

że dla dostatecznie małej masy Księżyca orbity takie istnieją. Przeprowadził on odpowiednie symulacje komputerowe dla rzeczywistych mas Ziemi i Księżyca i wykazał istnienie zamkniętych orbit w tym układzie. Lata siedemdziesiąte i osiemdziesiąte XX wieku przyniosły burzliwy rozwój symulacji komputerowych dla zagadnienia trzech ciał. Obecnie bez wielkiego trudu można znaleźć w sieci strony z apletami przedstawiającymi wizualizację wielu rozwiązań zagadnienia trzech ciał (zwykle dwuwymiarowych).

Zagadnienie trzech ciał ciągle kryje w sobie wiele niespodzianek. Przykładem mogą być symulacje komputerowe, które w 1993 roku doprowadziły Crisa Moore'a do odkrycia nowych orbit zamkniętych: trzy ciała o jednakowych masach oddziałujące siłami grawitacyjnymi poruszają się po tej samej płaskiej krzywej w kształcie ósemki. Zaskakujące komputerowe symulacje Moore'a zostały w 2000 roku potwierdzone dowodem podanym przez Alaina Chencinera i Richarda Montgomery'ego.

### Sieciografia, czyli obrazki:

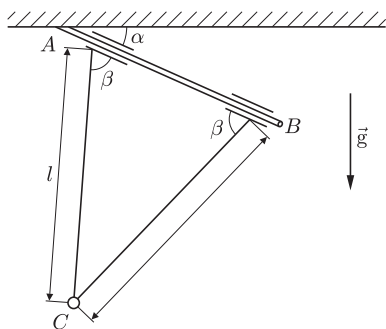
- [1] *Collection of remarkable three-body motions*  
<http://faculty.ifmo.ru/butikov/Projects/Collection1.html>
- [2] *Three body problem – Scholarpedia*  
[http://www.scholarpedia.org/article/Three\\_body\\_problem](http://www.scholarpedia.org/article/Three_body_problem)
- [3] *Restricted Three-Body Problem*  
<http://sprott.physics.wisc.edu/chaos/3body.htm>
- [4] *Three Body Problem*  
<http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/body/ThreeBodyHelp.html>

To są strony o bardzo różnym charakterze: na przykład [3] to tylko obrazek (ale fantastyczny!), strona [4] wymaga trochę popracowania, aby umieć uruchomić aplety, ale za to pozwala eksperymentować każdemu, bo można samemu dobrać dane. Strona [1] zawiera 10 ciekawych orbit i już, a [2] (zrobiona przez wybitnego specjalistę z branży) pokazuje kilka naprawdę ciekawych obrazków, między innymi ruch w obszarze Hilla oraz trzy ciała, które się gonią po ósemce.



## Zadania

Redaguje Ewa CZUCHRY



**F 769.** Wyznaczyć okres drgań ciężarka  $C$ , zamocowanego przegubowo dwoma lekkimi prętami o długości  $l$  do drążka  $AB$ , nachylonego pod kątem  $\alpha$  do poziomu (rysunek). Przyjmujemy, że  $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ABC = \beta$ , tarcie zaniedbujemy. Rozwiązanie na str. 24

**F 770.** Punkt zawieszenia wahadła matematycznego długości  $l$  wprawiono momentalnie w ruch poziomy ze stałą prędkością  $v$ . Po przemieszczeniu się tego punktu na odległość  $x$  został on znowu momentalnie zatrzymany. Dla jakiej prędkości  $v$  drgania wahadła, powstające na początku ruchu, zostaną zatrzymane zaraz po zakończeniu ruchu punktu zawieszenia? Przed rozpoczęciem ruchu wahadło było w spoczynku. Rozwiązanie na str. 6

Redaguje Waldemar POMPE

**M 1285.** Punkt  $P$  leży wewnątrz trójkąta równobocznego  $ABC$ . Punkty  $D, E, F$  są rzutami prostokątnymi punktu  $P$  odpowiednio na boki  $BC, CA, AB$ . Wykazać, że suma długości odcinków  $AF, BD$  i  $CE$  nie zależy od wyboru punktu  $P$ . Rozwiązanie na str. 24

**M 1286.** W lewe dolne pole szachownicy  $8 \times 8$  wpisano liczbę  $-1$ , a w pozostałe pola liczbę  $1$ . W jednym ruchu możemy zmienić znaki wszystkich liczb występujących w pewnej kolumnie lub wierszu. Rozstrzygnąć, czy można po skończonej liczbie takich operacji otrzymać w prawym górnym polu liczbę  $-1$ , a w pozostałych polach liczbę  $1$ ? Rozwiązanie na str. 15

**M 1287.** Rozwiązać w liczbach całkowitych dodatnich równanie

$$x^3 - y^3 = xy + 61.$$

Rozwiązanie na str. 15