOLOROWANKI –
 NUMEROWANKI (9)**

Kontynuując rozważania sprzed miesiąca, przyjrzyjmy się następującemu zadaniu.

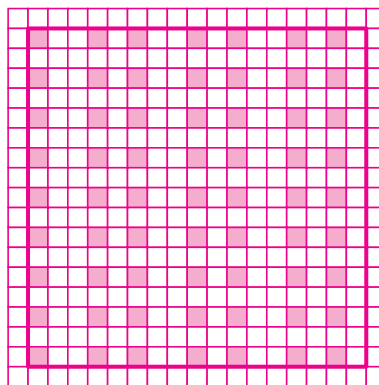
Zadanie 1. Kwadrat o boku długości 19 dzielimy na kwadraty jednostkowe. Wewnątrz kwadratu



Rys. 1

umieszczamy kwadrat o boku 17 jak na rysunku 1. Dowieść, że mniejszego kwadratu nie można pokryć rozłącznymi prostokątami poziomymi o wymiarach 5×1 i pionowymi o wymiarach 4×1 , zawartymi w większym kwadracie.

Rozwiązanie. Pokolorujmy pola kwadratu jak na rysunku 2. Wówczas każdy prostokąt poziomy o wymiarach 5×1 i każdy prostokąt pionowy o wymiarach 4×1 pokrywa parzystą liczbę pól zamalowanych (a mianowicie dwa lub zero). Ponieważ zamalowanych pól jest 63, więc przy dowolnym rozmieszczeniu prostokątów co najmniej jedno zamalowane pole pozostanie niepokryte. Ponieważ wszystkie zamalowane pola leżą w mniejszym kwadracie, teza zadania jest udowodniona.



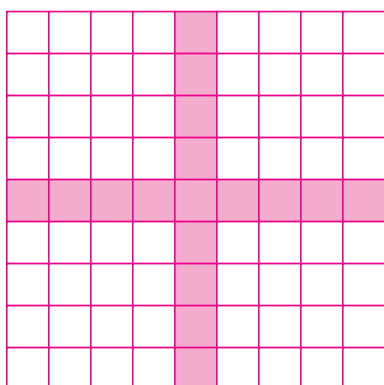
Rys. 2

Zadanie 2. Wewnątrz kwadratu o boku 17 umieszczamy kwadrat o boku 15 w sposób analogiczny jak na rysunku 1. Dowieść, że mniejszego kwadratu nie można pokryć rozłącznymi prostokątami o wymiarach 9×1 i 10×1 , zawartymi w większym kwadracie.

Zanim zajmiemy się rozwiązaniem zadania 2, przyjrzyjmy się nieco prostszemu zadaniu.

Zadanie 3. Dowieść, że kwadratu o boku 9 nie można podzielić na prostokąty o wymiarach 5×1 i 6×1 .

Rozwiązanie. Pokolorujmy pola kwadratu jak na rysunku 3. Wówczas każdy prostokąt pokrywa co najmniej jedno zamalowane pole. Jednak prostokąt pokrywający środkowe pole pokrywa co najmniej 5 zamalowanych pól. Ponieważ zamalowanych pól jest 17, zatem wewnątrz kwadratu można umieścić co najwyżej 13 rozłącznych prostokątów

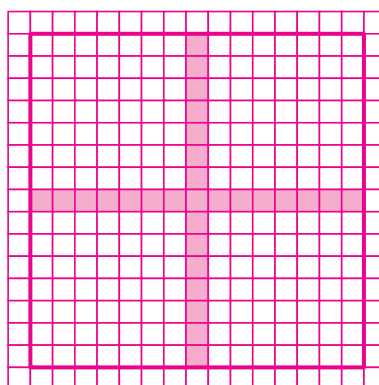


Rys. 3

o dopuszczalnych wymiarach. Prostokąty te pokryją nie więcej niż $13 \cdot 6 = 78$ pól, nie pokryją więc w całości kwadratu o 81 polach.

Mądrzejsi o powyższe rozwiązanie przystępujemy do rozwiązania zadania poprzedniego.

Rozwiązanie zadania 2. Pokolorujmy pola kwadratu jak na rysunku 4. Wówczas każdy prostokąt mający co najmniej jedno pole wspólne z mniejszym kwadratem i zawarty w większym, pokrywa co najmniej jedno zamalowane pole. Prostokąt pokrywający środkowe pole pokrywa co najmniej 8 zamalowanych pól. Ponieważ zamalowanych pól jest 29, zatem wewnątrz większego kwadratu można umieścić co najwyżej 22 rozłączne prostokąty o dopuszczalnych wymiarach i mające pola wspólne z mniejszym kwadratem. Prostokąty te pokryją nie więcej niż $22 \cdot 10 = 220$ pól, nie pokryją więc w całości kwadratu o 225 polach.



Rys. 4

Korespondencję do Γ -limatiasu prosimy kierować pod adresem:

Jarosław Wróblewski, Instytut Matematyki Uniwersytetu Wrocławskiego, Plac Grunwaldzki 2/4, 50-384 WROCŁAW; e-mail: jwr@math.uni.wroc.pl