Kolejny, dwa tysiące dwudziesty piąty element ciągu musi mieć zakodowaną liczność jednej z dziesięciu cyfr. Zauważmy, że nie może on odnosić się do cyfry „5”: liczba 8955 nie pasuje, gdyż zwiększa liczbę piątek o dwie, a nie o jedną; podobnym argumentem odrzucamy liczbę 8965 (oczywiście większych kandydatów nie ma sensu rozpatrywać).

Analogicznie można uzasadnić, że kolejny element nie może mieć na końcu cyfry 8. Pozostali kandydaci to:

$$6250,\ 8231,\ 8352,\ 8653,\ 8754,\ 7806,\ 6987,\ 6189 \text{ i } 6199,$$

jednak odrzucamy każdą z tych propozycji ze względu na założenie, że rozpatrywany ciąg ma być rosnący – każda z dziewięciu powyższych liczb jest mniejsza od 8945. Ostatecznie ciąg *true-so-far* ma dokładnie **2024** elementy.

Pod koniec powyższego uzasadnienia skończoności powołaliśmy się na monotoniczność rozpatrywanego ciągu. Jak się okazuje, *true-so-far* ma skończoną liczbę elementów również w wariancie, w którym nie zakładamy, że jest rosnący. Jednak liczba elementów tej wersji ciągu przez długi czas nie da nam dobrego pretekstu do przedstawienia go na łamach *Delty* – zgodnie z informacją zamieszczoną w bazie OEIS wynosi ona 5 191 475.

Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1768. Liczba całkowita n jest taka, że równanie

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = n$$

ma rozwiązanie w liczbach całkowitych x, y i z. Udowodnić, że równanie

$$x^2 + y^2 - xy = n$$

ma rozwiązanie w postaci pary liczb całkowitych x, y.
Rozwiązanie na str. 7

M 1769. Znaleźć wszystkie liczby całkowite dodatnie n, dla których istnieją takie parami różne liczby całkowite dodatnie a_1, a_2, …, a_n, że liczba

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \ldots + \frac{a_n}{a_1}$$

jest całkowita.
Rozwiązanie na str. 4

M 1770. Dana jest liczba całkowita dodatnia n. Na szachownicy $2n \times 2n$ w taki sposób rozmieszczono $2n$ wież, aby żadne dwie z nich nie znajdowały się w tym samym rzędzie lub w tej samej kolumnie. Następnie tablicę przecięto wzdłuż linii rozdziału pól na dwie spójne części symetryczne do siebie względem środka tablicy. Jaka jest maksymalna liczba wież, które mogą znajdować się w jednej z takich części?
Rozwiązanie na str. 1

Uwaga: Fragment tablicy nazwiemy spójnym, jeśli jest możliwe przejście w obrębie tego fragmentu między dowolnymi jego polami, za każdym razem przechodząc do pól sąsiadujących bokiem.

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1087. Kropla nieściśliwej cieczy została pobudzona do małych drgań polegających na zmianach kształtu względem kształtu sferycznego. Jak częstość f tych drgań zależy od napięcia powierzchniowego cieczy γ, jej gęstości ρ oraz promienia kropli r?
Rozwiązanie na str. 9

F 1088. W jaki sposób Newton, na podstawie znanych w jego czasach rozmiarów wielkich półosi orbit i okresów obiegu Ziemi wokół Słońca, Księżyca wokół Ziemi oraz Callisto wokół Jowisza, mógł wyznaczyć stosunek masy Słońca M_S i masy Jowisza M_J do masy Ziemi M_Z?
Potrzebne dane: okres obiegu Ziemi $T_Z = 365{,}26$ dni, wielka półoś orbity $a_z = 149{,}598 \cdot 10^6$ km; okres obiegu Księżyca $T_K = 27{,}32$ dni, wielka półoś $a_K = 0{,}384 \cdot 10^6$ km; okres obiegu Callisto $T_C = 16{,}69$ dni, półoś $a_C = 1{,}883 \cdot 10^6$ km – wartości znane współcześnie.
Rozwiązanie na str. 20