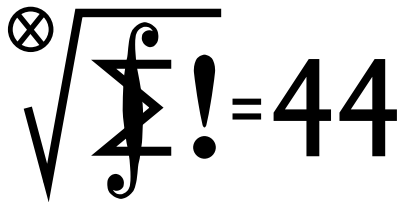


# Klub 44



Termin nadsyłania rozwiązań:

28 II 2007

Czołówka ligi zadaniowej

**Klub 44 M**

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań

**519** ( $WT = 1,18$ ) i **520** ( $WT = 3,49$ )

z numeru 4/2006

Marian Łupieżowiec	– Zebrzydowice	43,55
Michał Kieza	– Warszawa	40,08
Michał Jastrzębski	– Warszawa	36,28
Jerzy Cisło	– Wrocław	35,81
Łukasz Garncarek	– Opole	33,28
Krzysztof Kamiński	– Pabianice	32,84
Dariusz Kurpiel	– Posada	
Zarszyn		32,27

## Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

### Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , gdzie  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie <http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html>.

### Zadania z matematyki nr 531, 532

Redaguje Marcin E. KUCZMA

**531.** Rozważamy graf mający  $n$  wierzchołków oraz  $q$  krawędzi (każda krawędź łączy dwa różne wierzchołki; każde dwa wierzchołki łączy co najwyżej jedna krawędź). Zakładamy, że istnieje co najmniej jeden zamknięty cykl krawędzi długości nieparzystej, ale nie istnieje cykl długości 3. Dowieść, że  $4q \leq n^2 - 2n + 5$ .

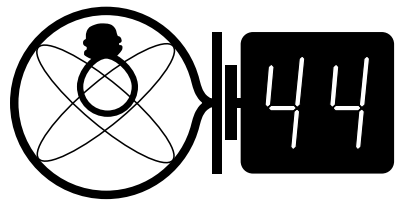
**532.** Ciąg liczb rzeczywistych  $(a_n)$  jest określony wzorem rekurencyjnym:

$$a_1 = 1, \quad a_n = \frac{n+1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} a_i \quad \text{dla } n \geq 2.$$

Wyprowadzić wzór jawny, wyrażający liczby  $a_n$  jako funkcję zmiennej  $n$ .

Zadanie 532 zaproponował pan Paweł Najman z Jaworzna.

# Klub 44



Czołówka ligi zadaniowej

**Klub 44 F**

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań

**416** ( $WT = 2,80$ ), **417** ( $WT = 1,30$ ),

**418** ( $WT = 1,47$ ) i **419** ( $WT = 2,80$ )

z numerów 4/2006 i 5/2006

Andrzej Idzik	– Bolesławiec	48,78
Tomasz Tkocz	– Rybnik	32,58
Konrad Kapcia	– Częstochowa	32,13
Marian Łupieżowiec	– Zebrzydowice	31,21
Jerzy Witkowski	– Radlin	22,65
Tomasz Wietecha	– Tarnów	22,24
Krzysztof Magiera	– Łosiów	16,03
Andrzej Nowogrodzki	– Chocianów	13,70

Pan Idzik zakończył właśnie siódme okrążenie! Teraz może się ścigać już tylko z uczestnikami ligi matematycznej, wśród których jest czterech, którzy mogą się poszczycić podobnym (lub nieco lepszym) osiągnięciem. A gdyby dodać punktację fizyczną do matematycznej, to wszystkich wyprzedza Tomasz Wietecha, łącznie 11 razy po 44 punkty!

### Zadania z fizyki nr 428, 429

Redaguje Jerzy B. BROJAN

**428.** Zegar-klepsydra stoi na precyzyjnej wadze, działającej bez żadnej zwłoki. Naszkicować wykres wskazań wagi w zależności od czasu, po obróceniu klepsydry.

**429.** Cylinder o wysokości  $h = 0,5$  m i objętości  $V = 200$  cm<sup>3</sup> jest całkowicie wypełniony wodą, z wyjątkiem przyczepionego do dna pęcherzyka powietrza o objętości  $V_0 = 0,02$  cm<sup>3</sup>. Początkowo ciśnienie w górnym końcu cylindra wynosiło  $p = 10^5$  Pa. Jeśli cylinder jest sztywny (o niezmienniej objętości), a współczynnik ściśliwości wody (zdefiniowany wzorem  $\beta = -\frac{\Delta V}{V \Delta p}$ ) wynosi  $\beta = 5 \cdot 10^{-10}$  Pa<sup>-1</sup>, to jak zmieni się ciśnienie w cylindrze, gdy pęcherzyk wypłynie na wierzch?



### Rozwiązanie zadania F 682.

Zgodnie z warunkami zadania moc wytworzona przez baterię w obu przypadkach jest jednakowa, zatem opory obwodów zewnętrznych muszą być takie same:

$$R_2 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_0 + R_2}} = R_0, \quad \text{stąd} \quad R_2^2 + 2R_1 R_2 = R_0^2.$$

Zgodnie z drugim warunkiem spadku napięcia  $U_1$  na oporze  $R_0$  w pierwszym przypadku jest  $\alpha$  razy mniejszy od spadku napięcia  $U_2$  na oporze  $R_0$  podczas bezpośredniego włączenia, tj.  $U_1 = \frac{U_2}{\alpha}$ , inaczej:

$$IR_0 = \alpha R_0 \frac{R_1(R_0 + R_2)I}{(R_0 + R_1 + R_2)(R_0 + R_2)},$$

stąd

$$R_0 + R_1 + R_2 = \alpha R_1.$$

Z powyższych dwóch równań otrzymujemy

$$R_1 = \frac{2R_0}{\alpha^2 - 1}, \quad R_2 = R_0 \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}.$$