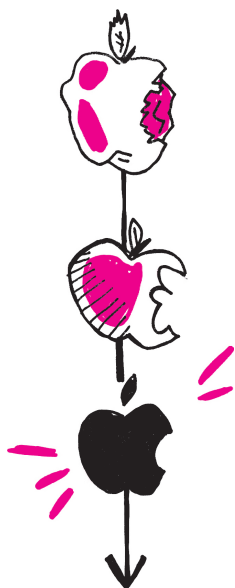


O zaskakującym podobieństwie szympanсів zwyczajnych (*Pan troglodytes*) i bonobo (*Pan paniscus*) do *Homo sapiens sapiens* w dziedzinach naturalnie przypisywanych tylko naszemu rodzajowi (empatii, abstrakcyjnego myślenia i uczuć, moralności, świadomości śmierci, metod przekazywania tradycji) pisze Frans de Waal w doskonałej książce „Bonobo i ateista” (recenzja w *Delcie* 2/2015).



## Rozwiązanie zadania M 1463.

Założmy najpierw, że  $x \in [0, 1]$  i rozważmy doświadczenie losowe polegające na rzucaniu monetą tak długo, dopóki  $n + 1$  razy wypadnie orzeł lub  $n + 1$  razy reszka. Prawdopodobieństwo wypadnięcia orła w pojedynczym rzucie wynosi  $x$ , zaś reszki  $1 - x = y$ . Zauważmy, że prawdopodobieństwo tego, że doświadczenie zakończy się w rzucie  $n + k + 1$  (dla  $k = 0, \dots, n$ ) z powodu wypadnięcia  $n + 1$  orłów wynosi  $\binom{n+k}{k} x^{n+1} y^k$ , a z powodu wypadnięcia  $n + 1$  reszek  $-\binom{n+k}{k} x^k y^{n+1}$ . Sumując prawdopodobieństwa poszczególnych możliwości zakończenia doświadczenia, otrzymujemy

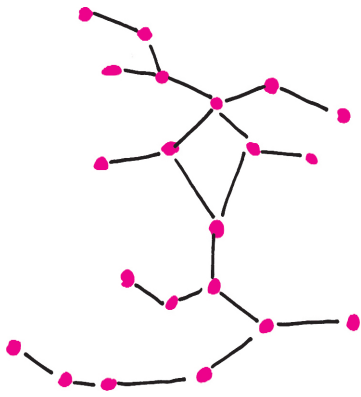
$$x^{n+1} \sum_{k=0}^n \binom{n+k}{k} y^k + y^{n+1} \sum_{k=0}^n \binom{n+k}{k} x^k = 1.$$

Po wstawieniu  $y = 1 - x$  lewa strona tożsamości jest wielomianem zmiennej  $x$ , który jest tożsamościowo równy 1 na przedziale  $[0, 1]$ , więc jest on równy 1 dla wszystkich  $x$  rzeczywistych.

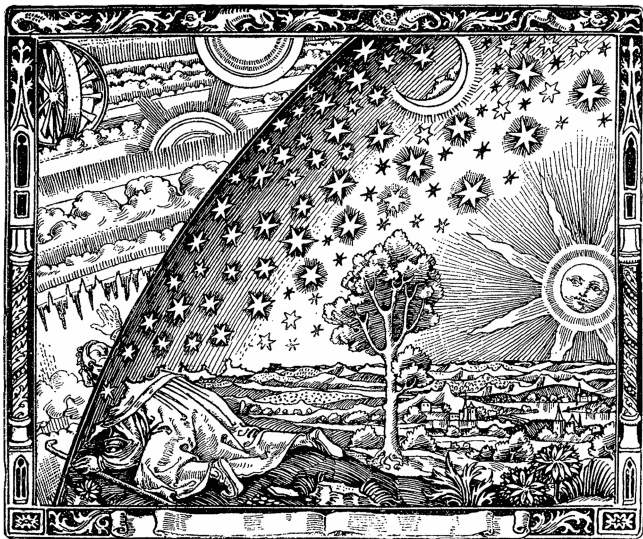
Wydaje się oczywiste, że praktycznie wszystkie zwierzęta nie zdają sobie sprawy z rzeczywistych rozmiarów świata i historycznego upływu czasu. Praktycznie wszystkie, ponieważ z tej kategorii należy wyłączyć ludzi i, w pewnym stopniu, szympansy. Badania człowiekowatych doprowadzają współczesnych badaczy do nieuniknionej refleksji: świadomość racjonalna, pozwalająca na abstrakcyjne wyobrażenia i ich analizę pojawia się naturalnie, stopniowo w drodze ewolucji. Szympansy są tego doskonałym przykładem. Podobnie było w przypadku praludzi – pierwotne struktury socjalne, które mogą być, jak pokazuje przykład szympansov, niezwykle wyrafinowane, ewoluowały, tworząc nowe umiejętności, np. mowę przydatną do przekazywania cennych informacji między pokoleniami. To zapewne wtedy tworzenie *ad hoc* prostych narzędzi stało się rozważaniem, jak coś działa (powinno działać), a praczłowiek coraz śmielej zastanawiał się nad otaczającym go światem. Oczywiście, że refleksje prymitywnego zbieracza czy łowcy były mocno ograniczone w porównaniu z wiedzą zaawansowanego cywilizacyjnie osadnika. Przypuszczam, że praludzie wyobrażali sobie sawannę afrykańskiej doliny ryftowej, na której żyli, jako nieskończoną i wieczną (a przynajmniej istniejącą bardzo długo w skali ludzkiego życia) przestrzeń, ponieważ nie mieli powodów, by zakładać inaczej, doświadczając przewidywalnych, cyklicznych zmian w przyrodzie. Były to czasy *kosmologii magicznej*, w której największe znaczenie miały wyjątkowe zjawiska lokalne – anomalie pogodowe, uderzenia piorunów, pożary itd. Od pewnego jednak momentu praludzie zaczęli uświadamiać sobie istnienie gwiazdzonego nieba nad nimi jako obszaru świata wartego głębszych studiów. Najwcześniejsze dowody na badania astronomiczne mają około 20 tys. lat (kalendarz lunarny rzeźbiony w kości, znaleziony w południowej części Sahary). Późnomegalityczne budowle o zastosowaniu astronomiczno-kultowym, podobne do późniejszego brytyjskiego Stonehenge (2–3 tys. lat p.n.e.), powstawały w Afryce i Europie już 5 tys. lat p.n.e. i były konstruowane przez różne niekontaktujące się ze sobą kultury. Jednocześnie pokolenia teoretyków proponowały mniej lub bardziej estetycznie wyszukane modele powstania i budowy świata; modele te zakładały istnienie preferowanego w danym momencie przez daną kulturę stwórcy nieba i ziemi. W okresie tym powstawała *kosmologia mityczna*, racjonalizująca obserwacje poprzez postulowanie istnienia różnych odpowiednio wszechmocnych bóstw. Brzmi naiwnie? Mit religijny był w istocie pierwszą „naukową” próbą opisu świata podjętą przez ludzkość.

Wielkie cywilizacje epoki brązu – Egipt i Mezopotamia – zaczęły rozróżniać *mitę kosmogoniczną* opisującą stworzenie i strukturę świata od kosmologii rozumianej jako opis działania i ewolucji świata. Wiele prac ówczesnych astronomów miało zastosowanie praktyczne, odnoszące się do pomiarów kalendarzowych (przewidywanie przyprawów, rolnictwo itd.). Babilończycy już 1000 lat p.n.e. mieli zaawansowane katalogi gwiazd, zaćmień i faz Księżyca, które regularnie aktualizowali, a nawet byli w stanie przewidywać zdarzenia na sferze niebieskiej, używając doskonałej w tym czasie arytmetyki. Jednocześnie ich model Wszechświata wyobrażony był jako fantazyjna, wieloskładnikowa kopuła niebios (dwa nieba ponad sferą gwiazd) spoczywająca na nieruchomej ziemi, oraz podzielona na dwie struktury podziemia. Nie był to jednak kompletny model kosmologiczny w dzisiejszym znaczeniu tego słowa: nie korzystał w pełni z wyżej wspomnianych katalogów i nie umożliwiał interpretacji obserwacji astronomicznych.

Ta sztuka udała się dopiero Grekom. Zanim jednak powiemy o porównaniu teorii z obserwacjami, należy wspomnieć o naukowym przełomie rozpoczętym przez greckich filozofów żyjących w okresie między 7 w. p.n.e. a powstaniem imperium rzymskiego. Stworzyli oni pierwszą prawdziwie naukową metodę badania świata, używającą wnioskowania popartego dowodem, racjonalizmu i debaty opartej o argumenty logiczne. Mimo że część teorii proponowanych przez greckich filozofów przyrody nie przetrwała próby czasu, ich przekonanie o matematyce jako języku opisu własności Wszechświata jest dziś równie aktualne jak za czasów Platona. Idealizacja praw natury, które powinny dać się opisać prostymi, uniwersalnymi prawami w języku matematyki, jest dziś rzadko kwestionowanym fundamentem podejścia naukowego. Sposób badań świata stworzony przez starożytnych może być w związku z tym nazwany *kosmologią matematyczną*.



Greckie modele kosmologiczne były początkowo podobne do wcześniejszych wersji babilońskich: Tales z Miletu (624–545 p.n.e.) wyobrażał sobie świat jako okrągłą płytę pływającą po bezkresnym oceanie. Anaksymander z Miletu (610–546 p.n.e.) jako pierwszy zaproponował pogląd, że powierzchnia Ziemi jest zakrzywiona (w kształt powierzchni walca). Stworzył też jedną z pierwszych map znanego świata, a także rozważał istnienie światów innych niż nasz. Demokryt z Abdera (460–370 p.n.e.) oprócz stworzenia wraz z Leukiposem (V w. p.n.e.) podstaw teorii atomizmu (co, mówiąc dzisiejszym językiem, oznacza, że wszystko co jest, składa się z niepodzielnych elementów materii oraz próżni) przypuszczał, że oprócz Ziemi istnieją również inne planety. Kosmos według Demokryta był areną, na której nieustannie tworzyły się i ginęły nowe światy – sfera niebieska przestała być jedynie dekoracją, a stała się aktywną częścią świata. Silny prąd filozoficzny reprezentowany przez pitagorejczyków przyczynił się w dziedzinie astronomii do odkrycia kulistości Ziemi (obserwacje cienia Ziemi podczas zaćmienia Księżyca) i stworzył pierwszy opis Kosmosu z prawdziwego zdarzenia. Był to model geocentryczny, którego środek zajmowała Ziemia, otoczona przez obracające się siedem sfer niebieskich z innymi planetami, Księżycem i Słońcem; ósmą sferę zajmowały gwiazdy stałe. Odległości między sferami spełniały ściśle określone związki arytmetyczne, odtwarzające harmonię interwałów muzycznych (stąd kosmiczna muzyka sfer). Model ten rezonował w historii aż do rewolucji kopernikańskiej. I tak wybitny pitagorejczyk, Filolaos z Tarentu (470–399 p.n.e.), zaproponował przełomową modyfikację: złamanie symetrii, i uznanie, że centrum świata zajmuje nie Ziemia, a Wieczny Ogień. To jego światło odbite od Słońca i Księżyca dociera do Ziemi, a Ziemia sama krąży umieszczona w swojej sferze wraz ze znajdującym się po przeciwnej stronie Antychtonem (Przeciwziemią). Późniejsze zmiany do modelu geocentrycznego wprowadzone przez Hipparchosa z Nikei (190–120 p.n.e.) dotyczyły technicznych detali – epicykli i deferentów, dopuszczających skomplikowany ruch planet w celu wyjaśnienia obserwowanych zmian jasności. Model geocentryczny był także rozwijany przez Platona, Eudoksosa z Knidos, Arystotelesa i Ptolemeusza. Przetrwał aż do XVI w. przekazany astronomom europejskim przez astronomów arabskich, a nawet został włączony do dogmatu przez Kościół katolicki.



Czytelnik Wnikliwy znajdujący więcej pytań niż odpowiedzi (C. Flammarion, 1888).

Pierwszym filozofem, który wprost rozważał model heliocentryczny, był Arystarch z Samos (310–230 p.n.e.). Podobnie jak Eratostenes (276–195 p.n.e.), o którym pisaliśmy w *Delcie* 7/2014, zdawał sobie sprawę z rzeczywistych rozmiarów Ziemi, Księżyca i odległości między Ziemią a Słońcem, opisał także ruch orbitalny Ziemi i jej ruch wokół osi obrotu, oraz poprawnie zidentyfikował ruch gwiazd stałych jako konsekwencję ruchu Ziemi. Z perspektywy czasu, mimo genialnej intuicji Arystarch poniósł porażkę – jego teoria została uznana za błędną przez starożytnych z powodów filozoficznych, ale również dlatego, że kołowość orbit założona w modelu dawała błędne wyniki w porównaniu z obserwacjami. Półtora tysiąclecia pomiędzy Arystarchem a Mikołajem Kopernikiem (1473–1543) wypełniały w dziedzinie kosmologii teoretyczne spory o naturze geocentrycznego Wszechświata, motywowane bardzo silnym wpływem wyidealizowanych modeli kryształowych sfer niebieskich otaczających nieruchomą Ziemię, autorstwa Platona i Arystotelesa. Poglądy starożytnych wspierane przez autorytet Kościoła nie były kwestionowane nawet w obliczu dramatycznych niezgodności teorii z obserwacjami.

Na całe szczęście przewrót kopernikański zbiegł się w czasie z powrotem racjonalnego myślenia naukowego. Dobrym przykładem jest Johannes Kepler, który zarzucił preferowany przez siebie elegancki, ale błędny opis Układu Słonecznego używający platońskich idealnych brył na rzecz elips – mniej eleganckich, lecz świetnie opisujących rzeczywistość. Inni wielcy astronomowie, jak Tycho Brahe, krytykowali



Tajemnicza sprawność matematyki w opisie świata fizycznego jest do dziś fascynującym przedmiotem badań filozofów.

O wszechświatach wyspowych pisał Agnieszka Janiak w poprzednim numerze *Delt*y.

Przez kilkadziesiąt lat w pierwszej połowie XX w. wczesne oszacowania wieku Wszechświata na podstawie pomiaru stałej Hubble'a były sprzeczne z pomiarami geologicznymi wieku Ziemi na podstawie pomiarów radioaktywności pierwiastków: Ziemia wydawała się starsza niż Wszechświat!



#### Rozwiązanie zadania M 1464.

Najpierw pokażemy, że  $2(n-1)$  połączeń wystarczy. Ustalmy pewną osobę  $A$ . Najpierw każda z pozostałych osób dzwoni do  $A$ , przekazując jej swoją informację. Wówczas osoba  $A$  zna już wszystkie informacje i w ciągu kolejnych  $n-1$  rozmów może przekazać je pozostałym.

Teraz pokażemy, że aby wszyscy poznali wszystkie informacje, potrzeba co najmniej  $2(n-1)$  połączeń. Niech  $m$  oznacza liczbę wszystkich wykonanych w tym celu połączeń,  $l$  zaś – liczbę połączeń, które zostały wykonane przed pierwszym momentem, gdy pewna osoba (nazwijmy ją  $A$ ) znała wszystkie  $n$  wiadomości. Każda z pozostałych  $n-1$  osób musi być poinformowana o wiadomościach, których nie zna, więc trzeba wykonać jeszcze co najmniej  $n-1$  połączeń, tzn.  $m-l \geq n-1$ . Zauważmy również, że po  $l$  telefonach osoba  $A$  zna wszystkie wiadomości, więc każda z  $n-1$  pozostałych osób musiała wykonać wcześniej przynajmniej jedno połączenie (inaczej jej wiadomość nie byłaby znana nikomu poza nią, w szczególności  $A$ ). Stąd  $l \geq n-1$ . W takim razie  $m \geq n-1+l \geq 2(n-1)$ .

model heliocentryczny, wskazując na nieobserwowalność określonych zjawisk, np. paralaks gwiazd. Zmiany pozycji pobliskich gwiazd względem dalszych na sferze niebieskiej, wywołane ruchem orbitalnym Ziemi, zaobserwował dopiero Friedrich Bessel w 1838 r.; krytyka Brahego była więc motywowana stanem ówczesnej wiedzy na temat odległości kosmicznych. Na początku XVII w. Galileusz, używając teleskopu, stwierdził, że Droga Mleczna składa się z ogromnej ilości gwiazd, obserwował też księżyc Jowisza, wybuch supernowej i plamy na Słońcu. Wszystkie te obserwacje skłoniły badaczy do rezygnacji z poglądu Arystotelesa o idealnej wieczności nieboskłonu, a później, po sformułowaniu prawa powszechnego ciężenia (Izaak Newton, 1687), do akceptacji przekonania, że gwiazdy rządzą się takimi samymi prawami jak obiekty na Ziemi. Staje się także jasne, że prawa przyrody dają się opisać w języku matematyki, im prostszym i bardziej uniwersalnym, tym lepiej (zasada brzytwy Ockhama!). Obszar dostępny badaniom filozofów natury powiększa się: nawet Immanuel Kant (1755) pisze na temat obserwowanych na gwiazdzistym niebie obiektów mgławicowych (innych galaktyk, jak obecnie wiemy), spekulując o ich podobieństwie do naszej Galaktyki i nazywając je „wszechświatami wyspowymi”. Joseph von Fraunhofer rozpoczyna w 1814 r. erę badań widmowych Wszechświata – obecność linii widmowych znanych pierwiastków w świetle gwiazd jest kolejnym dowodem na to, że wszędzie obowiązują te same prawa fizyki. Modele i obserwacje gwiazd zmiennych są wykorzystywane do pomiaru odległości astronomicznych (Henrietta Leavitt, 1912). Początek XX w. oprócz powstania mechaniki kwantowej i ogólnej teorii względności jest także czasem Wielkiej Debaty pomiędzy Harlowem Shapleyem a Heberem Curtisem na temat rzeczywistych rozmiarów Wszechświata i natury mgławic spiralnych. Potwierdzenie, że są one podobne do Drogi Mlecznej (każda z ogromną liczbą gwiazd, a więc być może i układów planetarnych), a także obserwacja ich ruchu względem nas („ucieczka galaktyk” Edwina Hubble’a) wywołały przewrót podobny do kopernikańskiego. Zmienność świata w największej skali skłania do pytania o jego wiek i stan początkowy. Nieomal z dnia na dzień Wszechświat stał się ogromny, dynamicznie zmienny (i jeszcze bardziej obojętny w kwestii specjalnej pozycji Ziemi i ludzkości), ale jednocześnie jak nigdy przedtem znalazł się pod lupą metody naukowej i krytycznej weryfikacji hipotez.

Aktualny stan wiedzy sugeruje, że Wszechświat nie tylko rozszerza się, ale rozszerzanie przyspiesza; potrafimy nawet dość dokładnie oszacować czas (13,8 mld lat), jaki upłynął od „Wielkiego Wybuchu”, i badać ewolucję Wszechświata w różnych skalach, używając największych zdobyczy XX w.: Modelu Standardowego cząstek elementarnych (i ich oddziaływań) i ogólnej teorii względności opisującej oddziaływania grawitacyjne. Sięganie w otchłanie Kosmosu stało się jednocześnie i podróżą w czasie, i badaniem elementarnych składników materii, a granice pomiędzy astronomią i fizyką zatarły się.

Współczesne fundamentalne odkrycia są jednak w pewnym sensie uświadamianiem sobie kolejnych tajemnic – Wszechświat wydaje się w większości wypełniony tajemniczą ciemną energią (68% całej masy-energii) i ciemną materią (27%); dobrze rozumiemy tylko pozostałe 5% „zwykłej” materii. Co na to teoretycy? Przez ostatnie pół wieku trwał rozwój motywowanej matematycznym pięknem hipotezy strun, eksplorującej możliwości unifikacji wszystkich oddziaływań w jedną Teorię Wszystkiego. Niestety, brak solidnych przewidywań eksperymentalnych dotychczas raczej rozczarowuje, niż obiecuje przyszłe przełomy naukowe. Mimo tego trwa filozoficzna dyskusja o zakresie stosowalności dowodu eksperymentalnego w naukach fizycznych. Czy matematyczne piękno teorii naukowej jest ważniejsze niż jej praktyczna weryfikowalność? Czy metoda naukowa może być skuteczna bez wymogu falsyfikowalności? Możemy te pytania zadać obok wielu innych, stawianych aktualnie przez badaczy: co dalej, jeśli Wielki Zderzacz Hadronów nie stwierdzi istnienia supersymetrii lub innych niestandardowych cząstek? Czy nasz Wszechświat jest jednym z wielu, a jeśli tak, to czy da się to stwierdzić eksperymentalnie? Czy założenie hipotezy wielu Wszechświatów rozwiązuje problem Wielkiego Wybuchu? Czy świat realny ma trzy wymiary przestrzenne, czy też więcej, a może mniej? Czym jest czas? Czym jest świadomość? Dlaczego prawa fizyki są takie, a nie inne? Czy Wszechświat *jest* matematyką? I na koniec, czy te pytania są istotnie różne od tych, które zadawali starożytni?