delta

Z okazji jubileuszu
postanowiliśmy
napisać ten numer sami
przepraszamy

SPIS TREŚCI

NUMERU 2(50) Delty

W następnym numerze:

K O M I K S

„Delta"
matematyczno-fizyczny miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Polskiego Towarzystwa Fizycznego
wydawany przy poparciu Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Adres Redakcji
ul. Hoża 69 pok. 151,
00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo
Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark. wyd.; 2,50 ark. druk.;
papier offsetowy III kl. 80 g. 61 × 86
Wydrukowano w Drukarni im. Rewolucji Październikowej
Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 1500/77 F-32

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60,— cena prenumeraty półrocznej zł 30 —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch" oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:
— do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny
— do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
Jednostki gospodarki uspołecznionej instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch".
Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW, oraz prenumeratorzy indywidualni zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch", Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTĘ":

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
Sprzedaż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.
Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, konto PKO I OM W-wa 1531-912

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław
w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa
w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona" Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or with
— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland.
— Earlscourt Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,
— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

Cena 1 egzemplarza zł 5.— nr indeksu 35723/35550

Program Leibniza

Ale państwo się mylą, mówiłem o szyszynce

W kilkanaście lat po opublikowaniu przez Kartezjusza *Rozprawy o metodzie*, a właściwie jednego z jej aneksów, nazwanego *Geometria analityczna*, Gottfried Leibniz poddał zawarte w tej pracy idee zdecydowanej krytyce.

Kartezjusz zaproponował używanie w geometrii metod algebraicznych, a właściwie sprowadził geometrię do roli pewnego działu algebry. Za pomocą wprowadzonego przez siebie pojęcia — układu współrzędnych — tłumaczył wszelkie zależności geometryczne na zależności liczbowe (między współrzędnymi odpowiednich punktów). W ten sposób każdy problem geometryczny mógł być rozwiązany przez rozpatrzenie odpowiedniego problemu dotyczącego liczb.

Ponieważ metody algebry były wówczas (wiek XVII) bardzo dobrze już rozwinięte, a do metod geometrycznych nie wniesiono wiele od Starożytności, więc zysk, jaki dawało ujęcie kartezjańskie, był dla wszystkich oczywisty.

Dokładniej rzecz traktując: chodziło o używanie w geometrii działań, które są o wiele bardziej poręcznym narzędziem (np. $+$ czy dla liczb rzeczywistych) niż relacje (takie, jak np. $\perp$ czy $\|$ w geometrii). Pomysł, żeby (chcąc używać działań w geometrii) przenieść pojęcia geometryczne tam, gdzie działania już mamy, odznacza się prostotą właściwą dla umysłu Kartezjusza. Jest to więc rzeczywiście dobra demonstracja wartości jego systemu filozoficznego.

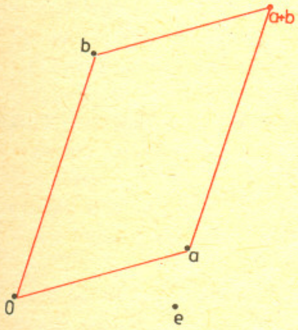
Leibniz swoją krytykę oparł również na argumentach z zakresu filozofii. Uważał mianowicie, że każda ludzka działalność winna być prowadzona za pomocą właściwych dla niej środków. W szczególności więc geometrię należy uprawiać metodami geometrycznymi. A ponieważ również i on uważał działania za bardzo poręczne narzędzie, więc postulował uprawianie geometrii za pomocą działań na obiektach geometrycznych. Ten właśnie postulat nazywany jest programem Leibniza.

Nikt się jednak nie kwapił z realizacją tego programu. Metoda kartezjańska była gotowa i pełnosprawna, zaś pomysł Leibniza miał tę wadę, że nawet nie wskazywał kierunku poszukiwań owych działań ani nie sugerował, jakie mają być ich argumenty.

Pewną próbę realizacji opisałem w Delcie 6/1977. Podany tam system Bachmanna nie jest jednak dobrą realizacją. Argumentami działań, obiektami, o których się mówi, są ciągi prostych. Czy zaś ciąg prostych jest obiektem geometrycznym to sprawa dyskusyjna.

Można jednak ten program zrealizować niezbyt wielkim kosztem. Mam nawet propozycję dla Czytelników: opiszę niżej, jak to zrobić, a każdy uzupełni szczegóły.

Ograniczmy się do przypadku płaszczyzny. Mówić będziemy o punktach. Obierzmy dwa z nich i oznaczmy je o i e. Działań będzie trzy:

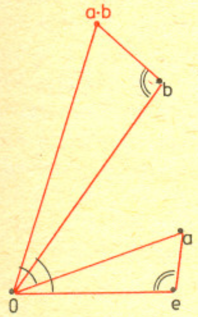


$$a+b = c$$

wtedy i tylko wtedy, gdy przesunięcie o na a przenosi b na c,

$$a \cdot b = c$$

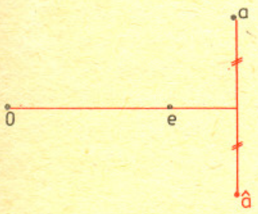
wtedy i tylko wtedy, gdy podobieństwo spiralne (złożenie obrotu i jednokładności o tym samym środku) o środku o punktu e na punkt a przenosi b na c,



$$\hat{a} = b$$

wtedy i tylko wtedy, gdy prosta oe jest symetralną ab. No i zapraszam do pracy: należy dopracować się sposobu wyrażenia dowolnej geometrycznej zależności między punktami w języku naszych trzech działań.

Wskazówka: Dogodnie jest zacząć od przetłumaczenia na nasze działania relacji: a, b, c tworzą kąt prosty. To zaś najlepiej zacząć od szczególnego przypadku: a, o, c tworzą kąt prosty. Przypadek ogólny uzyska się stąd przez dodawanie. Mając zaś kąt prosty uzyskujemy przystawanie odcinków korzystając z tego, że prostopadłe wystawione z końców (nierównoległych) odcinków przystających przecinają się w wierzchołkach rombu (a ten ma prostopadłe przekątne). Zależność: punkt p należy do odcinka ab już łatwo uzyskać: jest tak wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje taki punkt q, że kąty apq, bpq i aqb są proste. A dalej to już naprawdę łatwo.



Wyjaśnienie 1: Proponowane zajęcie jest trudne, ale naprawdę kształcące.

Wyjaśnienie 2: Gdyby punkty płaszczyzny traktować jak liczby zespolone, to nasze $+$ i $\cdot$ byłyby dodawaniem i mnożeniem w ciele liczb zespolonych. Ciekawe jednak, że ciało liczb zespolonych jest zbyt słabym narzędziem do opisania płaszczyzny. Trzeba dodać coś jeszcze, np. sprzężenie — nasz ^.

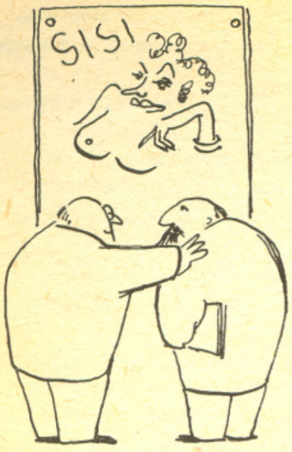
Wyjaśnienie 3: Jako aksjomatykę ujętej po leibnizowsku płaszczyzny można przyjąć aksjomatykę ciała ($+$ i $\cdot$) z inwolucyjnym automorfizmem (^) (ta uwaga nie musi być dla wszystkich jasna, ale nie jest też bardzo ważna).

Wyjaśnienie 4: Oczywiście przedstawiona realizacja programu Leibniza nie „załatwia sprawy". Niewinne zdanie „ograniczmy się do przypadku płaszczyzny" nie może być bowiem usunięte. Wiadomo nawet (tw. Frobeniusa), że nie można takiego chwytu zastosować w geometrii trójwymiarowej.

Naczelny

O liczbach zespolonych piszemy w następnym numerze Delty.

W geometrii różniczkowej termin „obiekt geometryczny" ma ściśle określone, znacznie węższe od potocznego znaczenie. Tu termin ten jest używany w potocznym znaczeniu.



Sława, to jednak wielka rzecz panie profesorze...

W kilku ostatnich latach zwiększyło się zainteresowanie fizyków oddziaływaniem bardzo szybkich cząstek z jądrami atomowymi. Powstała nowa gałąź (może gałązka) fizyki: relatywistyczna fizyka jądrowa. Przykładem problemów, które może doczekają się pełnego rozwiązania dzięki tym badaniom, jest pytanie postawione w tytule.

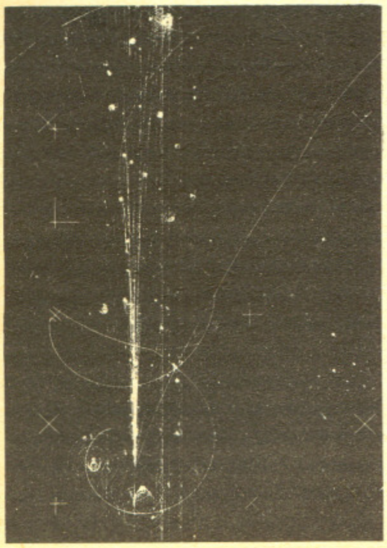
Czy cząstki rodzą się dojrzałe?

W zderzeniach cząstek przy dostatecznie dużej energii powstają nowe cząstki. Są to najczęściej mezony π. Rejestrujemy je dopiero po upływie pewnego, zresztą bardzo krótkiego czasu po powstaniu. Taka „stara" cząstka jest dobrze znana, wiemy, jak oddziałuje z innymi, wiemy, jak się może rozpaść, jeżeli jest nietrwała. Czy rodzi się ona od razu dorosła? Czy bezpośrednio po powstaniu zachowuje się tak samo jak w chwilę później? A jeżeli ma swój okres młodości, to jak długo on trwa? Na to pytanie może odpowiedzieć tylko doświadczenie. Zapraszamy więc do laboratorium, gdzie podejrzymy, jak można rozstrzygnąć postawiony problem.

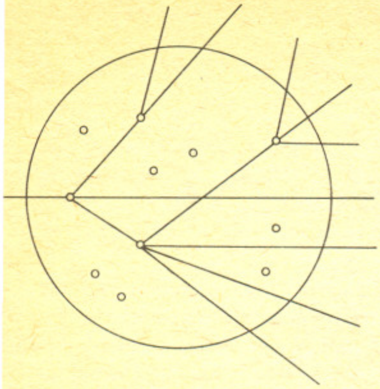
Procesy, o których mówimy, zwane procesami silnych oddziaływań przebiegają w całkiem innej skali czasu i przestrzeni, aniżeli znane nam procesy makroświata. Warto sobie tę różnicę uświadomić, aby zrozumieć jak wielki przedział czasu dzieli powstanie cząstki od chwili, w której możemy ją zarejestrować. Cząstki, o których mowa, są tak małe, że wygodniej ich masę wyrażać w jednostkach energii — elektronowoltach. Masa protonu wynosi 938,2796 MeV (1 MeV = 10^6 eV), co się równa $1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ kg. Masa mezonu π^+ lub π^- jest mniejsza, m = 139,5688 MeV = $2{,}4880 \cdot 10^{-28}$ kg. Współczesne akceleratory nadają cząstkom energię do 400 GeV (1 GeV = 10^9 eV). Mezon π o energii 100 GeV porusza się z prędkością 0,999999026 prędkości światła. Jego energia wyrażona w układzie SI wynosi $1{,}6 \cdot 10^{-8}$ dżula. Dla porównania: tę samą energię kinetyczną ma ślimak o masie 8 g pełznący z prędkością 2 mm/s. Potężne akceleratory nadają cząstkom bardzo nikłą energię, mierząc ją skalą makroświata. Energia ta jest tylko niezwykle skoncentrowana. Rozmiar obszaru oddziaływania (bo trudno mówić o rozmiarach cząstki w potocznym znaczeniu słowa) jest rzędu kilku fermi (1 fermi = 10^{-13} cm). Cząstka o prędkości bliskiej prędkości światła przebiegnie obszar 1 fermi w $3 \cdot 10^{-24}$ s. W emulsji jądrowej można zarejestrować ślad cząstki już w odległości rzędu 1 μm od miejsca produkcji, czyli po upływie $3 \cdot 10^{-15}$ s od chwili powstania. Stanowi to o dziewięć rzędów wielkości dłuższy okres, niż czas potrzebny na opuszczenie obszaru oddziaływania. Problem postawiony w pytaniu tytułowym nabiera zatem ostrości.

Interesujemy się daleką prehistorią cząstek, tak daleką, że gdyby szukać porównań z życia codziennego, należałoby badać własności jakiegoś obiektu obecnie i w pierwszych latach istnienia Wszechświata. Jak pokonać te 9 rzędów wielkości?

Przede wszystkim należy uświadomić sobie, na czym polega obserwacja cząstki elementarnej, a może trochę ogólniej, na czym polega obserwacja w sensie dosłownym dowolnego obiektu. Prześledźmy z punktu widzenia fizyka proces spoglądania w słoneczny dzień na kwiat czerwonej róży. Dane jest źródło cząstek o ciągłym widmie energii (kwantów promieniowania elektromagnetycznego o ciągłym widmie długości fal — Słońce), tarcza, na którą cząstki padają (róża) oraz detektor i zarazem analizator energii cząstek (oko). W wyniku zderzenia kwantów promieniowania z tarczą następuje rozpraszanie cząstek z określonego przedziału energii i pochłanianie innych. Rozproszeniu ulegają kwanty o energii $1{,}99 \cdot 10^{-19}$ dżula (czyli promieniowanie o barwie czerwonej o długości fali 700 nm). Kwanty o innych energiach są przeważnie pochłaniane. Detektor rejestruje znacznie więcej kwantów o wyróżnionej energii niż o energiach sąsiednich, a my mówimy, że róża jest czerwona. Tak naprawdę to obejrzeliśmy nie różę, a oddziaływanie światła słonecznego z różą. Z cząstkami elementarnymi jest podobnie. Mamy źródło cząstek (np. protonów lub mezonów π z akceleratora), tarczę (zbiór protonów — może być wodór) i detektor (użycie oka nie jest wykluczone, ale wysoce niewskazane), na przykład kliszę jądrową lub komorę pęcherzykową. Zderzamy dwie cząstki ze sobą i rejestrujemy, co z tego wyniknie. Oto przykład. Proton o energii 300 GeV nadlatujący z dołu zderzył się z praktycznie nieruchomym jądrem wodoru czyli protonem. Wynikła prawdziwa katastrofa. W zderzeniu powstało 26 naładowanych cząstek.



W podanym przykładzie obejrzeliśmy oddziaływanie proton-proton. To jedno oddziaływanie nie pozwala na konkretne wnioski. Sto takich zdarzeń pozwala już odpowiedzieć na pytanie, czy przy określonej energii rodzi się dużo czy mało cząstek. Uświadamiamy sobie, że w opisanym eksperymencie biorą udział „stare" cząstki, a więc takie, które przeżyły 10^{-15} s lub znacznie dłuższy okres. Jak obejrzeć oddziaływanie nowo powstałej cząstki na przykład noworodka π? Rozwiązanie jest w zasadzie proste. Należy zderzyć go z czymś zaraz po powstaniu, ale to naprawdę zaraz, na przykład zanim zdąży przelecieć odległość



kilku fermi. To zaś wymaga umieszczenia tarczy w tak bliskiej odległości od źródła cząstek. Sprawa wydaje się doświadczalnie beznadziejna dopóki nie uświadomimy sobie, jak gęsto upakowane są nukleony w jądrze atomowym. Otóż jeżeli jądro przedstawić w postaci kuli o promieniu r, to $r = r_0 A^{1/3}$, gdzie r_0 jest rzędu 1,1–1,2 fermi, zaś A jest liczbą masową jądra. Dla węgla $A = 12$, wobec czego $r \simeq 2{,}5$ fermi. W kuli o takim promieniu upakowane jest 12 nukleonów: 6 protonów i 6 neutronów. Można zaprojektować tak doświadczenie, aby cząstki powstałe w wyniku zderzenia z jednym nukleonem zderzały się jeszcze W TYM SAMYM JĄDRZE z innym nukleonem. Załóżmy chwilowo — będzie to taka hipoteza robocza — że rodząca się cząstka jest od razu w pełni dojrzała i może oddziaływać tak samo, jak w późnej starości. Znając sposób jej oddziaływania na swobodnych protonach, np. w wodorze, możemy przewidzieć, jak powinno przebiegać oddziaływanie w jądrze. Nasze przewidywania ilustruje rysunek. W jednym jądrze można spodziewać się kilku oddziaływań wtórnych. Proces taki nazywamy kaskadą wewnątrzjądrową. Bez żadnych rachunków można ocenić, że średnia krotność czyli średnia ilość cząstek wtórnych w zderzeniach z jądrami powinna być znacznie większa niż w zderzeniach z protonem. Ilościowo ujmujemy ten efekt badając zależność stosunku R średniej krotności w oddziaływaniach na jądrach do średniej krotności w oddziaływaniach na protonach od energii i liczby masowej. Wyniki doświadczeń są zaskakujące. R praktycznie nie zależy od energii i słabo zależy od liczby masowej jądra, co natychmiast obala model kaskady wewnątrzjądrowej. Nasza hipoteza robocza jest nie do utrzymania. Cząstki zaraz po powstaniu są inne. Inne, ale jakie?

Można tu przytoczyć różne opinie, bo zagadnienie nie jest całkowicie rozstrzygnięte. Uważa się obecnie, że to co przechodzi przez jądro po pierwszym zderzeniu nie jest w pełni rozwiniętym stanem wielocząstkowym (czyli takim stanem, w którym każda wtórna cząstka jest już tworem niezależnym), a tylko pewnym stanem pośrednim, który może oddziaływać z innymi nukleonami, ale inaczej niż zwykła cząstka. Fizycy zajmujący się cząstkami elementarnymi badali to zagadnienie w najprostszych warunkach, zderzając mezony π^- o energii 21, 200 i 360 GeV z jądrami deuteru (izotop wodoru). Deuter ma tylko dwa nukleony: pierwszy, z którym mezon π się zderzy, można traktować jako źródło nowo powstałych cząstek, drugi zaś stanowi dla nich tarczę. Tylko w 15% zdarzeń obserwujemy oddziaływanie z oboma nukleonami (podwójne rozpraszanie). Zbadano prawdopodobieństwo podwójnego rozpraszania w zależności od krotności cząstek wtórnych. Okazało się, że prawdopodobieństwo to jest stałe, co potwierdza hipotezę, że w chwili drugiego oddziaływania cząstki nie są jeszcze w pełni ukształtowane. Ilościowo usiłują opisać to zjawisko modele. W 1976 roku G. Białkowski (znany Czytelnikom Delty z licznych artykułów) i współpracownicy zaproponowali model, w którym nowo wyprodukowane cząstki są niedojrzałe i potrzebują pewnego skończonego czasu na stanie się cząstkami fizycznymi. Dojrzewanie przebiega silniej w obecności materii jądrowej. Czas dojrzewania skraca się o wielkość proporcjonalną do ilości przebytej materii. Model ten dobrze interpretuje wyniki wielu doświadczeń, mimo to przedwcześnie jest wyrokować, czy da się go utrzymać, gdy zwiększy się ilość doświadczeń. Już teraz możemy jednak stwierdzić, że cząstka zaraz po powstaniu jest niedojrzała, a to stanowi przecież odpowiedź na pytanie zawarte w tytule.

Zastępca

Mnie nie zależy żeby było jakoś, tylko żeby jakoś było

Zadania

Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

M148. Wyznaczyć najmniejszą liczbę naturalną, której suma cyfr w rozwinięciu dziesiętnym równa jest 1978.

Rozwiązanie na str. 13

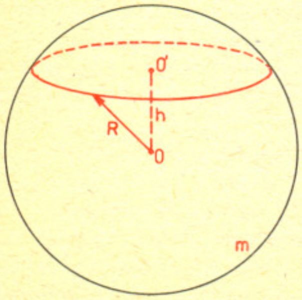
M149. Punkty M i N są odpowiednio środkami podstaw $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ trapezu, przy czym $MN = \frac{1}{2}(AB-CD)$. Udowodnić, że $\sphericalangle BAD + \sphericalangle ABC = 90°$.

Rozwiązanie na str. 4

M150. Udowodnić, że jeżeli n jest liczbą naturalną nieparzystą i każda z liczb $1, 2, \ldots, n$ jest wyrazem ciągu $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, to liczba $(a_1-1)(a_2-2)\ldots(a_n-n)$ jest podzielna przez 2.

Rozwiązanie na str. 6

Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI



F50. Jednorodną cienką powłokę kulistą o masie m i promieniu R rozcięto wzdłuż koła zaznaczonego na rysunku barwną linią. Odległość środka koła O' od środka powłoki O wynosi h. Z jaką siłą przyciągają się obie części powłoki?

Rozwiązanie na str. 15

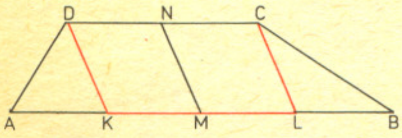
Związki literatury z nauką?

To sztuka głęboko aluzyjna.

Rozwiązanie zadania M149. Z warunków zadania wynika, że $AB > CD$. Niech $K \in \overline{AM}$, $L \in \overline{MB}$, $\overline{DK} || \overline{MN} || \overline{CL}$. Wówczas

$$AK = AM - KM = \frac{1}{2} AB - \frac{1}{2} CD = MN$$

i podobnie $LB = MN$. Niech f będzie przesunięciem o wektor $\overrightarrow{KL}$. Mamy $f(D) = C$, $f(K) = L$. Niech $f(A) = A_1$. W trójkącie A_1CB jest $AL = LB = CL$, punkt L jest więc środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie i średnicą tego okręgu jest $\overline{AB}$. Kąt A_1CB jest więc prosty, zatem suma pozostałych kątów tego trójkąta, tj. $\sphericalangle BAD + \sphericalangle ABC$, równa jest też $90°$.



Przykłady takich humoresek można znaleźć w powieści „Śniadanie mistrzów" Kurta Vonneguta. Jednym z bohaterów powieści jest właśnie „twórca" prozy fantastyczno-naukowej — Kilgore Trout. Jego pomysły nadają się idealnie do zilustrowania przedstawionego obok problemu.

Wedle potocznych sądów na temat literatury pięknej jedną z jej cech specyficznych ma być krańcowe przeciwstawienie naukom ścisłym, w tym matematyce i fizyce. Można przypuszczać, iż sądy takie ukształtowały się na podstawie „zdroworozsądkowego" podziału elementów składających się na wytwórczość „ducha" ludzkiego, czyli osiągnięć myśli ludzkiej (twory kultury, nauki, techniki itp.).

Literatura jest częścią kultury, natomiast matematyka, logika czy fizyka reprezentują świat nauki. Wprawdzie i kultura, i nauka są wytworami ludzkimi, jednakże mimo wielu wspólnych cech różnią się one na tyle, że różnice między nimi są oczywiste, aż niezauważalne. Na zdroworozsądkowe rozdzielenie tych tworów myśli ludzkiej wpłynął fakt, obserwowalny w wielu epokach historii, iż dzieła literackie nigdy nie były traktatami logicznymi czy matematycznymi. Prawdopodobnie będzie tak i w przyszłości. Wynika to ze specyfiki literatury, nie dającej się sprowadzić w żaden sposób do matematyki czy logiki. Próby unaukowienia literatury nie wyszły jej na dobre, czego przykładem może być naturalizm. Wprawdzie w tym przypadku wzorem były nauki przyrodnicze, przede wszystkim stosowana w nich metoda obiektywnego przedstawiania faktów, ale nawet takie „obcowanie" z nauką dało mierne wyniki. Emil Zola, teoretyk i praktyk naturalizmu, w swej teorii powieści eksperymentalnej nakreślił zadania stojące przed literaturą na zasadzie analogii do celu ówczesnych nauk przyrodniczych (bezstronne opisywanie faktów itp.). Jednakowoż te scjentystyczne zachcianki nie przeniosły automatycznie dzieł literackich do świata nauki.

A i filozofia pozytywizmu, na której bazowała teoria Zoli, z upływem czasu zdezaktualizowała się prawie całkowicie (prawie — bo już w XX wieku pojawili się kontynuatorzy — tzw. neopozytywiści).

Przetworzenie dzieła literackiego w dzieło naukowe jest niemożliwe ze względu na alogiczność jego najwyższego poziomu, poziomu ostatecznego sensu; a wiadomo skądinąd, iż nauka ścisłością i logiką stoi. Fakt ten szczególnie jest widoczny w przypadku dzieł literatury nowyżytnej (np. „perfidia" tekstów Kafki). Jednoznaczne odczytanie sensu takich utworów jest równoznaczne z wydaniem na nie wyroku śmierci, ponieważ żyją one dzięki wielości, a często sprzeczności odczytań ich sensu. Mogą one być jednocześnie i poważne, i ironiczne, umieszczone w porządku naturalnym i nadnaturalnym, fantastyczne, alegoryczne i jeszcze poetyckie. Od decyzji czytelników zależeć będzie wnikliwe, tj. wielostronne rozeznanie się w znaczeniach takich dzieł. Niewątpliwie takie błądzenia w znaczeniach stanowią istotny urok literatury.

Uroku tego trudno doszukać się w dziełach literatury popularno-masowej (np. kryminały), gdzie „ze świecą" nie znajdzie się wieloznaczności sensu, że nie wspomnę o sprzecznościach tegoż. Bazowanie literatury na sprzecznościach najskuteczniej oddala ją od nauk ścisłych. Sprzeczności w matematyce, logice są tym, czym dla diabła woda święcona. Kładą one kres wszelkiemu rozumowaniu. Dla literatury natomiast są podstawowym pokarmem (oczywiście umiejętnie spożytkowanym). Pokarm ten jest nabywany drogą pośrednią, poprzez kulturę, jako że literatura jest częścią kultury. Po jej obszarach zaś grasują sprzeczności logiczne, budząc niesmak w ścisłych umysłach matematycznych. Obfitości takich sprzeczności dostarcza chrystianizm. Oto jedna z nich — współistnienie porządku doczesnego z pozadoczesnym: „wszystko, cokolwiek zachodzi, naturalnie zachodzi, a jednocześnie z woli Bożej, bo bez niej nic". Wprawdzie wynikające z tej sprzeczności kolizje działania są łagodzone (np. zgoda teologiczna na ubezbolešnienie porodów), jednakowoż fakt ich istnienia jest niezaprzeczalny.

Podobnie wygląda sprawa z wielowłączeniową kategorializacją postrzeżeń jako normy snu oraz stanów hipnotycznych — czyli współistnienie takich stanów rzeczy, co się wyłączają nawzajem logicznie lub empirycznie. A więc i psychologia oprócz kultury wskazuje na obecność sprzeczności logicznych.

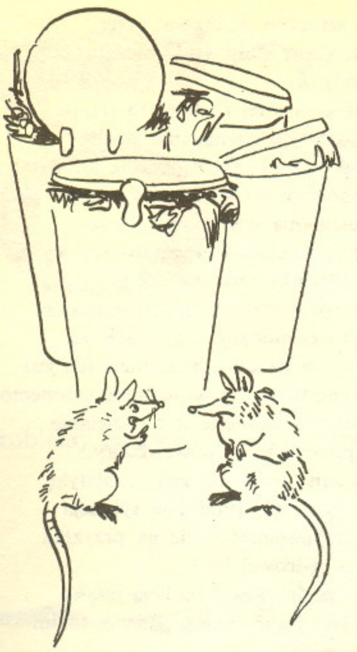
Świat kultury (w tym literatury) może niekiedy okazać się powabnym i dla przedstawicieli nauk ścisłych (Lewis Carrol — matematyk i jednocześnie autor „Alicji w krainie czarów"). Zainteresowanie zaś pisarzy światem nauki ma już swoje tradycje. Poza wspomnianym naturalizmem jest nim także gatunek prozy fantastyczno-naukowej (tzw. *science fiction*). W przypadku tego drugiego obok dokonań pisarskich, gdzie intencje (fantastyczno-naukowe) idą w parze z rezultatami (zgodność z naukowymi teoriami), istnieją utwory chybione. Wówczas to teksty z założenia intencjonalnie fantastyczno-naukowe przekształcają się w niezamierzone humoreski.

Natomiast niektóre z dramatów S. I. Witkiewicza można odczytać jako humoreski intencjonalne, gdzie wykorzystuje się świadomie język pojęć matematycznych i fizycznych. Jest to tylko jedna z interpretacji, narzucająca się nieodparcie, gdy np. w „Gyubalu Wahazarze, czyli na przełęczach bezsensu [nieeuklidesowy dramat w czterech aktach]" czytamy, jak to jedna z postaci, II Baba, mówi „W państwie sześciowymiarowego kontinuum wszystkie kryteria są rzeczą w istocie zbyt banalną". Witkiewicz, nie dążąc do naturalistycznego

czy realistycznego odkrywania czegoś nowego w świecie zmysłowym, przekształca zjawiska znane. Wszystko to mu służy w przekazywaniu własnego widzenia świata. Że to widzenie jest specyficzne, świadczą o tym jego poglądy filozoficzne o proweniencji katastroficznej. W tworzeniu groteski posługuje się metodą kontrastu. W wymienionym wyżej dramacie kontrast ten zostaje uwypuklony przez użycie języka pojęć matematyczno-fizycznych. Językiem tym mówią postacie, które w konwencji realistycznej nigdy by go nie użyły. Np.:
I Baba „Niech żyje Gauss! Niech żyją ogólne spółrzędne! Wszyscy wiemy już, co to są tensory!!!"
I taki króciutki dialog:
II Dama „Tam jest On! Nasz Władca! Jedyny pan wszystkich żywiołów i bezkresnych pól ogólnej grawitacji".
II Baba „Wariatka! Ona myśli, że nikt z nas nie zna teorii Einsteina. Teraz już w szkole średniej uczą bezwzględnego rachunku różniczkowego".

Podobnego zabiegu dokonuje w innym dramacie — „Tumor Mózgowicz". W tym przypadku wyzyskuje matematyczną teorię zbiorów nieskończonych, nadając jej kształt groteskowy. Genialny uczony, T. M., podejmuje próbę podporządkowania świata matematyce. Jednakże, zanim jego liczby ponadskończone — alefy — zatriumfowały, zostaje unieszkodliwiony przez własnych synów i współpracowników.
Elementy języka matematyki i fizyki wykorzystał Witkiewicz, można rzec — to degradując, to znów nobilitując role tych nauk. Degradacją byłoby tworzenie przy pomocy języka tych nauk groteskowych postaci; nobilitacją natomiast — przedstawienie problemów metafizycznych. I tak np.: w dramacie „Gyubal Wahazar", nazywając w podtytule ten dramat „nieeuklidesowym", Witkiewicz chciał zaakcentować wyjście poza tzw. literaturę klasyczną. Miała to być analogia do poczynań Einsteina w dziedzinie nauk ścisłych. Nową koncepcją Witkiewicza, oczywiście w dziedzinie literatury, miała być teoria czystej formy. Dramaty realizujące założenia tej teorii (niektóre bardziej, inne mniej) obfitują w sprzeczności natury logicznej. Z założenia zresztą miały być takie.
Pytanie, czy związki literatury z nauką muszą być z natury związkami nieudanymi, mimo przedstawionej tu różnicy w specyfice jednej i drugiej, jest pytaniem, na które wątpię, czy udałoby się znaleźć odpowiedź.

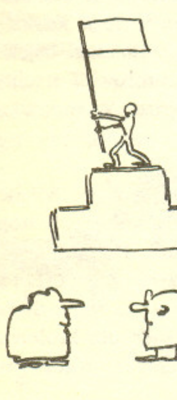
Sekretarz



A ja lubię
tę nowoczesną architekturę

Apologia bełkotu

Wszyscy niemal posługujemy się językiem. Opowiadamy sobie bajki, plotki, modlimy się, flirtujemy, zawodzimy z bólu lub też opisujemy swoje wrażenia z wakacji. Dawno już jednak uznano, że głównym celem języka jest umożliwienie komunikowania się ludzi ze sobą, a dokładniej — przekazywania informacji. Z tego punktu widzenia język naturalny wydaje się być wysoce niedoskonały. No bo cóż za informację można wyłuskać ze stwierdzenia „psy nad polami w lot się zerwały"? Prawdopodobnie po prostu „psy zaczęły biec po polu" — ale w takim razie po co wikłać taką prostą informację. Wydaje się, że drugie zdanie jest dużo prostsze, jaśniejsze. Nie wiadomo wprawdzie dokładnie ani gdzie to było, ani kiedy, ani jakie to były psy. Nic nie szkodzi — informację zawsze jeszcze można uściślić. A przy tym dużo łatwiej przecież prowadzić rozumowania używając takich właśnie prostych zdań, prostych wypowiedzi.
Zatem również już od dawna zaczął panować ideał wypowiedzi ścisłej, precyzyjnej. Na początku każdego średniowiecznego podręcznika logiki znajdowały się rozdziały, w których wykładano (jak byśmy dziś powiedzieli) gramatykę logiczną. To znaczy podawano reguły konstruowania zdań, opisywano ich części składowe — wszystko z myślą, że tak zbudowane zdania są poprawne i one właśnie nadają się do prowadzenia rozumowań.
Poza tymi zdaniami pozostawało oczywiście w języku wiele zdań niepoprawnych czy też nieopisanych — no, ale to była robota dla następców.
Następcy zwrócili uwagę na nieco inny aspekt ścisłości, poruszany i dawniej przez Sokratesa, Platona. Przecież trudno zrozumieć informację o biegnącym psie, jeśli nie wie się, co to znaczy „biec" i czym jest „pies". Może lepiej to widać, gdy pomyślimy o koniu, który może iść stępa, krótkim bądź długim kłusem, może także galopować. Aby zatem informacja była pełna i dokładna, musimy umieć także dokładnie opisywać świat. Stąd w podręcznikach logiki pojawiły się rozdziały mówiące o klasyfikacji pojęć i nawołujące, by owe pojęcia „wyostrzać", by zawsze jasno określić granice zakresów używanych pojęć. To był wymóg już nie tylko logiki, ale całej nauki. Jeśli biolog wykładał o jakimś gatunku, to wszyscy musieli wiedzieć, czy dany zwierz jest reprezentantem owego gatunku, czy też nie. Z tej tradycji wyrastała Encyklopedia, usiłując uszeregować i sklasyfikować całą ówczesną wiedzę.



Awangarda!

W „Definicjach” Pseudo-Platona znaleźć można następującą definicję człowieka: „Człowiek to zwierzę dwunożne, bezpióre, o płaskich paznokciach, jedyne z jestestw zdolne do rozumowania”. W związku z tą definicją, wypracowaną w kręgu Platona, Diogenes Laertios przytacza historię, jak poznawszy ową definicję Diogenes z Synopy wszedł razu pewnego do szkoły Platona niosąc oskubanego koguta i oświadczył — oto człowiek Platona. Na krytykę zareagowano dodając określenie — „o szerokich paznokciach”.

Umówmy się, że znaczek: $\Box$ ... czytać będziemy „konieczne jest, by...” albo „konieczne jest, że...”, $\wedge$ — to symbol dla „i” a $\rightarrow$ — symbol dla „jeśli..., to...”. Ponadto niech S oznacza karę. Wtedy p jest zakazane, jeśli zdarzenie się p pociąga koniecznie za sobą karę, to znaczy
p zakazane $\equiv \mathrm{F}p \equiv \Box(p \rightarrow S)$.
W logice konieczności przyjmuje się lub dowodzi prawa
$(\Box(p \rightarrow q) \wedge \Box(q \rightarrow r)) \rightarrow \Box(p \rightarrow r)$
a zatem też $\Box(p \rightarrow q) \wedge \mathrm{F}q \rightarrow \mathrm{F}p$.
Zapiszmy więc symbolicznie: „Jeśli Samarytanin udziela pomocy obrabowanemu X, to koniecznie X został obrabowany” oraz „zabronione jest obrabowywanie X-a”. Podstawiając do powyższego schematu te zdania otrzymujemy zakaz udzielania pomocy.

Co za dar przekonywania!

Rozwiązanie zadania M150. Zauważmy, że któryś z wyrazów rozpatrywanego ciągu o numerze nieparzystym jest liczbą nieparzystą, bowiem wyrazów o numerach nieparzystych jest $\frac{n+1}{2}$, a liczb parzystych wśród wyrazów ciągu jest $\frac{n-1}{2}$. Różnica tego wyrazu i jego numeru jest więc liczbą podzielną przez 2 i cały iloczyn też dzieli się przez 2.

Nieszczęście polegało na tym, że wszelkie klasyfikacje były sztuczne, tworzone przez człowieka, świat nie dawał się wtłoczyć w te sztywne ramy. (Por. starożytną anegdotkę o definicji człowieka — oskubany kogut też był człowiekiem!)
Skoro okazało się, że język naturalny tak źle wywiązuje się ze swojej funkcji, to trzeba było od nowa przemyśleć jego rolę. Z jednej strony, uwzględniając wymagania nauki, zaczęto tworzyć języki sztuczne. W obecnej chwili logika operuje niemal wyłącznie językami sztucznymi, które miały być idealizacjami, przybliżeniami naturalnego języka używanego do stwierdzenia prawdy lub fałszu, wydawania rozkazów, ustalania norm, zadawania pytań, oraz ustala ona wewnątrz tych języków algorytmiczne, mechaniczne zależności, które mają być idealizacjami relacji wynikania, podrzędności itp. Wyniki zapewne cieszą specjalistów — i tych „za”, i tych „przeciw”. Pierwszych — bo aparatura chodzi (i czasem „pasuje”), drugich — bo w każdym z tych systemów odkryto paradoksy sugerujące, że albo dana idealizacja poszła za daleko, albo w złą stronę, ale w każdym bądź razie nie jest to, nawet przybliżony, opis tego fragmentu języka, o który chodziło. Np. w jednym z systemów logiki norm zostało dowiedzione, że dobremu Samarytaninowi zabronione jest udzielanie pomocy. Autorzy na ogół na gwałt reperują swój system, pojawiają się nowe dziury...
Wszystkie zresztą te języki realizują ideał ścisłości. Mają zadaną jednoznaczną gramatykę i w razie potrzeby jednoznacznie określone (sztuczne) zakresy pojęć. [Podobna sytuacja wytworzyła się i w innych dziedzinach nauki — wystarczy przypomnieć sobie na przykład język zapisów reakcji używany w chemii, radiochemii, fizyce jądrowej itp.]
Było jednak i inne rozwiązanie. Można przecież przyjąć, że podstawową funkcją języka nie jest przekazywanie informacji, a wzbudzanie wzruszeń, tworzenie sugestii itd. W takim przypadku fraza

Naga gałąź rozebrana z liści
krzyczy w bulgotach utonięć [J. Śpiewak]

po prostu ma wywołać w nas stosowny nastrój, obraz, który nami wstrząśnie, lub tp. W takim ujęciu nie ma zdań bezsensownych, bełkotu itd. Używanie języka to przede wszystkim sprawa artystów. Tworzenie wyrażeń — to artystyczna organizacja słów, tekstu.
Nauka jednak się nie poddaje. Można zacząć nieco skromniej. Zamiast formułować dyrektywy poprawnego używania języka, można badać, jak ten język naprawdę używany jest przez ludzi. Możliwe, że w ten sposób dojdzie się do reguł tworzenia sensownych zdań. Do tego nadaje się cały aparat statystyki — będziemy liczyć, jak często dany wyraz wiąże się z innymi (itp. częstości). Ustalono w ten sposób dla wielu języków reguły fonetyczne, reguły gramatyczne — a wreszcie zabrano się i za badanie sensowności semantycznej. (Statystyka to potęga — może nawet uda się przy jej pomocy wyznaczyć i wyliczyć artyzm dzieła!).
I co? I nic. Rozpoczynając badania badacze wstępnie zakładają pewien z grubsza tylko zarysowany model języka, bez tego nie można ruszyć. Nie można się chyba również dziwić, że ten model — to tylko dużo bardziej skomplikowana gramatyka logiczna; cóż innego może nam przyjść do głowy — podmiot, orzeczenie, spójniki, określenia. Tymczasem stwierdzono, że swoistymi językami posługują się zwierzęta, że ludzie do przekazywania informacji używają także języka gestów, mimiki itp. Czy jednak wszystkie te języki muszą mieć strukturę semantyczną podobną do przewidywanej przez gramatykę logiczną? I czy ta właśnie struktura jest najważniejsza?
Wszyscy ludzie używają języka. I wszyscy na ogół rozumieją, co do nich mówi ktoś inny. Może uparliśmy się traktować samą „informację” zbyt wąsko i dosłownie. Bo istotnie informacja dosłowna podana w np. bajkach czy przypowieściach jest częstokroć bezsensowna. Pojęcia nadto są nieostre, a i budowa wyrażeń może czasem zbyt dowolna. Być może za kilkadziesiąt lat, gdy wszyscy już będziemy na codzień używać jedynie ścisłego języka biologii, fizyki i matematyki, naukowcy z trudem odnajdą nikłe ślady odniesień bajek La Fontaine'a do zwierząt zamieszkujących pola i lasy współczesnej autorowi Francji. Jak jednak rozstrzygną oni następujące zadanie postawione Królowi przez Wampira [wg „Opowieści Wampira”]:

Pewnego razu królowa ze swą córką wygnane z domu uciekały przez obcy las. Miejscowy król wraz ze swym synem polowali w tym lesie i natknęli się na ślady kobiecych stóp. Ślady tak się im spodobały, że postanowili ożenić się z owymi damami. Przysięgli, że król pojmie za żonę kobietę o większych stopach, a syn o mniejszych. Co postanowiwszy popędzili koni, dogonili królową i córkę i uczynili, jak ślubowali. Tyle, że to królowa miała mniejszą stopę, a więc przypadła królewiczowi, zaś królewna przypadła królowi. Po jakimś czasie z obu małżeństw urodziły się dzieci. Jakie jest pokrewieństwo między owymi dziećmi?

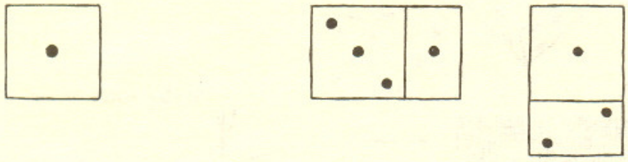
Zadanie powinno być łatwe. Przecież stopnie pokrewieństwa są ściśle określone.

Techniczno-Graficzny

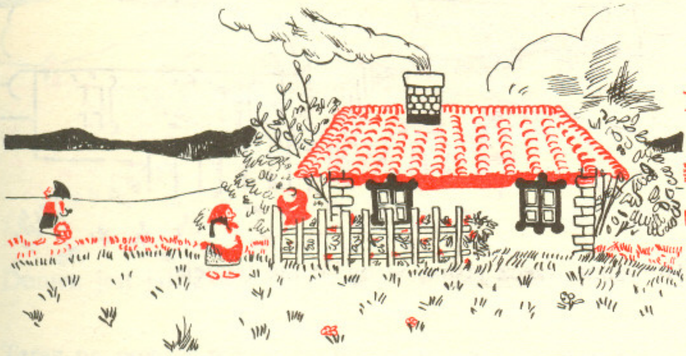
mała delta

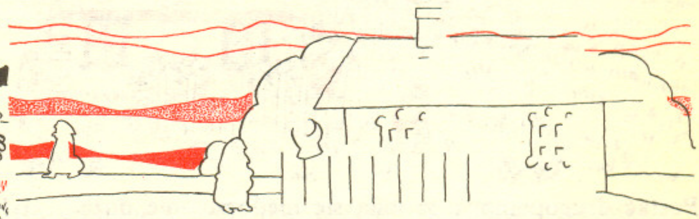
RYSUNEK PŁASKI

Kostka do gry. Wiemy, że jest sześcienna. Rysunek płaski przedstawia na ogół tylko jedną ścianę. Co to za przedmiot domyślamy się na podstawie szczegółów — i tak jest w porządku!



Problemy zaczynają się przy dwóch ścianach.





Przedmioty zasłaniają się.

Horyzont możemy narysować na dowolnej wysokości.

Nie możemy powiedzieć nic obowiązującego o wzroście narysowanych postaci.

Tak może wyglądać w tej konwencji wyobrażenie tłumu.

Jest to sposób rysowania łatwy i zabawny. Ulubiony przez dzieci, stosowany nader często w dziecinnych książeczkach. Źle się nadaje do przedstawienia przedmiotów trójwymiarowych, np.: Jaka jest długość stołu? Czy wazonik jest walcem, czy graniastosłupem? Jest to jednak ważna metoda przekazywania bardzo precyzyjnych danych o przedmiocie. Tak rysuje się plany, schematy działania różnych urządzeń. W technice rzuty i przekroje. Tak wreszcie rysujemy mapy. (Wymyślono nawet, specjalnie dla map, płaski sposób przedstawienia trzeciego wymiaru — jaki?)

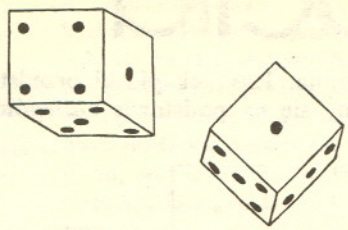
Rysunek płaski jest, rzecz jasna, najstarszym sposobem wyobrażania świata na płaszczyźnie. Spostrzeżenie, że przedmioty mogą się wzajemnie zasłaniać, jest w ogóle pierwszym krokiem „w przestrzeń" i wiele kultur nigdy go nie uczyniło.

To są rysunki sprzed tysięcy lat,

a to współczesny rysunek z Australii.

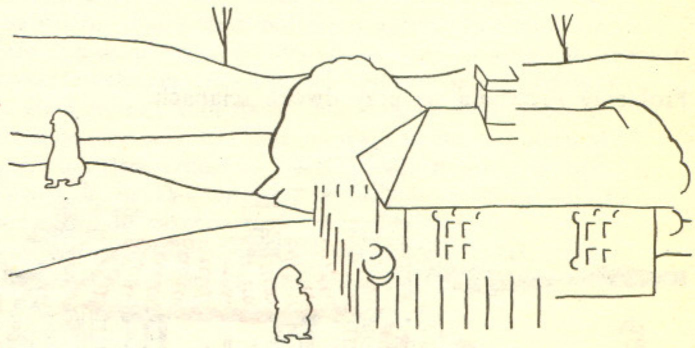
PERSPEKTYWA RÓWNOLEGŁA

Tu widzimy, że kostka jest sześcianem.



Możemy ją „obejrzeć" ze wszystkich stron.

Postać drugoplanowa zrobiła się niedorzecznie duża.



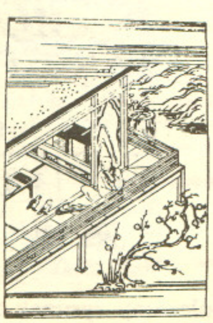
Horyzont, rzecz jasna, w ogóle nie istnieje.

Wiemy dokładnie, jaki jest wzrost postaci. Możemy je nawet zmierzyć i, jeżeli uznamy, że są normalnego wzrostu, obliczyć na tej podstawie np. wysokość domku.

Las z „tła" znalazł się zupełnie blisko i przestał „mieścić się" na rysunku.

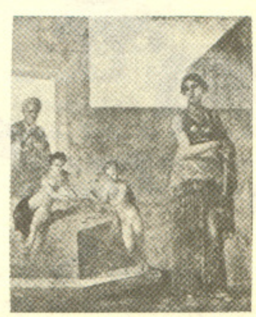
Ten sposób rysowania jest ważny dla inżynierów mechaników. Ponieważ opisywane przez nich przedmioty miewają kształty nader skomplikowane, przekrój czy rzut nie zawsze dostarczają kompletnej informacji o ich wyglądzie i położeniu względem siebie. Używają go też matematycy i fizycy.
W jakim punkcie stołu stoi wazonik? Jaki ma kształt?

Perspektywa równoległa nie była w malarstwie nigdy stosowana konsekwentnie. Na ogół wyglądało to tak, jak na przytoczonym obrazku japońskim (budynek w perspektywie równoległej, a pejzaż nie). Próby jednolitego przedstawienia świata, a więc rysowania mniejszych wszystkich obiektów położonych dalej, budziły gwałtowny sprzeciw.



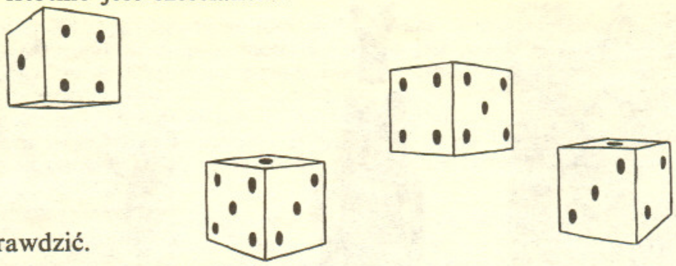
— Więc właśnie nad tym się zastanów. Do czego zmierza malarstwo w każdym przypadku? Czy do rzeczywistości, by ją naśladować samą, jaka ona jest, czy też do wyglądu — jak ona się przedstawia? Malarstwo jest naśladowaniem widoku czy naśladowaniem prawdy?
— Widoku — powiedział.
— Więc sztuka naśladująca jest daleko od prawdy i dlatego odrabia wszystko, że w każdym przypadku mało prawdy dotyka, a jeżeli już, to widziadła tylko. (...)

Platon, *Państwo*, ks. X

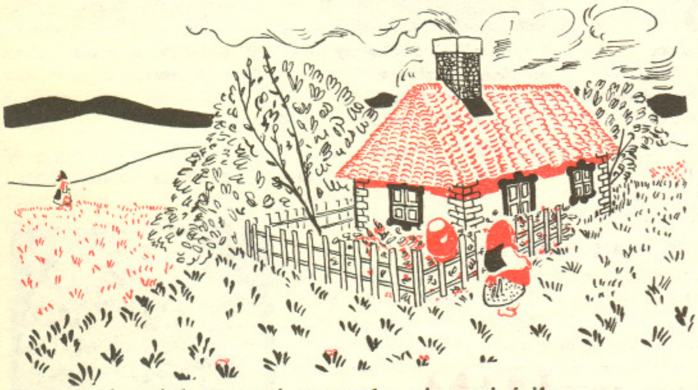


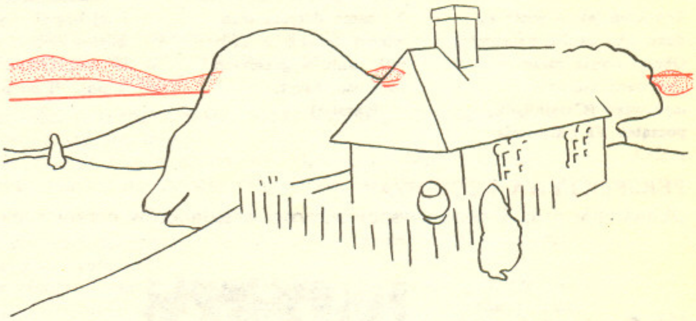
PERSPEKTYWA ZBIEŻNA

Ta kostka jest zgrabniejsza od poprzedniej. Choć w niektórych „skrótach" może się wydać dziwna. Możemy nawet nabrać wątpliwości, czy istotnie jest sześcianem.



I nie będziemy umieli tego sprawdzić.

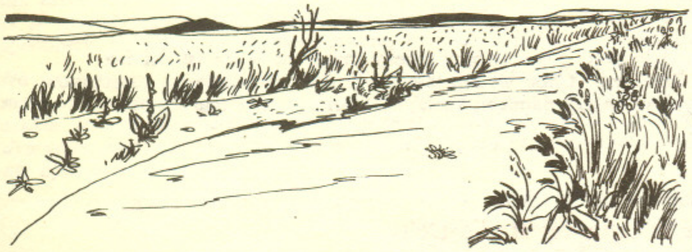




Domek jest jak żywy i wszystko się zmieściło.

Horyzont jest absolutnie decydującą sprawą. Na nim znajdują się punkty przecięcia poziomych równoległych. Sprawdź na kostkach.

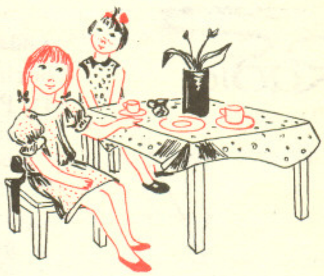
Teraz na powrót mamy wątpliwości, czy obie postaci są tego samego wzrostu. A co z naszą, pracowicie wyliczoną wysokością domku?



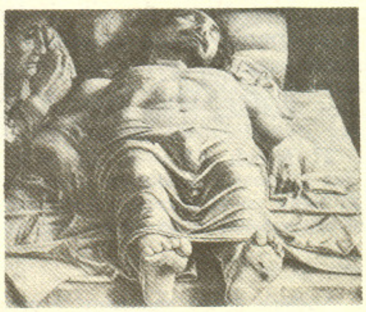
Czy brzegi rzeki zbliżają się, czy są równoległe?

Ten sposób rysowania był uznany za jedynie prawidłowy od Odrodzenia do XIX wieku. Używał go m.in. Jan Matejko (czy zawsze mu się to udawało?).

Nie daje tak dokładnych informacji jak poprzednia metoda. Która dziewczynka jest wyższa? Czy dziewczynka trzyma rękę w połowie długości stołu? Dalej? bliżej? Że jest to mimo wszystko dobry sposób informowania o przyrodzie, świadczy popularność fotografii. Tak rysują architekci.



Fotografia z jej wadami i niedoskonałościami zmieniła jednak nasze wyobrażenie o prawidłowym wyglądzie przedmiotu przedstawionego w perspektywie zbieżnej. Z dwóch zamieszczonych obok ilustracji żadna nas nie zadowala. Skłonni bylibyśmy szukać rozwiązania pośredniego.



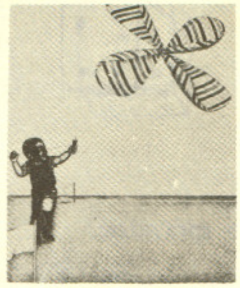
Przytoczone perspektywy nie są jedynymi, jakich w ciągu swego istnienia dopracował się i używał człowiek. Celowe wydaje się przytoczenie dwóch jeszcze przykładów:

PERSPEKTYWA INTENCJONALNA

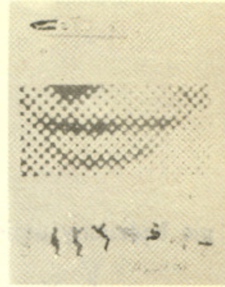
Ten jeleń jest o wiele za duży, aby istnieć naprawdę. Obraz wyraża raczej „pobożne życzenia" myśliwego (Catalhüyük, początek VI tysiąclecia p.n.e.).

To samo dotyczy tego władcy (dostojnik Ti na polowaniu w gąszczach papirusu, Egipt, V dynastia)

i tej bogini (frygijska bogini Kybele w towarzystwie muzykantów, 2 poł. VI w. p.n.e.).



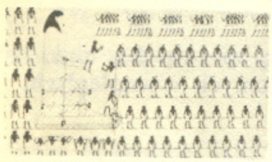
Współcześnie odwołujemy się raczej do złudnej perspektywy zbieżnej (P. Nagel, *Chłopiec ze śmigłem*),



lub tricku (V. Bingardi, *Człowiek skaczący*).

PERSPEKTYWA RZĘDOWA

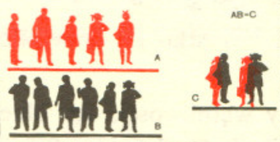
Obowiązuje w niej zasada współmierności przedmiotów ograniczona do jednego rzędu postaci.



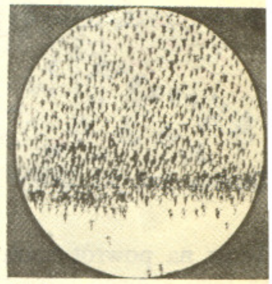
Transport posągu kamiennego, Egipt, XX w. p.n.e.

Próba wyłowienia magicznego kotła z rzeki Sy, Chiny, Późniejsza Dynastia Han.

Scena ilustrująca dzieje podboju Anglii przez Normanów (tkanina).



Ilustracja z radzieckiej encyklopedii dla dzieci, 1972.



J. Genoves, *Ucieczka*, 1965.

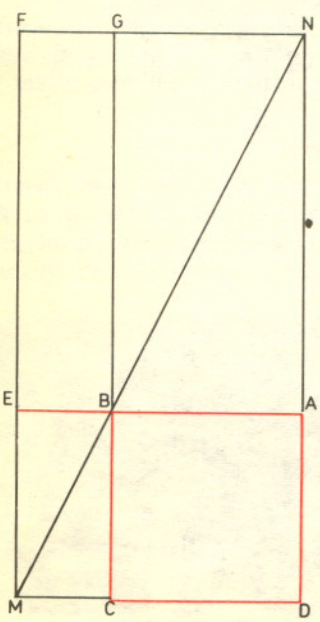
Przytoczone metody wydają się być ponadczasowe i są używane wszędzie tam, gdzie twórcy zależy raczej na wyrazistości niż realizmie sytuacji. Wykorzystuje się je zarówno w dydaktyce, jak w dekoracji. Choć wydają się krańcowo odmienne, są częstokroć stosowane jednocześnie. Odpowiadają precyzyjnie obrazom utrwalonym w naszej pamięci, rzeczywistości sennej i marzeniom.

Rozwiązanie zadania ze styczniowej Radio-Delty

Zadanie: Bok kwadratu $ABCD$ przedłużono o ustalony (np. jednostkowy) odcinek $\overline{BE}$.

1° Posługując się tylko dwiema ekierkami (aby móc kreślić proste równoległe) zbudować konstrukcyjnie prostokąt $BEFG$ mający pole równe polu kwadratu $ABCD$.

2° Rozpatrując różne kwadraty $ABCD$, między długością boku tego kwadratu i długością szukanego boku prostokąta, już wielki geometra grecki, Apoloniusz dopatrzył się takiej zależności, jak między współrzędnymi punktu leżącego na pewnej paraboli. Czy i Ty potrafisz dostrzec tę zależność?



Rozwiązanie

1° Przedłużyć boki $\overline{DA}$, $\overline{CB}$, i $\overline{DC}$ kwadratu i przez E poprowadzić prostą równoległą do $\overline{CB}$. Przez punkt przecięcia prostych: CD i tej równoległej (punkt M na rysunku) i punkt B poprowadzić prostą do przecięcia z prostą AD (punkt N na rysunku). Prosta równoległa do $\overline{AB}$ przechodząca przez N wyznacza na prostych BC i ME pozostałe wierzchołki prostokąta (G i F).

2° Niech $AB = x$, $EF = y$, a $BE = a$. Wtedy szukana zależność ma postać:

$$y = \frac{1}{a}x^2.$$

Audycje nasze nadajemy w programie IV w każdy trzeci czwartek miesiąca o godzinie 10^{00}.

Biadania nad upadkiem obyczajów

W wieku XIX zaczęły w koncepcjach oświatowych powracać idee wypracowane w czasach dzikości. Opierając się bowiem na przeświadczeniu, że do prawidłowego funkcjonowania społeczności konieczna jest pewna wspólna baza informacji i norm u wszystkich jej członków, lansowano koncepcję kształcenia powszechnego przynajmniej do pewnego minimalnego poziomu, który nazwano podstawowym (dziś nazywamy go średnim). Ta sama przesłanka służyła ludom pierwotnym dla uzasadnienia konieczności powszechnego poddawania młodego pokolenia obrzędowi (czy procesowi) inicjacji.
Jednak w społeczeństwach, które trud powszechnego kształcenia podjęły, nie można było sprawy rozwiązać „na dziko". Pojawiła się konieczność wyboru odpowiedniego zestawu informacji, umiejętności i norm. Jak każdy wybór, tak i ten niesie ze sobą niebezpieczeństwa.

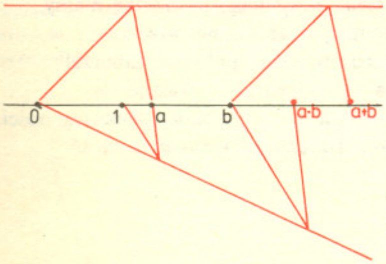
Patrzący niechętnym okiem na współczesną plastykę niejednokrotnie wpadają na trop następującego schematu: Kształcenie malarzy (powiedzmy) polegało niegdyś na nauce wiernego rysunku. To było oczywiście źle. Gubiono w ten sposób z pola widzenia szereg spraw o zasadniczej wadze, jak np.: kompozycja, rozkład plam barwnych, zagadnienia faktury, deformacji, udziału wrażeń pozawzrokowych. Było więc jasne, że na te sprawy przede wszystkim zwrócono uwagę. Nawet wyłącznie, bo przecież każdy malarz umiał rysować. No i tak osiągnięto stan obecny.
Do dobrego wychowania młodej dziewczyny jest konieczne, by jej matka kładła bezustannie w głowę, że nie powinna się włóczyć z chłopakami, bo ... Oczywiście, ponieważ dziewczyny czują przemożną potrzebę owego „włóczenia się", w sumie efekt jest należyty. No dobrze, ale jeśliby z nagła wszystkie wzięły dosłownie matczyne przestrogi?

W poprzednim numerze Delty podaliśmy porównanie zestawu umiejętności matematycznych uznanych za pożądane w wieku XVIII i dziś. Można sprawdzić, że udział geometrii przez dwa stulecia wydatnie się zmniejszył.
Polska jest w tym względzie awangardą świata. Jedno z zadań ubiegłorocznej Międzynarodowej Olimpiady Matematycznej było praktycznie poza zasięgiem naszych reprezentantów, gdyż reprezentowali jedyny na świecie kraj, gdzie takich rzeczy już się nie „przerabia".

Olimpiada jest sprawą dotyczącą wąskiej grupki zapaleńców. Przykład zaś jest naciągany, bo tam szło o pewne przekształcenie trygonometryczne, czego można, przy odrobinie dobrej woli, do geometrii nie mieszać.
Zresztą przecież wszyscy dostatecznie geometrię znają, aby to nie przeszkadzało im w uprawianiu innych, naprawdę pożytecznych dyscyplin. Ponadto już Platon zapewniał, że wszelkie geometryczne pojęcia istnieją w świecie idei, a więc nie tyle trzeba je badać, czy się ich uczyć, ile je sobie przypomnieć z czasów przed urodzeniem. Gdy więc komuś coś takiego będzie potrzebne, to sobie przypomni.
Poza tym informacje zasadnicze, jak co to jest kwadrat czy koło, będą każdemu znane już z przedszkola.

Przez wieki unoszono się nad zaletami rozumowania *modo geometrico*. Ale jak ktoś coś potrzebował naprawdę zrobić, to rzucał owe cacuszka ścisłości w kąt i robił tak, aby wyszło.
Opozycja przeciwko trzymającym się ścisłości myśli uniwersytetom dała światu w wieku XVII Akademie Nauk. Newton, powiedzmy, stworzył rachunek różniczkowy całkowicie „na przełaj", nie przestrzegając zasad ścisłości. I na nic się nie zdało opublikowanie obszernego dzieła Berkeleya, gdzie błędy te wytknięto i wręcz ośmieszono. Rachunek różniczkowy od tego się nie zawalił.
A że metody, jakimi go uprawiano, terminologię, oznaczenia, nawet nazwę wzięto od Leibniza, który (niezależnie) zrobił to sposobem nie dość, że geometrycznym, to jeszcze ściśle — łatwo się zgodzić, że to kwestia koniunktury i bezwładności myślenia.

Na wzór geometrycznego myślenia stworzono na przełomie XIX i XX wieku pojęcie teorii formalnej i usiłowano nawet narzucić całej matematyce ten styl, jako jedynie poprawny. Na szczęście rzecz się nie mogła powieść (por. Delta 4/1977). Czy potrzeba nam szukać jeszcze argumentów przeciw geometrii? Że niby można było nie starać się „wycisnąć" z geometrii środków na usprawnienie dyscyplin, bądź co bądź, konkurencyjnych? Argument to nieładny i błędny. A swoją drogą po cóż by miała istnieć, gdyby do niczego nie była potrzebna?



Każdy, praktycznie, wykład matematyki, a i ogromna ilość wykładów z innych dyscyplin, korzysta z geometrii. Rysuje się „na analizie" wykresy funkcji, w programowaniu liniowym mówi się, że ekstrema są „na rogach" odpowiedniego wielokąta, „na geografii" pojawiają się jakieś mapy, inżynierów wyposaża się w rysunki techniczne itd. No cóż, można by rzec, że są to metody wizualne, ot taki sam system notacji jak, powiedzmy, druk. Nikt przecież, o zdrowych zmysłach, nie uzna „widoku", na jaki patrzy czytając te słowa, za obiekt geometryczny.

Jeżeli chcemy dodać bądź pomnożyć dwie liczby, możemy to zrobić sposobem geometrycznym tak, jak na rysunku obok. Metoda prosta i wygodna.
Większość jednak Czytelników zwróci uwagę, że woleliby już liczyć na kartce lub suwakiem. A są i tacy, co mają kalkulatorki. I znów geometria na nic.

A w ogóle to skąd pomysł, że można geometrię przeciwstawiać tzw. reszcie? Przecież mamy bardzo piękną gałąź algebry, geometrię analityczną, która z powodzeniem zastępuje tradycyjną geometrię wszędzie.
Nawet ostatni ze wzlotów geometrii — jej udział w teorii względności — to pojęcie przestrzeni riemannowskiej, a więc obiekt wyprodukowany raczej analitycznie niż tradycyjnie (czyli syntetycznie).

W rubryce zawód wyuczony i zawód wykonywany mam: geometra. Nic więc dziwnego, że się ciskam, gdy okazuje się coraz dobitniej, że zawód to zbędny.
Chciałem nawet ten artykuł zrobić płomienną obroną geometrii. Mówić długo i namiętnie o roli, jaką odegrała w ukształtowaniu naszej cywilizacji, o tym jak ważny tej cywilizacji stanowi element. Ostatecznie jednak zdecydowałem, że bardziej przystoi mi żałosne ubolewanie i bezradne biadolenie nad dzisiejszym upadkiem obyczajów, nad tym, że inaczej to, panie dzieju, ongiś bywało.

Ostatni akt biadolenia stanowi zazwyczaj rzucanie ważkich ostrzeżeń, grożenie ciężkimi konsekwencjami. Nie wypada uchylić się od tego. Geometria, wymyślona i wprowadzona przez Dorów (to starożytni Grecy), przyniosła ze sobą nową metodologię — dedukcję.
Jest to przeniesienie na grunt myślenia związku przyczynowo-skutkowego. Przez 28 stuleci uważano tę metodologię za jedyny, odpowiedzialny sposób rozumowania. Dziś tak już nie jest. Wraz z geometrią odchodzi dedukcja do Krainy Szczęśliwych Łowów. Prawa przyrody ustala się dziś statystycznie, nawet cząstki materii zajmują jakieś położenie, mają masy itp. tylko w sensie pickwickowskim, kluczowe dla mechaniki kwantowej równanie Schrödingera mówi o funkcji, której znaczenia nikt nawet nie chce dochodzić.
Egipcjanie starożytni przewidywali zjawiska astronomiczne przeglądając kartotekę. Kartoteka zaś powstała w ten sposób, że raz na tydzień dwu kapłanów siadało naprzeciw siebie na dachu świątyni i rysowało to co widać (kolegę też). Po 2 tysiącach lat było to 100 tysięcy par rysunków. Ino patrzeć, jak przestawimy całą naukę na te nowoczesne tory. Już pogodę zresztą tak przepowiadamy.

I na tej straszliwej groźbie kończę

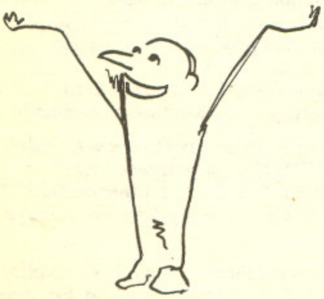
Wasz Naczelny

O próżni

Podobno fizyka to jest to, czym fizycy zajmują się w chwilach wolnych od innych zajęć. Wynikałoby stąd, że zajmowanie się fizyką jest rodzajem rozrywki wymagającej tylko pewnego przygotowania. Opowiem tutaj o kilku problemach fizycznych, które są mi szczególnie bliskie i których rozwiązanie współczesne nie wydaje mi się ostateczne. Rzecz będzie dotyczyła próżni i jej własności. Można by się zapytać: czy próżnia może mieć własności? Przecież każdy wie, co to jest próżnia. Chodzi nam jednak o próżnię absolutną i powszechną. Jest to oczywiście taki stan Wszechświata, w którym nie ma nic — ani materii, ani promieniowania. Naukowo należałoby powiedzieć, że jest to stan o możliwie najniższej energii. Nie jest jednak wcale oczywiste, czy taki stan byłby pozbawiony materii. Innymi słowy, mogłoby się okazać, że prawa fizyki opisujące Wszechświat dopuszczają jedynie stany zawierające materię. Wtedy Wszechświat nie mógłby istnieć bez materii, a stan o najniższej energii, stan próżni, byłby na przykład stanem takiego Wszechświata, w którym materia byłaby rozłożona wszędzie gęsto i jednorodnie. Warto tu powiedzieć, że równania ogólnej teorii względności, w których zaniedbane są wszystkie zjawiska rządzące mikroświatem, dopuszczają rozwiązanie bez materii. Te uwagi wstępne ilustrują ważną własność fizyki polegającą na tym, że definicje wszystkich wielkości fizycznych, a więc i wyniki wszystkich doświadczeń zależą od struktury obowiązującej teorii fizycznej. Dotyczy to również pojęcia próżni. Przeniesiemy się teraz ze Wszechświata do laboratorium fizycznego i zajmiemy się próżnią w świecie cząstek elementarnych. Zaniedbamy przy tym bardzo słabe oddziaływania grawitacyjne między cząstkami, a więc zjawiska opisywane przez ogólną teorię względności. Czy powiedzenie, że próżnia to stan, w którym nie ma żadnych cząstek, wyczerpuje zagadnienie? Zobaczymy, że nie. Dla ilustracji przytoczę dwa przykłady, w których własności próżni grają podstawową rolę.

Byt przybiera takie różne formy

a niebytu po prostu nie ma



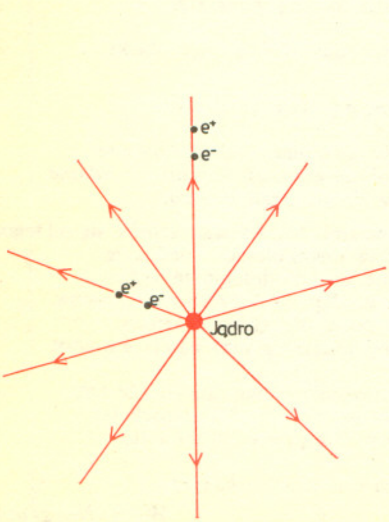
Zakaz Pauliego

Prawdopodobieństwo znalezienia dwóch elektronów w tym samym stanie jest równe zeru. „W tym samym stanie", to znaczy w tym samym miejscu, ale niekoniecznie, bo na przykład elektron w atomie nie ma określonego położenia i stan jego określają inne wielkości, jak np. moment pędu. Zakaz Pauliego jest konieczny po to, żeby wszystkie elektrony w każdym atomie nie zajęły najdogodniejszej energetycznie pozycji — poziomu podstawowego, tylko grupowały się na coraz wyższych poziomach energetycznych. Gdyby tak nie było, to wszystkie atomy wyglądałyby praktycznie tak samo, nie byłoby elektronów walencyjnych, wiązań chemicznych, życia... Jest to, być może, najważniejsze prawo obowiązujące wśród elektronów (i wszystkich innych cząstek o spinach połówkowych). A przy tym jakże proste jest to prawo. Niestety dowód (wyprowadzenie) zakazu Pauliego na podstawie zasad teorii kwantowej jest bardzo złożony i pośredni. Nie wydaje się więc, żebyśmy rozumieli wszystko w tej teorii.

A oto szkic tego dowodu. Rozważmy pole elektrostatyczne wytworzone przez ciężką naładowaną cząstkę, np. przez jądro atomowe. W przestrzeni otaczającej tę cząstkę mamy próżnię, gdyż statyczne pole elektryczne nie wywołuje promieniowania i nie zawiera fotonów. Wybraliśmy ciężką cząstkę po to, żeby ruch elektronu w jej polu nie zaburzał statyczności tego pola. Zastanówmy się teraz, jaka jest ta nasza próżnia. Okazuje się, że nie jest ona całkiem pusta. Po to, żeby to stwierdzić, posłużmy się zasadą nieoznaczonośc Jedna z jej wersji mówi, że czas trwania dowolnego układu fizycznego i nieokreśloność jego energii są związane nierównością

$$\tau \cdot \Delta E \geqslant \frac{1}{2}\hbar.$$

Czym krótszy czas życia, tym większa nieokreśloność energii układu. W związku z tym nieruchomy ładunek jądra może poprzez swoje pole elektrostatyczne stworzyć na bardzo krótki czas parę elektron-pozyton bez pogwałcenia zasady zachowania energii. Para ta powstaje w dowolnym miejscu pustej przestrzeni i znika po chwili. Oczywiście w polu jądra może powstawać dowolna ilość takich par (patrz rysunek). Tworzą one coś w rodzaju krótkożyciowych dipoli elektrycznych. Tak więc cała próżnia zachowuje się jak dielektryk i polaryzuje się w polu jądra. Pojawia się stała dielektryczna i efektywny ładunek jądra zmienia się zgodnie z prawem Coulomba. Warto wspomnieć, że zjawiska tego samego typu wywołują zaobserwowany w doświadczeniu efekt słabego przyciągania się nienaładowanych okładek kondensatora. Prawdopodobieństwo tego, że w próżni (polu elektrostatycznym) wokół jądra zdarzy się cokolwiek, jest równe jedności. Na prawdopodobieństwo to składa się prawdopodobieństwo, że nic nie będzie się działo (P_0), prawdopodobieństwo tego niczego razy prawdopodobieństwo kreacji jednej pary elektron-pozyton (P_1) itd.



$$1 = P_0[1+P_1+P_2+\ ...].$$

Wpuśćmy teraz w okolicę jądra elektron. Prawdopodobieństwo tego, że po rozproszeniu na polu jądra elektron ten znajdzie się gdziekolwiek, jest znów równe jeden

$$1 = P_e[1+P_1+P_2+\ ...],$$

Rozwiązanie zadania **M 148.** Niech szukaną liczbą będzie $N = (a_{n-1} \dots a_1 a_0)_{10}$, $a_n \neq 0$. Jest wówczas: $1978 = a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 \leqslant (n+1)9$, skąd $9n \geqslant 1969$, $n \geqslant 219$. Ponieważ liczba N jest najmniejszą liczbą naturalną o danej własności, to n przyjmuje najmniejszą możliwą wartość: $n = 219$. Wówczas $1978 = a_{219} + a_{218} + \dots + a_1 + a_0$ i a_{219} jest możliwie najmniejsza. Będzie tak, gdy suma $a_{218} + \dots + a_1 + a_0$ będzie możliwie największa, tzn. gdy wszystkie jej składniki będą równe 9. Wtedy $a_{219} = 7$ i szukaną liczbą jest liczba zapisana za pomocą jednej siódemki (na pierwszym miejscu) i 219 dziewiątek.

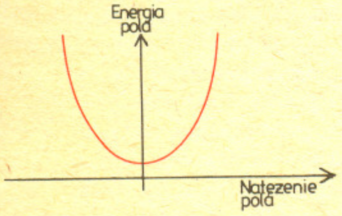
gdzie P_e jest prawdopodobieństwem przejścia elektronu gdziekolwiek przy braku kreacji par elektron-pozyton. Stąd musi być $P_e = P_0$.
Stosunek P_e/P_0 można obliczyć, choć już nie tak prosto. Okazuje się on być większy od jedności. Dochodzimy do sprzeczności — całkowite prawdopodobieństwo jest większe od jedności. Całe to rozumowanie przeprowadziliśmy przy założeniu, że przejście elektronu i kreacja par są zdarzeniami niezależnymi. Tak nie jest, jeśli obowiązuje zakaz Pauliego. Wtedy elektron nie może przejść przez punkt, w którym znajduje się już drugi elektron z powstałej pary i prawdopodobieństwo przejścia ulega pożądanemu zmniejszeniu. I tak poznaliśmy zawikłany dowód prostego i pięknego zakazu obowiązującego wśród elektronów, a przy okazji zobaczyliśmy, jak złożona może być struktura próżni. W rozpatrywanym przykładzie okazała się ona być dielektrykiem.

Skąd biorą się masy cząstek

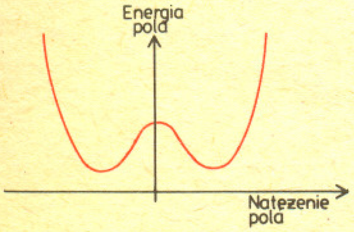
Oczywiście z oddziaływań. Na przykład oddziaływania jądrowe wywołują słynny niedobór masy polegający na tym, że masy jąder atomowych są mniejsze niż suma mas ich składników. Jest tak dlatego, że od czasów Einsteina $E = mc^2$ i całkowitą energię wszystkich oddziaływań wewnątrz dowolnego ciała możemy zmierzyć, nic o tym ciele nie wiedząc, przez proste ważenie. Tak więc naturalne wydaje się twierdzenie, że masa protonu pochodzi z oddziaływań silnych (jądrowych), a masa elektronu z oddziaływań elektromagnetycznych. Te ostatnie są znacznie słabsze, więc i masa mniejsza. Niestety w ramach współczesnej teorii nie można efektywnie obliczać mas podstawowych cząstek elementarnych, jaką jest np. elektron. Jest jednak oczywiste, że dwie cząstki mające te same oddziaływania powinny mieć takie same masy. I tu natrafiamy na sprzeczność. Dwie cząstki: mion μ^- i elektron mają identyczne zarówno oddziaływania elektromagnetyczne, jak i słabe (odpowiedzialne np. za rozpad mionu), a jednak masa mionu jest około 200 razy większa od masy elektronu. Obie cząstki nie oddziałują silnie, a innych rodzajów oddziaływań nie znamy. Jeżeli nawet musimy wprowadzić jakieś dodatkowe oddziaływania, to muszą być one bardzo słabe. W przeciwnym wypadku dawno byśmy je odkryli. A przecież bardzo słabe oddziaływania nie mogą, jak powiedzieliśmy, tworzyć tak dużych mas, jak np. masa mionu, a nawet elektronu. Czy rzeczywiście nie mogą? Wyobraźmy sobie pewne nowe cząstki elementarne oddziałujące bardzo słabo zarówno ze sobą, jak i ze wszystkimi innymi cząstkami. Te nowe cząstki powinny poza tym mieć tak duże masy, że na razie nie mogliśmy wytworzyć ich w laboratorium. Oddziaływania między wszystkimi cząstkami dają oczywiście wkład do całkowitej energii układu cząstek. Energia ta zależy od intensywności (natężenia) pól opisujących cząstki, czyli mówiąc niezbyt precyzyjnie — od ilości cząstek. Wkład do energii pochodzącej od każdego typu oddziaływania ma oczywiście minimum (próżnię) i w pobliżu tego minimum jego kształt jest taki, jak na rysunku obok. Minimum odpowiada zerowemu natężeniu pola, czyli nieobecności cząstek. Taki właśnie kształt mają wszystkie znane dotąd oddziaływania i próżnia w tym wypadku nie zawiera żadnych znanych cząstek. Niech energia wprowadzonego nowego oddziaływania między nowymi cząstkami ma zależność inną, taką jak na rysunku obok. Stan, w którym nie ma nowych cząstek, odpowiada teraz lokalnemu maksimum energii i nie jest próżnią. Pod wpływem dowolnie małego zaburzenia stan ten przechodzi do jednego z dwóch minimów, gdzie natężenie pola nowych cząstek nie jest zero i może być dowolnie duże w zależności od kształtu krzywej energii. Mamy więc dwie równoważne próżnie wcale nie puste. Otóż jeżeli natężenie pola nowych cząstek w próżni jest wystarczająco duże, to nawet bardzo słabe ich oddziaływanie ze znanymi cząstkami może produkować duże masy. A mion jest cięższy od elektronu po prostu dlatego, że oddziałuje silniej. Mamy więc nową próżnię, w której wszędzie gęsto i jednorodnie rozłożone jest pole nowych cząstek. Tak naprawdę to samych cząstek tam nie ma, bo przecież dopiero odstępstwa od próżni mogą być zaobserwowane np. jako nowe cząstki. Mimo to słabe oddziaływania z tą wypełnioną próżnią mogą być źródłem mas wszystkich znanych cząstek. Nasuwa się pytanie, czy takie pole próżniowe musi być rozłożone jednorodnie. Na pierwszy rzut oka musi. W przeciwnym bowiem razie cząstki miałyby różne masy w różnych miejscach. Mogą być jednak wyjątki. Należy do nich gęsto upakowana materia jądrowa. Okazuje się, że jeżeli masy nukleonów pochodzą z opisanego wyżej mechanizmu, to głębokość minimów energii zależy od własności materii jądrowej. W pewnych warunkach dwa minima zlewają się w jedno, natężenie pola nowych cząstek w tej wewnątrzjądrowej próżni znika i nukleony przestają mieć masę. Znaczy to, że wewnątrz jądra nukleony mogą mieć zerowe masy, niedobór masy jest bardzo duży i jądra są bardzo trwałe. Zachodzi to prawdopodobnie dla jąder złożonych z 400 i więcej nukleonów. Jądra takie mogłyby powstać przy bombardowaniu jąder uranu wysokoenergetyczną wiązką jąder uranu. Na razie nie umiemy wytwarzać takich wiązek, a więc nie możemy sprawdzić przewidywania, że powyżej $A \simeq 400$ rozciąga się nowy świat trwałych pierwiastków.

I to wszystko, co chciałem powiedzieć na tak wydawałoby się pusty temat, jakim jest próżnia.

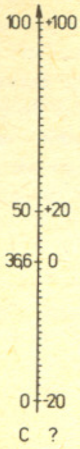
Fizyk



Cząstki tzw. wirtualne, których pary wprowadzaliśmy w poprzednim fragmencie artykułu, pomijamy. Ich udział daje jedynie przesunięcie początku skali liczenia energii.



Pomiar



Mierzenie, to przyporządkowywanie przedmiotom lub zjawiskom liczb. To, jaka konkretnie liczba zostanie przypisana konkretnemu przedmiotowi, zależy od zastosowanego przyrządu pomiarowego, czy — dokładniej — od zastosowanego schematu eksperymentalnego zwanego procedurą pomiarową. Ponieważ jednak schematy eksperymentalne i wykorzystywane w nich przyrządy, a w szczególności sposób wyskalowania tych przyrządów ustalane są przez ludzi zwanych fachowcami, to przyporządkowana obiektowi liczba ma charakter bardzo umowny. Niesie ona pełną informację o wyniku pomiaru, jeśli tylko wiadomo, jaka była procedura pomiarowa.

Ale — skoro jest kwestią aż tak umowną, jaka liczba jest przyporządkowana danemu zjawisku — to można by posunąć się jeszcze dalej w tej dowolności i zaproponować do powszechnego użytku następującą skalę temperatury (prawa skala „?" na rysunku obok).

Wydaje się dziwna — to co? Przecież, gdyby wszyscy nią właśnie się posługiwali, to mogłaby służyć równie dobrze do komunikowania się, jak skala Celsjusza (czy Kelvina, na którą ostatnio usiłujemy się namówić). A miałaby niewątpliwe zalety, choćby przy mierzeniu ciepłoty ciała czy temperatury wody do kąpieli. A jednak pomysł wydaje się nierozsądny. I jest taki: spróbujmy sobie wyobrazić postać wzorów wyrażających pewne prawidłowości fizyczne (choćby równania Clapeyrona), w których temperatura miałaby być wyrażona w stopniach „?". Koszmar.

Stąd wniosek: dowolność skali, na jakiej mierzy się właściwości pewnych zjawisk czy obiektów, w praktyce nie bywa aż tak wielka, jak by się wydawało. Ograniczenia wynikają jednak nie z faktu, że wyniki pomiaru pełnić mają funkcję informacyjną, lecz stąd, że służyć one mają do możliwie prostego i wygodnego opisu rzeczywistości i zjawisk w niej zachodzących.

Nie jest przypadkiem, że wszystkie wykorzystywane współcześnie i nieco wcześniej skale temperatury (m.in. Celsjusza, Fahrenheita, Réaumura, Kelvina) mają własność następującą: od każdej skali do innej można przejść stosując przekształcenie liniowe postaci $t' = at+b$ $(a > 0)$. Wszystkie one konstruowane były tak, by w zakresie, w którym możliwe jest obserwowanie wykorzystywanego w klasycznych termometrach zjawiska termicznej rozszerzalności ciał, zjawisko to miało możliwie prosty opis teoretyczny: *przyrost długości jest wprost proporcjonalny do przyrostu temperatury.* Łatwo można wykazać, że rzeczywiście każde dwie skale spełniające ten warunek są liniowo zależne.

$\mathrm{K} \to \mathrm{C}$: $a = 1$ $\quad b = -273\frac{3}{20}$,

$\mathrm{F} \to \mathrm{C}$: $a = \frac{5}{9}$ $\quad b = -17\frac{7}{9}$,

$\mathrm{R} \to \mathrm{C}$: $a = \frac{5}{4}$ $\quad b = 0$.

Wyobraźmy sobie, że mamy do czynienia z dowolną skalą tego typu. Niech temperaturom x, y i z °C odpowiadają w tej skali liczby x', y' i z'. Niech określony wymiar liniowy pewnego ciała w tych temperaturach wynosi odpowiednio α, β i γ, a W i C będą odpowiednimi współczynnikami proporcjonalności dla wyobrażonej skali temperatury i skali Celsjusza. Ponieważ

$$z'-x' = W(\gamma-\alpha) \quad \text{i} \quad z'-y' = W(\gamma-\beta)$$

oraz

$$z-x = C(\gamma-\alpha) \quad \text{i} \quad z-y = C(\gamma-\beta),$$

to

$$\frac{z'-x'}{z'-y'} = \frac{\gamma-\alpha}{\gamma-\beta} = \frac{z-x}{z-y},$$

skąd ustalając x, y, x', y' (np. $x = 0$ °C, $y = 100$ °C) z łatwością wnosimy, że z' jest liniową funkcją z.

Dajcie mi punkt oparcia, to poruszę siebie

Zauważmy, że przy okazji wykazaliśmy następującą własność pomiaru temperatury opartego na zjawisku termicznej rozszerzalności ciał: jeśli x, y, z są wartościami temperatury ciała na pewnej skali, to wyrażenie

$$\frac{z-x}{z-y}$$

jest niezmiennikiem zmiany skali — jego wartość nie zależy od wyboru skali. Pozwala nam to na przykład stwierdzić, że zdanie „*temperaturom* 20, 30 *i* 50 °F *odpowiadają temperatury* −10, 15 *i* 20 °C" jest fałszywe — choć byśmy nic nie wiedzieli o sposobie przeliczania °F na °C.

$$\frac{50-30}{50-20} = \frac{2}{3} \neq \frac{1}{6} = \frac{20-15}{20-(-10)}$$

Rozwiązanie zadania F 50.
Weźmy pod uwagę element powierzchni powłoki Δs. Element ten ma masę

$$m_1 = \frac{m}{4\pi R^2}\Delta s.$$

Obliczmy, z jaką siłą element ten jest przyciągany przez pozostałą część powłoki. W tym celu rozpatrzmy sytuację pokazaną na rysunku. Zgodnie z podanymi oznaczeniami mamy:

$$\Delta = 2R\cos\varphi$$

$$r = R\sin 2\varphi = 2R\sin\varphi\cos\varphi$$

$$\mathrm{d}(2\varphi) = 2\mathrm{d}\varphi$$

$$\mathrm{d}S = 2\pi r\cdot R\cdot \mathrm{d}(2\varphi) = 8\pi R^2 \sin\varphi\cos\varphi\,\mathrm{d}\varphi$$

$$\mathrm{d}m = \frac{m}{4\pi R^2}\mathrm{d}S.$$

Zatem $\mathrm{d}F = \dfrac{\mathrm{k}m_1\mathrm{d}m}{4\pi\Delta^2}\cos\varphi.$

gdzie k oznacza stałą grawitacji. Podstawiając tu obliczone wyżej wartości dm oraz Δ i całkując względem φ od 0 do $\pi/2$ dostajemy

$$F = \frac{\mathrm{k}mm_1}{4\pi\cdot 2R^2} = \frac{\mathrm{k}m^2}{32\pi^2R^4}\Delta s.$$

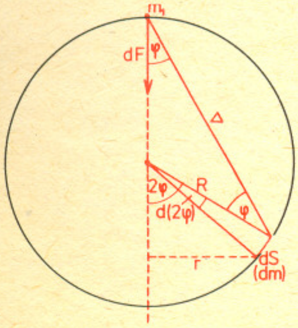
Warto zwrócić uwagę na dwójkę występującą w mianowniku ($2R^2$). Gdyby masa m_1 leżała tylko nieco na zewnątrz powłoki, a nie akurat na niej, dwójki tej by nie było i powłoka działałaby tak, jak punkt materialny.
Z ostatniego wzoru wynika, że wzajemne oddziaływanie grawitacyjne poszczególnych punktów powłoki jest równoważne działaniu na powłokę pewnego zewnętrznego ciśnienia równego

$$p = \frac{F}{\Delta s} = \frac{\mathrm{k}m^2}{32\pi^2R^4}.$$

Wobec tego siła, z jaką przyciągają się obydwie części powłoki, powinna równać się parciu na powierzchnię rozdzielającą te części:

$$P = pS = \frac{\mathrm{k}m^2}{32\pi^2R^4}\pi(R^2-h^2),$$

$$P = \frac{\mathrm{k}m^2}{32\pi R^2}\left(1-\frac{h^2}{R^2}\right).$$



Zob. np. Kranz, Luce, Suppes, Tversky: Foundations of measurement [Podstawy pomiaru], New York 1971, lub Coombs, Daves, Tversky: Wprowadzenie do psychologii matematycznej, Warszawa 1977.

Przykład ten pokazuje, że dzięki udanemu doborowi skali pomiarowej można nie tylko uzyskać prosty opis zjawiska, którego pomiar dotyczy, lecz również na drodze analizy czysto formalnej uzyskiwać pożyteczne informacje o pewnych właściwościach pomiaru. Na gruncie fizyki rzecz jest dość oczywista i zajmowanie się takimi problemami pozornie wydawać się może niezbyt celowe. Można jednak wskazać takie obszary nauki i takie zagadnienia szczegółowe, w których problemy pomiaru i konstrukcji skal odgrywają z całą pewnością rolę podstawową.

W badaniach psychologicznych dąży się między innymi do uzyskania odpowiedzi na pytania typu: „jak człowiek reaguje na docierające do niego bodźce, jak postrzega różne zjawiska otaczającego go świata, w jaki sposób podejmuje określone decyzje". Wszelkie próby uzyskiwania nie tylko jakościowego ale i ilościowego opisu zachowań ludzkich wymagają, po pierwsze, stworzenia sytuacji, w których jakikolwiek pomiar jest możliwy; po drugie zaś — dobrania takiej skali pomiarowej, by uzyskiwane wyniki stwarzały możliwość dokonywania porównań i teoretycznych uogólnień.

Weźmy dla przykładu pod uwagę rozważany w psychologicznej teorii decyzji problem postrzegania ryzyka i podejmowania ryzykownych decyzji. W laboratorium psychologicznym stworzyć można sytuację następującą: badany ma prawo wzięcia udziału w loterii (p, x), w której może wygrać x zł z prawdopodobieństwem p, lub nic — z prawdopodobieństwem $1-p$. Badany może jednak sprzedać swoją loterię eksperymentatorowi i w związku z tym proszony jest o określenie minimalnej kwoty $m(p, x)$, za jaką gotów jest odstąpić od losowania. Kwota ta może być traktowana jako wyraz wartości loterii dla badanego. Mamy tu więc do czynienia z pomiarem wartości loterii (na skali pieniężnej). Można oczekiwać, że wartość ta będzie tym większa, im wyższa wygrana i im większe prawdopodobieństwo wygranej. Teoretycznie wydawałoby się, że wartość loterii powinna być równa jej wartości oczekiwanej $px+(1-p)\cdot O = px$, a więc być iloczynem wygranej i jej prawdopodobieństwa. Wiadomo jednak, że w praktyce rzadko stosujemy się do takich zaleceń teorii: są ludzie unikający ryzyka, są tacy, co bardzo je lubią; często przeceniamy małe prawdopodobieństwa (dzięki temu mogą prosperować różne gry liczbowe), czasem nie doceniamy dużych; te same 100 zł ma zupełnie inną wartość przed i po pierwszym. Trudno więc oczekiwać, że badany będzie oceniał wartość loterii (p, x) na px zł. Jednakże sugestia uzyskania takiego opisu oceny wartości, w którym wartość byłaby iloczynem subiektywnej oceny szans wygranej i oceny wartości samej wygranej, jest — ze względu na swą prostotę — pociągająca. Powstaje więc problem: czy i kiedy można tak przeskalować niemalejącą funkcją φ pieniężnej oceny wartości, by istniały funkcje $P(p)$ i $X(x)$ (reprezentujące subiektywne oceny p i x), by dla przeskalowanych ocen wartości loterii

$$M(p, x) \overset{\mathrm{df}}{=} \varphi[m(p, x)]$$

spełniony był warunek

$$(*) \qquad M(p, x) = P(p)\cdot X(x).$$

A to już jest problem z zakresu matematyki. Choć sam w sobie mało interesujący (rozwiązuje się w każdym przypadku prosto „na piechotę"), to daje się uogólniać na różne sposoby, a rozwiązania niektórych uogólnień prowadzą do bardzo interesujących wniosków, dających się interpretować empirycznie. W szczególności zaś pozwalają konstruować niezmienniki przeskalowań. Okazuje się na przykład, że jeśli w ocenianych loteriach prawdopodobieństwa wypełniają przedział $\langle 0, 1\rangle$ (w praktyce: układają się w nim dość gęsto) i istnieje choć jedna skala wartości M spełniająca (*), to każda inna skala $\tilde{M}$ spełnia (w praktyce: w przybliżeniu) równość $\tilde{M} = a\cdot M^b$ $(b > 0)$, skąd wynika, że dla dowolnej trójki loterii iloraz

$$(**) \qquad \frac{\log M(p, x)-\log M(q, y)}{\log M(p, x)-\log M(r, z)}$$

jest niezmiennikiem w klasie skal spełniających (*). A to stwarza dalsze możliwości. Przypuśćmy, że u dwu różnych badanych dla każdej trójki loterii ilorazy (**) mają te same wartości. Oznacza to, że skale M u tych osób nie różnią się bardziej niż dwie różne skale tej samej osoby: należy więc uznać, że osoby te tak samo postrzegają układ loterii. Zupełnie nieoczekiwanie możliwe staje się tu odpowiedzialne porównywanie subiektywnych odczuć różnych osób — oczywiście tylko w bardzo ograniczonym sensie: w konkretnym badaniu eksperymentalnym i w odniesieniu do bardzo specyficznych obiektów.

Przykład ten pokazuje, jak pożyteczne, owocne i niekoniecznie banalne mogą okazywać się próby formalnego postawienia i rozwiązania problemu: tak dobrać skalę pomiarową, by opis zjawiska był możliwie prosty. Problemami tego typu zajmuje się *teoria pomiaru*, która jest w gruncie rzeczy jeszcze jednym owocnym zastosowaniem matematyki.

Matematyk

Ósmy kolor tęczy

Subiektywnie...

... jest prawy...

... lewy...

... a nawet dwa.

Obiektywnie muszę stwierdzić, że nie istnieje

Fizycy twierdzą, że jest ich siedem.

Dla malarza kolory tęczy układają się w zamknięty krąg. Dywersję w tym kręgu wprowadzają kolory złamane: brązy, ugry, oliwkowe zielenie, czerń i biel, o każdym innym kolorze można z pewnością powiedzieć gdzie, między jakimi barwami się mieści, wskazać kolor o ton cieplejszy lub zimniejszy od niego. Z wyjątkiem ósmego koloru. Tym kolorem „nie uwzględnionym" przez fizyków jest purpura — kolor leżący w malarskiej palecie pomiędzy fioletem a czerwienią, czyli tam, gdzie z punktu widzenia ludzkich oczu nie znajduje się żaden kolor, a z punktu widzenia oczu innych zwierząt aż dwa: podczerwień i nadfiolet.

Podczerwień widzą podobno ptaki, nadfiolet — owady, które są za to pozbawione zdolności widzenia kolorów czerwonego i pomarańczowego. Powiedzieć to łatwo, nie umiemy jednak wyobrazić sobie takiego widzenia, ani zresztą żadnego widzenia poza naszym i już osiem oczu pająka wprawia nas w najżywsze zakłopotanie.

Cóż to więc za dziwny kolor ta purpura?

Kolor królewski, kolor którym zdobiono rzymskie togi, jest przy okazji niezmiernie pospolity w przyrodzie: najtańszy przemysłowy barwnik — rodamina, liczne kwiaty polne, ogrodowe, leśne i łąkowe, kraplak cieszący się złą sławą u malarzy, ba, ze względu na taniość i trwałość kolor ten nadmiernie często oferuje nam przemysł odzieżowy, gdzie w zależności od tonu i natężenia występuje jako różowy, wrzosowy, karmin, amarant i bordo, a czasem i pod bardziej poetyckimi nazwami.

Podobno właśnie widzeniu owadów należy zawdzięczać mnogość i pospolitość koloru purpurowego wśród polnych kwiatów Europy i praktyczny brak u nas rodzimych gatunków kwiatów czerwonych. Podobno tam, gdzie funkcje zapylania pełnią ptaki, kwiatów czerwonych jest dużo. Nie wiemy jednak, jak widzą owady kolor purpurowy. Przecież określamy ten kolor jako czerwonofioletowy, więc jeśli one nie widzą czerwieni...

Fizyk powie: oczywiście! purpura to nie jest żaden kolor, jest to po prostu złożenie dwóch kolorów. Malarz zauważy, że tak jest właśnie i że to mu właśnie spina siedem barw tęczy w regularne ośmiobarwne koło.

Zresztą spróbujmy: Jeśli zmieszamy dwa sąsiednie kolory, np. czerwony i pomarańczowy, uzyskamy pośredni czerwonopomarańczowy kolor.
Jeśli zmieszamy kolory odleglejsze, np. co drugi, uzyskamy również kolor pośredni, tzn. ten, który pominęliśmy (może się to nam czasami nie udać, ale będzie to winą farb, a nie zasady).

Mieszanie zbyt odległych kolorów, np. czerwonego z zielonym, pomarańczowego z błękitnym czy zielonego z fioletowym, daje nam wynik „opłakany", inaczej mówiąc barwy złamane, czyli różne odcienie brązu. Można by i to złożyć na karb złych farb, z tym jednak, że uzyskanie purpury z fioletu i czerwieni nie nastręcza z reguły żadnych tego typu trudności.

Ten kolor zamyka nam koło.

Teraz zmieszanie każdych dwóch przeciwnie położonych barw daje nam kolor złamany, każdy środkowy kolor możemy uzyskać z dwóch względem niego sąsiednich.
Ponadto? — Ponadto kolor purpurowy to dziwnie świecący, przejmujący kolor. Za dnia i o zmroku przyjrzyjcie się purpurowym kwiatom. Przesunięte o ton w kierunku fioletu „promieniują" jakby barwą czerwoną, przesunięte w kierunku czerwieni mają jakby niebieskofioletową otoczkę. Aż chce się wierzyć, że widzimy coś ze świata „niewidzialnego". Nadfiolet czy podczerwień jest w kolorze purpurowym. Najpewniej wyjaśnienie leży w charakterystyce naszych oczu.

Z własnej twórczości malarskiej Czytelnik wie z pewnością, że nie wszystkie kolory są jednakowo „ważne", że istnieją trzy kolory podstawowe. Malarze wymienią w tym miejscu kolor czerwony (1 według kolejności w tęczy), żółty (3) i niebieski (6) i podobnie uczynią drukarze. Zapytany o to samo fizyk wymieni jako podstawowe kolory czerwony (1), zielony (4) i niebieski (6). Aktor powie Ci jednak, że nie niebieski, a fioletowy (bo w teatrach nie używa się filtrów niebieskich) i to będzie miało więcej sensu (1, 4, 7), ale w teatrach normalne światła są białe (czyli w praktyce żółte).

Podobnie brak jasności z tzw. kolorami uzupełniającymi, czyli tym, co najprościej zobaczyć jako tzw. powidok — kolor, który widzimy pod zamkniętymi powiekami po przyjrzeniu się obiektowi o zdecydowanym kolorze. Taki powidok koloru czerwonego będzie zielony (1–4), pomarańczowego — błękitny (2–5), żółtego — niebieski (3–6) itd.

No i z czego się tak cieszyć?

I tu jednak występuje komplikacja, gdyż powidok z reguły widzimy jako barwną plamę o kontrastowym konturze, ponadto plama ta dość szybko zmienia kolor. Nie ma w tym nic dziwnego, gdyż jest to reakcja naszego oka, które podrażnione silnym bodźcem (np. czerwonym) przez kolejne kontrastowe powidoki powraca do stanu normalnego.

Gdyby spróbować owym wrażeniom nadać jakiś określony ład, uzyskalibyśmy urządzenie (patrz okładka) wyznaczające dla każdej barwy te kolory, które są jej prostymi i wtórnymi powidokami. Urządzenie to mogłoby służyć jako pomoc dla osób, które w twórczości lub w zdobnictwie (czy wreszcie doborze własnej garderoby) gustują w możliwie barwnych zestawieniach. Oczywiście urządzenie takie nie może nikomu wystarczyć, gdyż nie uwzględnia barw złamanych, czerni, bieli, a także walorów i natężeń poszczególnych kolorów.

Można się też posłużyć tymi zestawieniami do własnych doświadczeń na ten, moim zdaniem, nad wyraz interesujący temat.

Ilustrator

P.S. Skoro zaś mowa o tęczy. Dysponując pryzmatem, warto obserwować tęczę jaką daje: żarówka, świeca, piecyk elektryczny nagrzany do czerwoności, świetlówka, lampa rtęciowa, Księżyc, Słońce w różnych porach dnia. Ponieważ wymienione obiekty będą na ogół dawały zbyt mało światła, aby powstałą tęczę można było obserwować na jakimkolwiek ekranie, trzeba nauczyć się odnajdować ją wewnątrz pryzmatu.

Polskie Towarzystwo Matematyczne i nasz miesięcznik postanowiły w 1978 r. zorganizować konkurs prac maturalnych. Tych z naszych czytelników, którzy są aktualnie uczniami klas maturalnych i ich nauczycieli zapraszamy serdecznie do wzięcia w nim udziału.

Regulamin konkursu prac maturalnych z matematyki

1. Konkurs jest organizowany przez Zarząd Główny Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Redakcję miesięcznika „Delta".
2. W konkursie mogą brać udział uczniowie wszystkich typów szkół piszący w roku 1978 maturalne prace pisemne z matematyki.
3. Konkurs składa się z eliminacji i finału.
4. W eliminacjach bierze udział każdy uczeń, który w terminie do 15 kwietnia 1978 roku prześle pod adresem Redakcji miesięcznika „Delta" (z dopiskiem na kopercie „Konkurs maturalny") jeden egzemplarz swojej pracy maturalnej.
5. Prace nadesłane na eliminacje oceni Komisja powołana przez Zarząd Główny Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Komisja ta wybierze najlepsze prace do finału, który odbędzie się podczas Sesji Naukowej Polskiego Towarzystwa Matematycznego w czerwcu 1978 roku.
6. Zawiadomienia o zakwalifikowaniu do finału zostaną rozesłane uczestnikom eliminacji do 15 maja 1978 r. Finaliści i nauczyciele opiekujący się pracami maturalnymi finalistów otrzymają od Zarządu Głównego Polskiego Towarzystwa Matematycznego zaproszenia na cały czas trwania Sesji na koszt Towarzystwa.
7. Finał będzie polegał na wygłoszeniu przez ucznia, podczas specjalnego otwartego posiedzenia Sesji, referatu (do 15 minut) i wzięciu udziału w dyskusji na temat, któremu była poświęcona praca.
8. Rezultaty finału oceni ta sama Komisja, która oceniała eliminacje. Przyzna ona medale: złoty, srebrny i brązowy, a pozostali uczestnicy finału otrzymają dyplomy.
9. Wyniki finału będą ogłoszone podczas Walnego Zgromadzenia Polskiego Towarzystwa Matematycznego i opublikowane w miesięczniku „Delta", a medale wręczy Prezes Towarzystwa.
10. Skrót zwycięskiej pracy będzie opublikowany w miesięczniku „Delta".