

Na zakończenie przedstawimy graficzną postać sumy kolejnych wyrazów dowolnego ciągu arytmetycznego II stopnia. Ponieważ jest to ciąg mało popularny, zaczniemy od jego definicji.

Ciągiem arytmetycznym drugiego stopnia nazywamy ciąg  $(a_n)$ , w którym różnica  $(a_{n+2} - a_{n+1}) - (a_{n+1} - a_n)$  jest stała dla dowolnego  $n \in \mathbb{N}$ . Oznacza to, że ciąg

$$(a_2 - a_1), (a_3 - a_2), \dots, (a_n - a_{n-1}), \dots$$

jest ciągiem arytmetycznym (pierwszego stopnia).

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

$$a_2 - a_1 = r_1, \quad (a_{n+2} - a_{n+1}) - (a_{n+1} - a_n) = r_2.$$

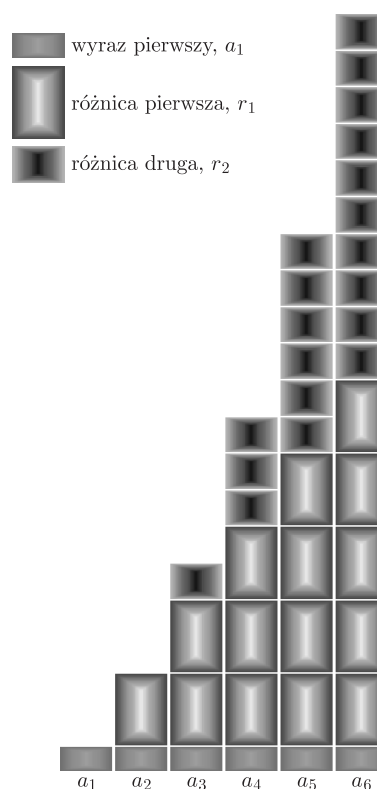
Opierając się na wcześniej otrzymanych wzorach, możemy bez problemu wyprowadzić wzór na sumę:

$$S_n^{(2')} = a_1 \cdot n + r_1 \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2} + r_2 \cdot \frac{(n-2)(n-1) \cdot n}{6}.$$

Łatwo zauważyć, że przedstawione w tym artykule sposoby dojścia do wzorów nie są same w sobie dowodami. Można je jednak udowodnić (na przykład przez indukcję), co pozostawiam Czytelnikom.

#### Bibliografia

1. H. Pawłowski, *Matematyka 2, Podręcznik, Zakres rozszerzony*, Operon, Gdynia 2003.
2. M. Adamczak, *Ciągi arytmetyczne drugiego stopnia*, *Matematyka 9* (325), str. 554–557.



Tak może wyglądać pierwsze sześć wyrazów ciągu arytmetycznego II stopnia.

## VI Międzynarodowa Olimpiada Lingwistyki Teoretycznej, Matematycznej i Stosowanej

Zawody odbyły się w sierpniu 2008 roku w Słonecznym Brzegu w Bułgarii. Startowało w nich 67 uczniów tworzących 16 drużyn narodowych.

W części indywidualnej zawodnicy mieli do rozwiązania 5 zadań w ciągu 6 godzin, a w części drużynowej – jedno zadanie w ciągu 4 godzin. Polacy wywalczyli 5 z przyznanych 20 medali – trzy srebrne (Maciej Janicki z III LO we Wrocławiu, Łukasz Cegiela z XIV LO we Wrocławiu, Marcin Filar z V LO w Krakowie) i dwa brązowe (Radosław Burny z LO im. Małachowskiego w Płocku i Karol Konaszyński z XIV LO we Wrocławiu), a średnia ich wyników indywidualnych dała im drugie miejsce za reprezentacją USA.

W części drużynowej reprezentacja Polski zajęła V miejsce. Dodatkowo Radosław Burny z Płocka zdobył jedną z sześciu nagród przyznanych za najlepsze rozwiązanie poszczególnych zadań. Pod względem liczby zdobytych nagród Polska została pokonana tylko przez reprezentację Stanów Zjednoczonych.

\* \* \*

Zapraszamy do udziału w tegorocznej edycji tej olimpiady. Więcej informacji można znaleźć na stronie internetowej <http://www.fsmw.uni.wroc.pl/lingw/>.

Poniżej prezentujemy wybrane zadania z zawodów indywidualnych.

**Zadanie 1** (20 punktów). Podane są wyrazy w języku mikmackim, zapisane w tzw. ortografii Listuguj oraz w transkrypcji fonetycznej, a także ich tłumaczenia na polski:

tmi'gn – [dämɨgən] – siekiera; an'stawteg – [anəstawtek] – niebezpieczny; gjiansale'wit – [əkciansaləwit] – archanioł; mgumie'jo'tlatl – [əmkumie'jōdələdəl] – podkuć; amqwanji'j – [amx<sup>w</sup>ancic] – łyżka; e'jnt – [ējənt] – agent do spraw Indian; tplutaqan – [ətpələdajan] – ustawa; g'p'ta'q – [gəbədāx] – na górze; ge'gwising – [gēg<sup>w</sup>isink] – leżeć na górze; lnu'sgw – [lənu'sk<sup>w</sup>] – Indianka; epsaqtejg – [epsaxteck] – piec (*rzeczownik*).

(a) Zapisz wyrazy w transkrypcji fonetycznej: gsnqo'qon – głupota; tg'poq – woda źródłana; gmu'jmin – malina; emtoqwatg – uwielbiać; te'plj – koza.

(b) Zapisz w ortografii Listuguj: [ətpədəsən] – południe; [əmteskəm] – wąż; [alaptək] – oglądać się; [gələmen] – dlatego.

NB: Język mikmacki należy do algonkińskiej rodziny języków. Mówi nim około 8000 osób w Kanadzie.

W transkrypcji [ə] ≈ y w *pierwszy*, [c] ≈ cz w *czas*, [j] ≈ dź w *dżem*, [x] ≈ ch w *chór*, [x] jest dźwięcznym odpowiednikiem ostatniego, [w] oznacza, że poprzednia spółgłoska jest wymawiana z zaokrągleniem warg. Znak <sup>w</sup> oznacza długość samogłoski.

Bożydar BOŻANOW

**Zadanie 2** (20 punktów). Podane są cztery urywki z utworów napisanych ok. 900 r. po Chr. w języku staronordyjskim w mierze wierszowej zwanej *dróttkvætt* („metrum dworskie”):

<b>I</b>		
1	ók at ísarnleiki	
2	Jarðar sunr, en dunði ...	
<b>II</b>		
1	áðr gnapsólar Gripnis	
2	gnýstoerandi foeri	
3	rausnarsamr til rimmu	
4	ríðviggs lagar skíðum.	
<b>III</b>		
1	þekkiligr með þegnum	
2	þrymseilar hval deila.	
3	en af breiðu bjóði	
4	bragðviss at þatlagði	
5	ósvifrandi ása	
6	upp þjórhlti fjóra.	
<b>IV</b>		
1	háði gramr, þars gnúðu,	
3	geira hregg við seggi,	
3	(rauð fnýsti ben blóði)	
4	bryngögl í dyn Skoglar,	
5	þás á rausn fyr ræsi	
6	(réð egglituðr) seggir ...	

Jedna z głównych zasad *dróttkvætt* to aliteracja. Pierwszy wers każdego dwuwiersza zawiera dwa wyrazy, które zaczynają się od tej samej głoski, a pierwszy wyraz drugiego wersu zaczyna się od tejże głoski: np. **rausnarsamr**, **rimmu** i **ríðviggs** (II:3–4). Uważa się, że wszystkie samogłoski aliterują ze sobą oraz z j: np. **ók**, **ísarnleiki** i **Jarðar** (I:1–2). Jednak nie jest to jedyna reguła.

Podane teksty zachowane są w więcej niż jednym rękopisie. Czasami w odpowiadających sobie miejscach

znajdują się różne wyrazy, wtedy naukowcy muszą zdecydować, który z wariantów jest pierwotny. Podstawy do podjęcia decyzji mogą być różne. Czasami reguły wersyfikacji pomagają odrzucić błędne warianty. Na przykład w wersie I:2 spotykamy nie tylko wyraz **dunði**, lecz także wyrazy **dulði** i **djarfi**. Wyraz **dulði** nie odpowiada strukturze wiersza, podczas gdy **dunði** i **djarfi** pasują i o wyborze pomiędzy nimi decydują inne argumenty. W wersie II:1 spotykamy wyrazy **Gripnis** i **Grímnis**, ale **Grímnis** nie spełnia wymogów wiersza.

(a) Opisz reguły, według których powinien być zbudowany dwuwiersz w *dróttkvætt*.

(b) Podana jest strofa, w której 13 wyrazów zostało opuszczonych:

**V**  
 1 [...] (þreifsk reiddra øxa  
 2 [...] ; knóttu spjór [...])  
 3 [...] bitu seggi  
 4 [...] þjóðkonungs ferðar,  
 5 þás ([...] hǫlða)  
 6 [...] [...] [...]  
 7 (hór vas [...] of [...])  
 8 [...] (flugbeiddra [...]).

Na poniższej liście znajduje się (w porządku alfabetycznym) wszystkie 13 opuszczonych wyrazów i dwa wyrazy, których nie ma w strofie V: **andskoti**, **Gauta**, **glymjá**, **hlaut**, **hugfýldra**, **høegra**, **ríks**, **rymr**, **sigr**, **smíði**, **svartskyggð**, **sverð**, **svírum**, **songr**, **vigra**.

Wypełnij luki w strofie V.

NB: Język staronordyjski należy do języków północnogermańskich i był używany w latach ok. 700–1000 po Chr. **æ** = otwarte *e*, **œ** = niemieckie *ö* w wyrazie *schön* (te dwie litery oznaczają długie samogłoski). **ø** jest krótkim odpowiednikiem **œ**; **y** = niemieckie *ü* w wyrazie *Stück*, **q** = otwarte *o*. **au** i **ei** wymawiane są jako jedna sylaba. **ð** i **þ** = angielskie *th* w wyrazach *this* i *thin*. **x** = **k** + **s**. Znak ´ oznacza długość samogłoski. Teksty poetyckie podane są w ortografii znormalizowanej i nie zawierają odchyień od reguł wersyfikacji.

Aleksandr PIPERSKI

**Zadanie nr 3** (20 punktów). Podane są wyrazy i kolokacje w dwóch językach Nowej Kaledonii – dechu i czemuchi – i ich przekłady na język polski w porządku losowym:

**dechu:** *drai-hmitrötr*, *gaa-hmitrötr i-drai*, *i-jun*, *i-wahnawa*, *jun*, *ngöne-gejë*, *ngöne-uma*, *nyine-thin*, *uma-hmitrötr*;  
**polski:** sanktuarium, wiązka bananów, kalendarz, kość, kościół, wybrzeże, szydło, niedziela, szkielet, ściana.

**czemuchi:** *a-pulut*, *ba-bwén*, *ba-jié*, *bé-ödu*, *bé-tii*, *bé-wöli*, *bé-wöli-wöta*, *tii*, *wöta*;  
**polski:** łóżko, zwierzę, widelec, szklanka, ołówek, wybrzeże, pisać, zmierzch, ostroga.

Podane są także tłumaczenia kilku słów z dechu na czemuchi:

*gaa* – *a*, *ngöne-gejë* – *ba-jié*, *nyine* – *bé*, *thin* – *wöli*

(a) Ustal prawidłowo odpowiedniki.

(b) Co znaczą wyrazy *wahnawa* i *drai* w dechu, a wyrazy *wöli* i *pulut* – w czemuchi?

(c) W dechu *tusi* – ‘książka’, *bii* – ‘pszczoła’. Przetłumacz z dechu: *i-bii*, *tusi-hmitrötr*.

NB: Językiem dechu mówi ponad 10 000 osób na wyspie Lifu, na wschód od Nowej Kaledonii. Językiem czemuchi mówi około 2000 osób na wschodnim wybrzeżu Nowej Kaledonii. Oba języki należą do rodziny austronezyjskiej.

W dechu **ë** – otwarte *e*, **ö** – niemieckie *ö* w wyrazie *zwölf*, **hm** i **hn** – specjalne spółgłoski bezdźwięczne; **dr** i **tr** – spółgłoski podobne do **d** i **t**, ale wymawiane z zawiniętym i cofniętym językiem; **j** i **th** = angielskie *th* odpowiednio w wyrazach *this* i *thin*; **ng** = *n* w *gong*; **ny** = *ń* w słowie *koń*.

Ksenia GILAROWA

Rozwiązania na str. 2–4