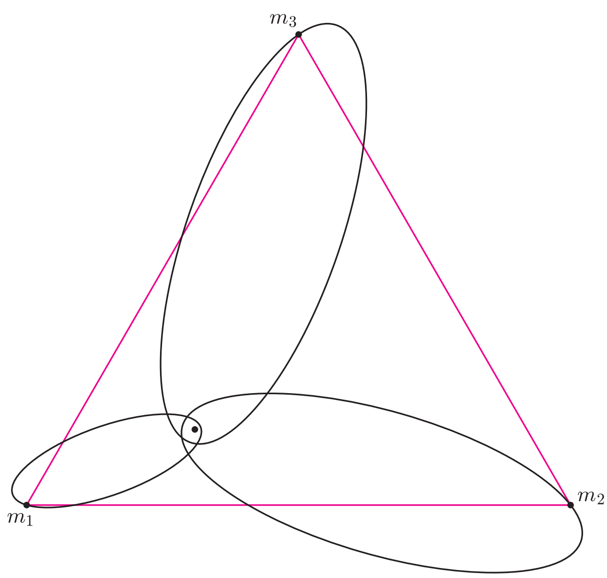
Jeśli jednak nie wszystkie odległości są równe, powiedzmy $r_{12} \neq r_{13}$, to równania są niezależne i metodą eliminacji można wyznaczyć $\vec{x}_2$ i $\vec{x}_3$. Konkretne wzory nie są tu istotne, ważne, że oba wektory muszą być proporcjonalne do $\vec{x}_1$. Innymi słowy, jeśli ciała nie tworzą trójkąta równobocznego, to muszą znajdować się na jednej prostej. Dopuszczalne wzajemne odległości można dalej wyznaczyć, korzystając z powrotem z (2), ale nie będziemy tutaj tego robić, pozostawiając to Czytelnikowi.

Od nazwisk odkrywców konfiguracje pierwszego typu przyjęło się nazywać lagranżowskimi, drugiego eulerowskimi.

Jak w takim przypadku wygląda trajektoria pojedynczego ciała? Dla prostoty rozważymy tylko przypadek „trójkątny”, w konfiguracji eulerowskiej wszystko wygląda całkiem podobnie, choć rachunki są nieco bardziej skomplikowane. Niech r oznacza bok trójkąta. Równanie ruchu ciała 1 przyjmuje postać

$$\ddot{\vec{x}}_1 = \frac{\mathrm{G}m_2}{r^3}(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) + \frac{\mathrm{G}m_3}{r^3}(\vec{x}_3 - \vec{x}_1) = -\frac{\mathrm{G}(m_1+m_2+m_3)}{r^3}\vec{x}_1 = \\ = -\frac{|\vec{x}_1|^3}{r^3}\,\mathrm{G}(m_1+m_2+m_3)\,\frac{\vec{x}_1}{|\vec{x}_1|^3}.$$

W drugim przekształceniu skorzystaliśmy jeszcze raz z (1). W rozważanych przez nas rozwiązaniach w czasie ruchu trójkąt obraca się i przekształca przez jednokładność względem środka układu współrzędnych. Iloraz $\frac{|\vec{x}_1|^3}{r^3}$ nie zmienia się pod wpływem tych przekształceń, pozostaje więc cały czas stały. Ostatnia postać równania pokazuje więc, że siła działająca na masę 1, a więc i pozostałe, jest taka, jakby w środku układu współrzędnych znajdowało się jedno ciężkie, nieruchome ciało.



Czytelnicy zaznajomieni z problemem Keplera wiedzą, że w takiej sytuacji ruch ciał będzie odbywać się po krzywej stożkowej o ognisku w środku układu współrzędnych. Oczywiście, wszystkie trzy ciała zakreślają jednocześnie trzy stożkowe o tym samym mimośrodzie. W szczególności możliwy jest ruch po okręgu opisany w artykule Tomasza Kwasta.

Pozostaje pytanie o stabilność takiego ruchu, czyli czy drobne zaburzenie nie spowoduje rozpadu tak ładnej konfiguracji. Okazuje się, że jedynie lagranżowskie ruchy po elipsie mogą być stabilne, ale wymagają, podobnie jak ruchy po okręgu, by jedno z ciał było znacznie cięższe od pozostałych. Ponadto ekscentryczność orbity (czyli spłaszczenie elips) nie może być zbyt duża.

Pisząc limeryk o Teresie
Pogrążysz się w głębokim stresie...

Wisława Szymborska

Pisząc limeryk o torusie,
Chciałem spleść w torus ze trzy strusie,
Ale tymczasem moja żona
Mówi, że bierze się pytona
I ogon w paszczę wtyka mu się.

Operator w dowolnej przestrzeni
Miał ambicję, że cośkolwiek zmieni,
Lecz mu wbili do głowy,
Że jest tożsamościowy.
Zwątpił w siebie i teraz się leni.

Był szef izby wytrzeźwień w Piwnicznej
Specjalistą od algebraicznej
Sztuki doprowadzania
Dowolnego równania
Do postaci jak wół kanonicznej.

Informatyk spod Leśnej Podkowy
Zwykł stosować zbiór liczb szesnastkowy.
Nawet myśląc o seksie
Wszystko liczył on w heksie.
A poza tym zupełnie był zdrowy.

W zeszłym roku na jednej z plaż w Gdyni
Na najkrótsze raz konkurs był mini.
Szans nie miało tam wcale
Mini na cztery cale,
Bowiem minus pięć ma zwycięzczyni.

Geometra, mieszkaniec Gołdapi
Na dziewczyny bez przerwy się gapi,
Wypatrując dowodu,
Że to, co mają z przodu
Ma w obwodzie $2r \times 2\pi$.

Przemysław KICIAK