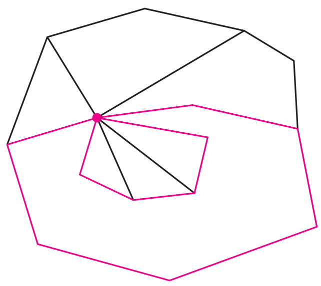


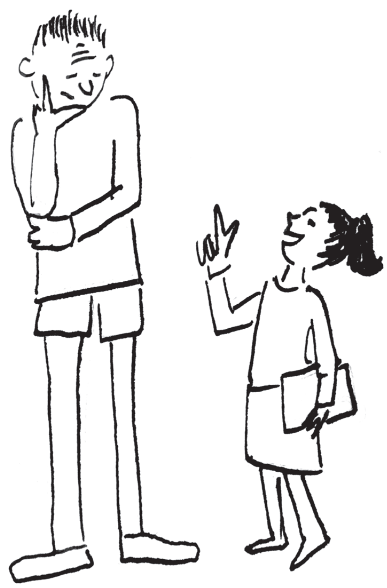
Rys. 4

– Policzmy: wyrzucamy jeden punkt, k krawędzi, a jak wyrzucimy te krawędzie, to znika też k obszarów… Ale za to dostajemy jeden duży obszar w miejsce tych wyrzuconych. Czyli lewa strona wzoru zmieni się o -1 punkt $+k$ krawędzi $-k+1$ obszarów, czyli… nie zmieni się wcale! Jeśli wzór jest prawdziwy dla obrazka z wyrzuconym punktem, to jest też prawdziwy dla początkowego.

Rodzeństwo przeoczyło co prawda pewien szczególny przypadek: może się zdarzyć tak, że brzeg pewnego obszaru przechodzi kilka razy przez wyrzucany punkt (jak kolorowa łamana na rysunku 4). Ale poza tym ich pomysł jest dobry, a może Czytelnik zechce uzupełnić szczegóły dowodu.

Maciek prześledził obliczenie siostry i dołożył końcowy krok:

– A jak już wyrzucimy wszystkie punkty wewnętrzne, to zostanie nam tylko ciąg krawędzi ograniczający jeden obszar. Sprawdzamy dla niego nasz wzór: jeden obszar minus ileś krawędzi plus tyle samo wierzchołków co krawędzi, czyli wyszło 1. Niesamowite, ten wzór naprawdę działa…



Trochę później Maciek przypomniał sobie, że już widział podobny wzór. Jeśli weźmiemy dowolny wielościan wypukły, dodamy liczbę jego ścian i liczbę wierzchołków, a potem odejmiemy liczbę krawędzi, to dostaniemy w wyniku 2 – to jest przecież wzór Eulera! Opowiedział o tym siostrze, kończąc słowami:

– Tylko tam na pewno było 2, a nie 1, jak dla naszych obrazków. Może coś jednak jest źle…

Asia myślała nad tym do wieczora, a w końcu oznajmiła bratu:

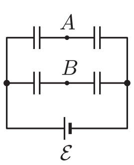
– Przecież to oczywiste! Każdy wypukły wielościan można przerobić na nasz obrazek, stawiając go na kartce, wyrzucając ścianę, na której stoi, i wciskając wszystkie punkty i wierzchołki na kartkę w miejsce wyrzuconej ściany.

Zrozumienie tego pomysłu i jego wpływu na badany przez nich wzór zajęło Maćkowi chwilę, ale szybko uznał, że siostra ma naprawdę niezłą wyobraźnię.

Małą Deltę przygotowała Maria DONTEN-BURY

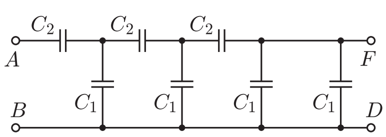
Zadania

Redaguje Ewa CZUCHRY



Rys. 1

F 771. Mamy obwód składający się ze źródła napięcia oraz czterech kondensatorów: trzech o jednakowej pojemności oraz czwartego o pojemności dwa razy większej niż pozostałe (rys. 1). Znaleźć różnicę potencjałów między punktami A i B, przyjmując, że $\mathcal{E} = 12$ V.
Rozwiązanie na str. 2

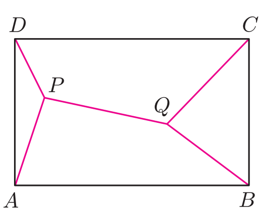


Rys. 2

F 772. Kondensatory o pojemności $C_1 = 5$ µF oraz $C_2 = 10$ µF połączone są w układ pokazany na rysunku 2. Do punktów A i B podłączone jest napięcie $U = 16$ V. Znaleźć różnicę potencjałów między punktami D i F.
Rozwiązanie na str. 2

Redaguje Waldemar POMPE

M 1288. Każdy punkt prostej pomalowano jednym z dwóch kolorów. Wykazać, że istnieją trzy różne punkty jednego koloru, z których jeden jest środkiem odcinka o końcach w dwóch pozostałych punktach.
Rozwiązanie na str. 7



Rys. 3

M 1289. Punkty P i Q leżą wewnątrz prostokąta $ABCD$ o bokach $a > b$ (rys. 3). Wykazać, że

$$AP + DP + PQ + BQ + CQ \geqslant a + b\sqrt{3}.$$

Rozwiązanie na str. 6

M 1290. Wyznaczyć wszystkie pary (p, q) liczb pierwszych spełniające równanie

$$p^2 - 2q^2 = 1.$$

Rozwiązanie na str. 24