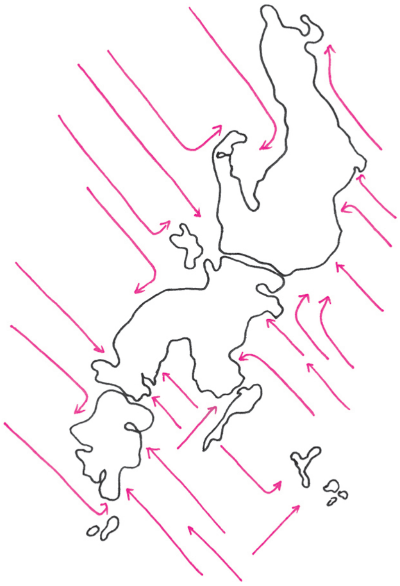

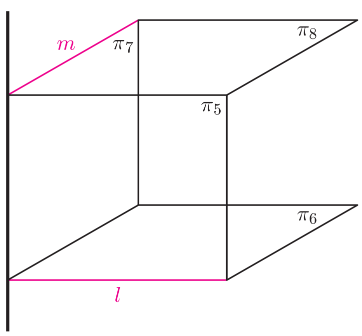

Rys. 10

Trzy symetrie składające się na ω możemy dobrać tak, by dwie z nich były symetriami względem dowolnych płaszczyzn prostopadłych przechodzących przez t – trzecia wobec tego będzie do t prostopadła. Korzystając z tych oznaczeń, mamy dwa obroty względem t: jeden z nich to τ, a drugi to symetria o osi t – czyli w sumie jeden obrót o kąt sumaryczny – oraz symetrię względem płaszczyzny prostopadłej do t. Zatem χ rzeczywiście jest symetrią obrotową.

I w ten sposób pozostało nam już tylko rozpatrzenie sytuacji, gdy izometria przestrzeni jest złożeniem czterech symetrii płaszczyznowych i nie ma punktów stałych.

W tym celu weźmy pod uwagę jakąś izometrię φ niezmieniającą orientacji i niech ona przeprowadza pewien punkt A na $A' \neq A$. Oznaczmy przez π_4 symetralną AA'. Przekształcenie $S_{\pi_4}\varphi$ zmienia orientację i ma punkt stały (mianowicie A) – jest zatem symetrią obrotową. Mamy więc $S_{\pi_4}\varphi = \rho S_{\pi_1}$, gdzie ρ jest obrotem (oznaczmy jego oś przez k), przy czym $k \perp \pi_1$. Przedstawmy ρ jako złożenie symetrii względem zawierających k płaszczyzn π_2 i π_3 – jest tu (jak zawsze przy obrotach) duża dowolność – niech więc π_3 będzie prostopadła do π_4 (oczywiście $\pi_2 \perp \pi_1 \perp \pi_3$).

Mamy więc $S_{\pi_4}\varphi = S_{\pi_3}S_{\pi_2}S_{\pi_1}$, czyli $\varphi = S_{\pi_4}S_{\pi_3}S_{\pi_2}S_{\pi_1} = (S_{\pi_4}S_{\pi_3})(S_{\pi_2}S_{\pi_1})$; są to – wobec $\pi_1 \perp \pi_2$ i $\pi_3 \perp \pi_4$ – dwie symetrie osiowe. Oznaczmy ich osie przez l i m. Zatem $\varphi = S_m S_l$. Proste k i l są skośne – gdyby były równoległe, φ byłoby przesunięciem, a więc złożeniem dwóch symetrii płaszczyznowych, gdyby zaś się przecinały, istniałby punkt stały.

Dowolne dwie proste skośne leżą w pewnych płaszczyznach równoległych – przedstawmy więc symetrie względem l i m w następujący sposób (patrz rys. 10):

$$S_l = S_{\pi_6}S_{\pi_5}, \quad S_m = S_{\pi_8}S_{\pi_7} \quad \text{i} \quad \pi_6 \parallel \pi_8.$$

Zauważmy, że wtedy również płaszczyzny π_6 i π_7 są prostopadłe, zatem

$$\varphi = S_{\pi_8}S_{\pi_7}S_{\pi_6}S_{\pi_5} = S_{\pi_8}S_{\pi_6}S_{\pi_7}S_{\pi_5} = (S_{\pi_8}S_{\pi_6})(S_{\pi_7}S_{\pi_5}) = \tau\vartheta,$$

gdzie ϑ to obrót o osi $\pi_5 \cap \pi_7$, a τ to przesunięcie wzdłuż tej osi.

Twierdzenie Chaslesa dla przestrzeni zostało tym samym udowodnione.

Warto wiedzieć, że Chasles udowodnił również twierdzenia klasyfikujące podobieństwa na płaszczyźnie i w przestrzeni. Ale może o tym innym razem…

Czekanie na renesans

Współczesna fizyka teoretyczna przypomina trochę archipelag wysp poddany działaniu żywiołów, wynoszony w górę ruchami tektonicznymi, ale równocześnie niszczony bezlitosnym smaganiem fal. Części wewnętrzne wysp, niosące praktycznie całokształt kultury materialnej tego lądu, nie doznają przy tym żadnego uszczerbku, można wręcz rzec, że systematycznie się powiększają. Co innego z nabrzeżem, które stale się zmienia i to w dość nieprzewidywalny sposób. Tu wynurzy się przesmyk między dwiema wysepkami, gdzie indziej zaś podmyty klif malowniczo pogrąży się w odmętach. Przypadkowy turysta, mający natychmiastowy dostęp do wszelkiego rodzaju informacji i, paradoksalnie, przez to coraz bardziej nieprzygotowany do poznawania obcych krain, może łatwo przedłożyć wrażenia dostarczane przez surowe piękno przybrzeżnej kipieli nad żmudne przedzieranie się przez zawiłości ornamentyki miejscowych świątyń, zwłaszcza gdy do każdego rodzaju rozrywek może bez trudu wynająć kompetentnego przewodnika.

Fizycy zajmujący się popularyzacją stają nierzadko przed dylematem, czy lepiej edukować współobywateli, dostarczając im solidnej porcji ugruntowanej wiedzy, czy też zaciekawiać ich, ukazując burzliwe dyskusje toczące się na froncie badań, gdzie nauka znajduje się *in statu nascendi*, a ugruntowana wiedza wyłoni się dopiero z piany idei śmiałych i szalonych. Właśnie tę drugą drogę obrał w swej najnowszej tłumaczonej na język polski książce Lee Smolin.

Autor rozpoczyna swe rozważania od stwierdzenia, że wszystkie wielkie teorie fizyczne – mechanika klasyczna, mechanika kwantowa czy ogólna teoria względności – opisują deterministyczną ewolucję układów fizycznych. Skoro zaś cała przyszłość określona jest przez teraźniejszość, a ta z kolei przez przeszłość, to czy istnieje we wszechświecie jakaś fizycznie istotna zmienność niebędąca tylko złudą wynikającą z ludzkiego sposobu doświadczania rzeczywistości? A w szczególnym przypadku wszechświata jako całości – czy wartości opisujących go parametrów są wynikiem jakiejś deterministycznej „decyzji”? Dalej zaś skrzy się szaleństwo i śmiałość pomysłów przywoływanych przez Smolina, niestety, bez oczywistego kryterium wyboru. Pomysłów, którym – w przeciwieństwie do innych, konkurencyjnych koncepcji – często nie udało się zainteresować wielu badaczy, czy wręcz otworzyć nowe pola badań. Stan ten niezbyt mnie dziwi, bowiem przy lekturze wcale obszernych fragmentów książki nie byłem się w stanie zgodzić z niczym, co miałem przed oczami, może poza kolejnością numeracji stron. Była to jednak niezgoda radosna i inspirująca, książka Smolina jest bowiem świetnie napisana, bogata w informacje, wciągająca i stymulująca – to bynajmniej nie książka popularno-naukowa, raczej pełen żaru osobisty manifest. Czytać? Warto. Wierzyć Smolinowi, że tak właśnie wygląda fizyka? Na własną odpowiedzialność.

K. T.

Lee Smolin, *Czas odrodzony. Od kryzysu w fizyce do przyszłości wszechświata*, Prószyński Media, Warszawa 2015.