

deja

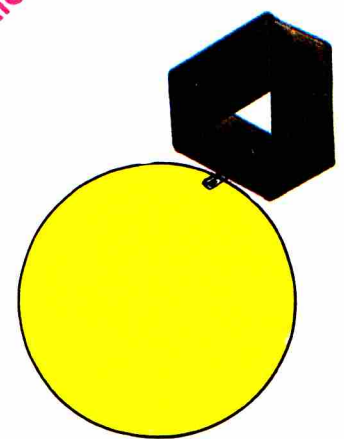
h=6.63·10⁻³⁴ J·s $\hbar=3,141593$

CENA 40 ZŁ

NR 1 (169) 1988

PL ISSN 0137-3005 | NR IND 35 550

POPULARNY MIESIĘCZNIK MATEMATYCZNO-FIZYCZNO-ASTRONOMICZNY



Czy uda się zapiąć?



A może w czterech wymiarach?



SPIS TREŚCI

NUMERU 1 (169)

Czy warto szukać życia i cywilizacji pozaziemskich? <i>prof. dr Konrad Rudnicki</i>	str. 1
Czytelniczy piszą	str. 3
Nowy detektor neutron <i>dr Andrzej Kotlicki</i>	str. 4
Patrz w niebo	str. 5
Rysujemy czterowymiarowo	str. 6
Zawsze 47 <i>dr Marek Wolf</i>	str. 7
Mała Delta	str. 8
Obalamy prawa fizyki <i>doc. dr Jan A. Gaj</i>	str. 10
Klub 44	str. 12
Zadania	str. 15
Drobiazgi	str. 16
Konkurs Uczniowskich Prac z Matematyki	str. 17

W następnym numerze:
Krzywizna

„Delta”

matematyczno-fizyczno-astronomiczny
miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego, Polskiego
Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
Towarzystwa Astronomicznego
wydawany przy poparciu
Ministerstwa Edukacji Narodowej

Komitet Redakcyjny
dr Maciej Bryński
dr Bogdan Cichoński
dr Antoni L. Dawidowicz
dr Alicja Derkowska
doc. dr Jan A. Gaj
doc. dr Bolesław Gleichgewicht
doc. dr Tomasz Hofmoki — v-przewodniczący
doc. dr Tadeusz Jarzębowski
doc. dr Marcin Kubiak
mgr Andrzej Mąkowski
dr Zbigniew Płochocki
dr Jan Rempała
prof. dr Konrad Rudnicki
prof. dr Grzegorz Sitarski
prof. dr Józef I. Smak
prof. dr Kazimierz Stępień
prof. dr Mieczysław Subotowicz
doc. dr Andrzej Szymacha
doc. dr Aniela Wolska
prof. dr Andrzej Woszczyk
prof. dr Wojciech Żakowski —
przewodniczący

Redaguje kolegium w składzie:

mgr inż. Krzysztof Biesaga
mgr Krystyna Kordos — sekr. red.
dr hab. Marek Kordos — red. nac.
dr Tomasz Kwast
mgr inż. arch. Mariola Łotysz
dr Andrzej Majhofer
mgr Anna Rudnik
dr Jerzy Ryll
mgr Joanna Udalska

Adres Redakcji
ul. Koszykowa 6a
00-564 Warszawa
tel. 21-19-85

Krajowe Wydawnictwo Czasopism
RSW „Prasa—Książka—Ruch”
ul. Noakowskiego 14
00-666 Warszawa
tel. centr. 25-72-91 do 93
Biuro Reklam i Propagandy
tel. 25-56-26
Nakład 25 000 egz. Objętość 2 ark. wyd.;
2,50 ark. druk;
papier offsetowy V kl. 70 g.
Wydrukowano w Drukarni
im. Rewolucji Październikowej
Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 4951/12/87. K-22.

WARUNKI PRENUMERATY

Cena prenumeraty kwartalnej zł 120,— półrocznej zł 240,— rocznej zł 480,—

- dla osób prawnych — instytucji i zakładów pracy:
— instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miastach wojewódzkich i pozostałych miastach, w których znajdują się siedziby oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, zamawiają prenumeratę w tych oddziałach,
— instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” i na terenach wiejskich opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli.
- dla osób fizycznych — indywidualnych prenumeratorów:
— osoby fizyczne zamieszkałe na wsi i w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli,
— osoby fizyczne zamieszkałe w miastach — siedzibach oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych nadawczo-oddawczych właściwych dla miejsca zamieszkania prenumeratora. Wpłaty dokonują używając „blankietu wpłaty” na rachunek bankowy miejscowego oddziału RSW „Prasa-Książka-Ruch”.
- Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV Oddział w W-wie Nr 1153-201045-139-11. Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zlecających indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów pracy.

Terminy przyjmowania prenumeraty na kraj i za granicę:

- do dnia 10 listopada na I kwartał, I półrocze roku następnego oraz cały rok następny,
- do dnia 1-go każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty roku bieżącego.

Cena 1 egzemplarza zł 40,—

Przy redakcji „Deltę” powstał ZERO KOPRU, czyli Zespół Rozpowszechniania Konkursu Prac Uczniowskich, złożony z laureatów dotychczasowych konkursów. Członkowie zespołu będą wyjeżdżać do szkół średnich na spotkania z uczniami, wystarczy tylko, aby zainteresowane takim spotkaniem szkoły skontaktowały się z redakcją „Deltę” w celu uzgodnienia szczegółów wizyty. Liczymy na to, że uda nam się zachęcić uczniów do szerszego niż dotychczas udziału w konkursie, a co najważniejsze — pomóc w wyborze interesującego tematu pracy konkursowej. Przypominamy, że Konkurs Prac Uczniowskich z Matematyki jest organizowany corocznie, a szczegółowy regulamin ukazał się w „Deltę” 2/1987, ukazał się także w „Deltę” 2/1988.

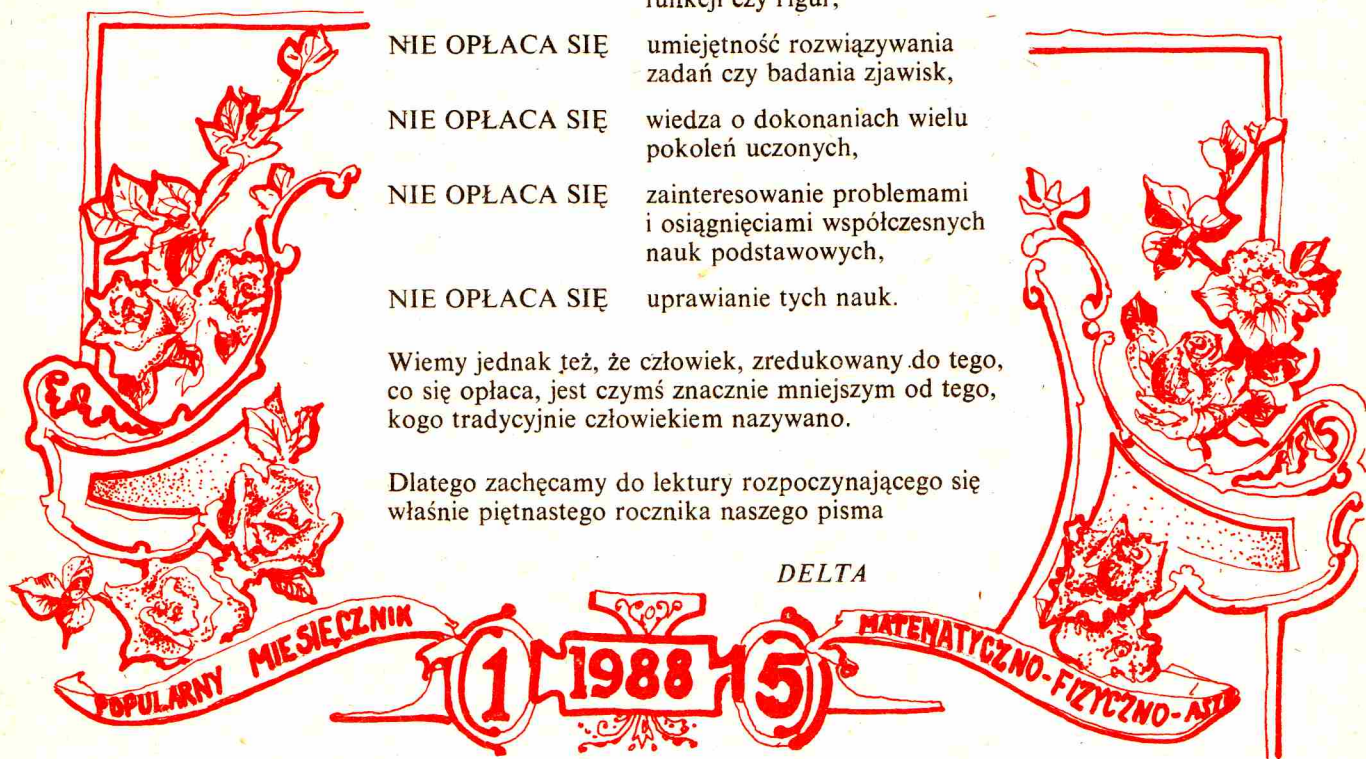
Chcemy uprzedzić, że dobrze wiemy, iż

- NIE OPLACA SIĘ zdobywanie wiedzy o tym, jak jest zbudowany Wszechświat,
- NIE OPLACA SIĘ poznawanie praw rządzących materią i energią,
- NIE OPLACA SIĘ zgłębianie przeróżnych teorii najrozmaitszych przestrzeni,
- NIE OPLACA SIĘ znajomość własności liczb, funkcji czy figur,
- NIE OPLACA SIĘ umiejętność rozwiązywania zadań czy badania zjawisk,
- NIE OPLACA SIĘ wiedza o dokonaniach wielu pokoleń uczonych,
- NIE OPLACA SIĘ zainteresowanie problemami i osiągnięciami współczesnych nauk podstawowych,
- NIE OPLACA SIĘ uprawianie tych nauk.

Wiemy jednak też, że człowiek, zredukowany do tego, co się oplaca, jest czymś znacznie mniejszym od tego, kogo tradycyjnie człowiekiem nazywano.

Dlatego zachęcamy do lektury rozpoczynającego się właśnie piętnastego rocznika naszego pisma

DELTA



Czy warto szukać życia i cywilizacji pozaziemskich?

Prof. dr Konrad RUDNICKI

Istnienie istot żywych, a tym bardziej istnienie cywilizacji poza Ziemią, jest fantazją. Jest to ustalona opinia większości naukowców i z tym zdaniem należy się całkowicie zgodzić, pamiętając zarazem, że fantazja jest podstawowym czynnikiem postępu nauki, pod warunkiem wszakże, aby była to fantazja twórcza, oparta o prawidłowe, logiczne myślenie i podbudowana faktami, choćby interpretacja tych faktów była jeszcze całkowicie niepewna. Zapewne nie warto tu wspominać fantazji starożytnych. Snuli sobie oni takie fantastyczne rozważania o istnieniu atomów, o kulistym kształcie Ziemi, albo o czterech podstawowych stanach skupienia materii, a mianowicie ciałach stałych, ciekłych, lotnych i o plazmie (wówczas nazywało się to czterema żywiołami: ziemią, wodą, powietrzem i ogniem), z których to stanów składa się wszystko, co istnieje. Ale to było dawno i nie warto dziś o tym wspominać. Natomiast przypomnijmy sobie nowsze pomysły Kopernika, „sarmackiego błazna”, jak go nazwał pewien, skądinąd wybitny, współczesny mu myśliciel, o ruchu Ziemi wokół Słońca, czy też matematyczne dziewiętnastowieczne fantazje o przestrzeniach, w których przez dany punkt nie da się przeprowadzić ani jednej prostej równoległej do prostej danej. Te akurat fantazje, jak dobrze wiadomo, sprawdziły się w taki czy inny sposób w naturze. Istnieją też fantazje naukowe, o których do dziś nie wiemy, czy nie tkwiła w nich jakaś drobina prawdy. Tak na przykład Galileusz w słynnym *Dialogu o dwu systemach świata* pisał, że Ziemia dlatego przyciąga, że jest w jej wnętrzu dużo magnesów. Można powiedzieć, że przecież wiemy, iż grawitacja to inna siła niż magnetyzm. Ale właśnie, czy to wiemy na pewno?

Redaguje dr hab. Andrzej HENNEL

NOBEL ZA ODKRYCIE WYSOKOTEMPERATUROWYCH NADPRZEWODNIKÓW

14 października 1987 ogłoszono w Sztokholmie, że tegoroczną nagrodę Nobla z fizyki otrzymują J. G. Bednorz i K. A. Müller – odkrywcy nowego rodzaju nadprzewodników. Społeczność fizyków oczekiwała wprowadzenia przyznania nagrody Nobla za znalezienie wysokotemperaturowego nadprzewodnictwa, jednakże sugerowano, że nastąpi to za rok lub dwa, oraz wymieniano większą liczbę potencjalnych laureatów. Decyzja Królewskiej Akademii Nauk o szybkim nagrodzeniu Bednorza i Müllera wydaje się ze wszech miar słuszną. Przelamali oni bowiem ogromną barierę psychologiczną, kierując "usychające" poszukiwania nowych nadprzewodników w całkowicie dziewiczym i dla wielu zaskakującym kierunku materiałów ceramicznych. Dość powiedzieć, że wiele lat badań i poszukiwań wśród kolejnych metali i ich stopów doprowadziło w połowie lat siedemdziesiątych do rekordowo wysokiej temperatury (tzw. krytycznej) przejścia w stan nadprzewodzący równej 23,3 K dla stopu Nb₃Ge. Od tego czasu nie udało się pójść wyżej ani o ułamek stopnia. Tymczasem Bednorz i Müller w bardzo skromnym czterostronicowym komunikacie pod tytułem "Możliwe nadprzewodnictwo o wysokiej temperaturze krytycznej w układzie Ba-La-Cu-O" zamieszczonym w niezbyt popularnym niemieckim miesięczniku Zeitschrift für Physik umieszcili we wrześniu 1986 roku otrzymane wiosną tegoż roku rezultaty, które wstrząsnęły światem nauki i techniki. Osiągnęli oni temperaturę krytyczną "tylko" około 35 K, był to jednak dopiero początek lawiny. Setki fizyków zatrudnionych w dziesiątkach laboratoriów raptownie rozpoczęło badania własności ceramiki ogłaszając w telewizji i prasie codziennej coraz to nowe rekordowe wartości temperatury krytycznej. Jednakże wszyscy oni posuwają się w kierunku wskazanym przez Bednorza i Müllera. Dlatego też zaden z wielu chwilowych rekordzistów, nawet Ch. z Teksasu, który przekroczył niezwykle ważną z punktu widzenia zastosowań granicę 77 K (wrzenie ciekłego azotu), nie został uwzględniony przez przyznających nagrodę Nobla. Warto przy okazji zwrócić uwagę na jeszcze jeden aspekt zagadnienia. Otóż trzema kolejnymi nagrodami Nobla (1985, 86 i 87) została wyróżniona europejska fizyka ciała stałego, przy czym dwie ostatnie otrzymali fizycy z IBM Zurich. Jest to dowód słuszności polityki naukowej prowadzonej przez ten koncern, a sprowadzającej się do pozostawienia najlepszym naukowcom bardzo dużej swobody wyboru tematów badawczych. Po przyznaniu zeszłorocznej nagrody za mikroskop tunelowy jeden z pracowników National Bureau of Standards znajdującego się pod Waszyngtonem opublikował w "Physics Today" list, opisujący historię badań prowadzonych tam dziesięć lat wcześniej. Okazuje się, że grupa fizyków była bardzo bliska zbudowania mikroskopu tunelowego i dysponowała już pierwszymi obiecującymi wynikami, jednakże kierownictwo placówki nakazało im rezygnację z tego "nieinteresującego" tematu badawczego. Tak więc Nobla dostali inni...

Wielu fizyków usiłuje dziś stworzyć jednolitą, zunifikowaną teorię oddziaływań (między innymi grawitacyjnych i magnetycznych), a jeśli im się to uda, to może jeszcze będziemy cytować poglądy Galileusza na ziemską grawitację jako genialne.

Ponieważ jednak zupełnie nie uważam, że każdym zwariowanym pomysłem, nawet jeśli jest powzięty przez skądinąd znakomitego uczonego, warto się zajmować, przyjrzyjmy się faktom (względnie również brakowi faktów przeciwnych), na których można budować rozsądne fantazje o żywych i inteligentnych istotach we Wszechświecie, bo przecież nawet zacięci wrogowie poważnych rozmów na temat zielonych ludzików z kosmosu muszą przyznać, że nie sposób odrzucić wszystkich doniesień o kontaktach ludzi z kosmitami. Wiele spraw pozostaje tu niewyjaśnionych i nie daje się wytłumaczyć po prostu kłamstwem, aberracjami umysłowymi, sugestią ani hipnozą. Ale to domena dziennikarzy. My skoncentrujmy się tu na zagadnieniach naukowych:

1° Prawie nic nie wiemy o innych układach planetarnych, a to znaczy, że nie można wykluczyć istnienia planet o równie dobrych, jeśli nie lepszych, warunkach do powstania i rozwoju życia niż na Ziemi.

2° Skomplikowane związki organiczne są produkowane w warunkach ziemskich przez organizmy żywe. Mniej skomplikowane powstają również poza takimi organizmami — na przykład w laboratoriach chemicznych. Otóż w przestrzeniach międzygwiazdowych, a częściowo i międzygalaktycznych odkryto cząsteczki takich związków organicznych, które uważamy za związki bardziej skomplikowane, jak na przykład aldehydy i alkohole.

3° Okazało się, że zwykły pył międzygwiazdowy, którego skład chemiczny jest w ogóle nie znany, wykazuje widmo absorpcyjne oraz wywołuje polaryzację światła ściśle taką, jak rozpylone w próżni pewne typy wirusów.

4° Do niedawna sądzono, że istoty żywe muszą ginąć w przestrzeniach pozbawionych atmosfery choćby ze względu na duże ilości wszelkiego rodzaju promieniowań. Tymczasem okazało się, że niektóre żywe organizmy promieniowań się nie boją. Przy wymianie rdzeni w reaktorach atomowych znajdowano w nich żywe wirusy, których przez kilkanaście lat nie zabiła ani wysoka temperatura, ani intensywne napromieniowanie. Żywe mikroorganizmy znaleziono również na Księżycu w urządzeniu pozostawionym tam na dwa lata przez poprzednią ekspedycję. A więc zarodki istot żywych mogą się przedostawać przez przestrzeń kosmiczną i przy znalezieniu pomyślnych warunków rozwijając się, ewoluować ku wyższym formom żywym.

5° Znakomity astrofizyk Fred Hoyle zajął się statystyką zachorowań w czasie epidemii pewnych chorób. Można się było spodziewać, że jeśli choroba przenosi się z człowieka na człowieka, to większy procent chorych znajdzie się w gęsto zaludnionych aglomeracjach miejskich, mniejszy na wsi, a jeszcze mniejszy wśród luźno rozrzuconych siedlisk. Tymczasem statystyki w wielu przypadkach nie potwierdzają tego efektu. Jako jedno z wytłumaczeń tego dziwnego faktu można przyjąć, jeśli kto chce, że zarazki chorób dostają się w atmosferę ziemską z przestrzeni otaczającej i następnie opadają stopniowo i kolejno z tejsze atmosfery w obszary określone jej prądami. Wtedy procent zachorowań jest uzależniony od procentu osobników odpornych na daną chorobę.

6° Jesteśmy skłonni uważać, że większość zjawisk obserwowanych we Wszechświecie ma przyczyny „naturalne”. Planety poruszają się po orbitach uwarunkowanych grawitacją i bezwładnością. Gwiazdy ewoluują według praw przemian jądrowych i przenoszenia energii. Wybuchy supernowych dadzą się też wyjaśnić działaniem naturalnych czynników. Prof. Halton C. Arp przemawiając na konferencji „Kosmos” w Wenecji 8 maja 1987 r. przedstawił pewną fantazję dotyczącą mrówek. Otóż wyobraźmy sobie, że mrówki obserwują ofensywę wojsk postępującą przez las. Arp wybrał mrówki, gdyż są to istoty o rozmiarach (z dokładnością do kilku rzędów wielkości) podobnych do naszych i — podobnie jak ludzie — mają ograniczoną inteligencję. Otóż wyobraźmy sobie (tu tkwi fantazja!) mrówki posiadające pasję badawczą. Zaobserwowane w trakcie walk wybuchy pocisków artyleryjskich wyjaśniają one naukowo i ściśle: wewnątrz ładunku wskutek zapłonu i wybuchu powstaje ciśnienie rozrywające osłonę i rozrzucające odłamki według praw balistyki. Podobnie czysto naukowo można objaśnić ruch czołgów: obrót kół przenosi się na gąsienice według praw mechaniki. Wszystko da się właściwie sprowadzić do takich pojęć, jak masa,

Cząsteczki organiczne wykryte poza Ziemią

tlenek węgla	CO
rodnik metyladynowy	CH
rodnik cyjanowy	CN
monosiarczek węgla	CS
cząsteczka węgla	C ₂
rodnik formylowy	HCO
cyjanowodor	HCN
izocyjanowodor	HNC
siarczek karbonylowy	OCS
rodnik etylenowy	C ₂ H
węgiel krzemu	SiC ₂
formaldehid	H ₂ CO
tioformaldehid	H ₂ CS
kwas izocyjanowy	HNCO
kwas izotiocyanowy	HNCS
rodnik cyanoetylenowy	C ₃ N
wodorek trójwęgla	C ₃ H
tlenek trójwęgla	C ₃ O
metan	CH ₄
metyloamina	CH ₂ NH
cyjanamid	NH ₂ CN
kwas mrówkowy	HCOOH
keten	H ₂ C ₂ O
cyanoacetylen	HC ₃ N
rodnik butadynowy	C ₄ H
alkohol metylowy	CH ₃ OH
cyjanek metylu	CH ₃ CN
formamid	NH ₂ CHO
metyloamina	CH ₃ NH ₂
metyloacetylen	CH ₃ CCH
merkaptan metylowy	CH ₃ SH
aldehid octowy	CH ₃ CHO
cyjanek winylu	H ₂ CCHCN
cyjanobutadien	HC ₃ N
mrówczan metylu	HCOOCH ₃
metylocyanoacetylen	CH ₃ CCCN
eter dwumetylowy	CH ₃ OCH ₃
alkohol etylowy	CH ₃ CH ₂ OH
cyjanek etylu	CH ₃ CH ₂ CN
cyanoheksatrijen	HC ₇ N
metylotetradien	CH ₃ C ₄ H
cyanoooktetatryen	HC ₉ N
cyjanodekapedentyn	HC ₁₁ N

ciśnienie, prędkość, przyspieszenie ... i niech kto spróbuje powiedzieć, że te wyjaśnienia byłyby błędne.

Jeszcze w roku 1977 Lem w słynnej dyskusji ze Szklowskim zauważył, że wybuch bomby atomowej na Ziemi obserwowany przez inteligentnego obserwatora z innej planety da się całkiem (słusznie i prawdziwie!) wytłumaczyć obiektywnymi prawami fizyki. Może więc spora część, może większość lub, jak chce Hoyle, prawie wszystkie zjawiska „naturalne” we Wszechświecie są powodowane świadomie przez inteligentne istoty. *Cały Wszechświat jest dla mnie wypełniony działaniem istot żywych i inteligentnych* powiedział Hoyle.

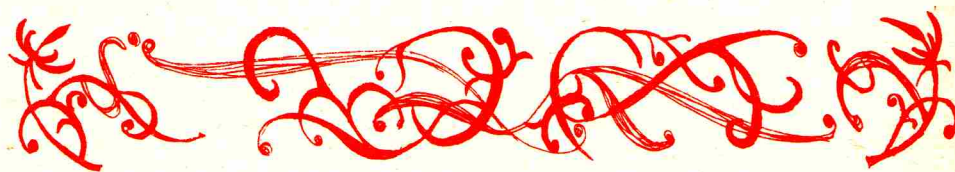
Można by takiemu myśleniu zarzucić, że wprawdzie mrówki mogłyby naukowo opisać wybuch pocisku czy ruch czołgu, że obserwator z innej planety mógłby prawidłowo opisać wybuch atomowy, ale nie mogliby oni (nie mogłyby one — wspomniane mrówki) nic powiedzieć o przyczynach powstania badanych obiektów i zjawisk. No właśnie! A czy my wiemy dziś, skąd się wziął Układ Planetarny Słońca z jego dziwnymi regularnościami (choćby z prawem Titiusa-Bodego!), czy jesteśmy pewni, że znamy procesy prowadzące do powstawania gwiazd, że znamy przyczyny wybuchów supernowych i że w ogóle wiemy coś o przyczynach istnienia Wszechświata?

Mówiąc o istotach inteligentnych wyobrażamy je sobie przeważnie jako podobne do nas. Podobne rozmiary, podobna przemiana materii, podobnie funkcjonujący mózg, podobna psychika, z podobnymi emocjami. W ten sposób przedstawiając sobie istoty inteligentne wyprowadzono nawet tak zwaną zasadę antropoczną mającą rzekomo tłumaczyć głębszy sens powiązań człowieka z Wszechświatem. W samej rzeczy jednak inteligentne istoty mogą mieć zupełnie inną postać. Uważa się, że pień pszczeli (pień to taki termin pszczelarski, nie idzie tu o klocek drewna, z którego zrobiono ul, ale o pszczelą społeczność ten ul zamieszkującą) ma większą inteligencję niż suma inteligencji poszczególnych pszczoł do niego należących. A dlaczegożby istota żywa, inteligentna i mająca pasję poznawczą nie mogła się składać z drobnych ciałek (pojedynczych „pszczołek”) nie połączonych w jedno ciało? A co, jeśli taki „pień pszczeli” ma rozmiary układu planetarnego, galaktyki, gromady galaktyk, całego Wszechświata?

Jak te wszystkie sprawy złożyć w jedną zborną całość? Ja nie wiem i, o ile wiem, nikt z ludzi (jeszcze?) nie wie. Dlatego właśnie możemy snuć fantazje. Możemy też fantazjować, jak wejść w kontakt z innymi inteligentnymi istotami mieszkającymi poza Ziemią, lub — jeśli kto woli — o tym, że te istoty już nas dawno obserwują, a może i eksperymentują z nami. Fantazje mają tę przewagę nad teoriami naukowymi, że jeśli podlegają krytyce, to tylko literackiej.

Dlatego nie dziwny się, że znajdują się chętni do poszukiwań cywilizacji we Wszechświecie, że powstają dobrze technicznie opracowane projekty takich poszukiwań oraz że znajdują się instytucje finansujące te przedsięwzięcia. Twórcza fantazja jest dźwignią postępu — również w nauce.

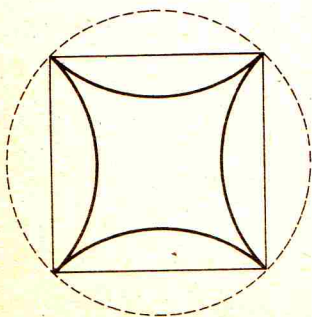
Oczywiście każdy, kto woli, może myśleć wprost przeciwnie, a więc, że inteligencja ludzka jest najwyższą inteligencją we Wszechświecie. Ale taki pogląd jest przecież też fantazją.



Czytelnicy piszą

Pan Roman Makaj z Lublina zauważył, że ekstremalną własność okręgu, a mianowicie fakt, że spośród wszystkich krzywych danej długości największe pole (na płaszczyźnie) ogranicza okrąg, można użyć do uzyskania pewnej figury o polu minimalnym. Wpisuje mianowicie w okrąg kwadrat i odbija łuki okręgu, na jakie dzielą okrąg wierzchołki kwadratu, względem najbliższych im boków. Uzyskuje w ten sposób stwierdzenie, że spośród krzywych o długości $a\pi\sqrt{2}$ przechodzących przez wierzchołki kwadratu o boku a najmniejsze pole ogranicza krzywa złożona, jak na rysunku, z łuków okręgu opisanego na tym kwadracie.

Mamy nadzieję, że Czytelnicy potrafią sami odtworzyć stosowny dowód.

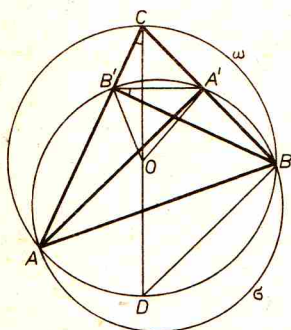


Nowy detektor neutrin

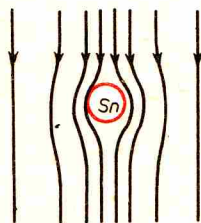
Dr Andrzej KOTLICKI



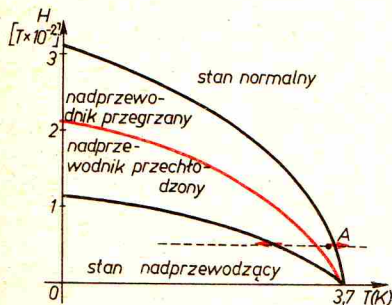
Rozwiązanie zadania M 494. Niech
 $T = \triangle ABC$, $T' = \triangle A'B'C'$
 $(AA', BB', CC' —$ wysokości trójkąta $T)$,
 $\omega —$ okrąg opisany na trójkącie T ,
 $\sigma —$ okrąg o średnicy AB ;
 $CD —$ średnica, $O —$ środek okręgu ω .



$|\sphericalangle A'B'B| = |\sphericalangle A'AB| = |\sphericalangle ABD| =$
 $= |\sphericalangle ACD| (*)$
 (kąty wpisane w σ , kąty naprzemianległe,
 kąty wpisane w ω).
 $(BB' \perp AC)$ i $(*) \Rightarrow (A'B' \perp CD)$.
 Zatem: pole $(OA'CB') = (R/2) \cdot A'B'$.
 Także: pole $(OB'AC') = (R/2) \cdot B'C'$,
 pole $(OC'BA') = (R/2) \cdot C'A'$
 i w sumie: $S =$ pole $(ABC) = Rp'$.
 Jednocześnie $S = rp$. Stąd teza.

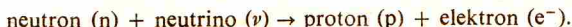


Rys. 1. Linie pola magnetycznego w pobliżu nadprzewodzącej kuli.

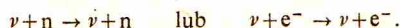


Rys. 2. Diagram fazowy dla małej kuleczki cyny.
 Strzałkami zaznaczono przejścia fazowe przy ogrzewaniu i oziębianiu kuleczki dla ustalonej wartości pola magnetycznego.

Jednym z najbardziej interesujących problemów współczesnej fizyki jest problem detekcji neutrin. Obserwacja tych niezwykle słabo oddziałujących cząstek elementarnych (prawie wszystkie padające na Ziemię neutrina przechodzą przez nią bez jakichkolwiek zmian) wymaga stosowania bardzo wyrafinowanych detektorów. Wielotonowe, umieszczone na dnie kopalń urzędzenia rejestrują zaledwie kilkanaście neutrin miesięcznie przy 10 milionach padających ze Słońca na każdy centymetr kwadratowy w ciągu sekundy. Ich działanie opiera się na obserwacji reakcji jądrowych wywołanych przez pochłonięcie neutrina przez jeden z nukleonów jądra atomowego. Najprostszą reakcją tego typu jest odwrotny rozpad β (przekrój czynny około 10^{-43} cm²):



Do końca lat sześćdziesiątych sądzono, iż każda reakcja wywołana przez neutrina prowadzi do jego pochłonięcia, tj. nie odnajdujemy neutrina wśród produktów reakcji. Uważano to za jedną z podstawowych własności oddziaływań słabych. Dopiero próby sformułowania jednolitej teorii oddziaływań słabych i elektromagnetycznych wskazały na możliwość zderzeń elastycznych neutrina, tj. reakcji typu



Procesy takie zostały zaobserwowane po raz pierwszy w 1973 roku w CERNie i były uważane za pierwsze potwierdzenie słuszności wspomnianych jednolitych teorii.

Z obliczeń teoretycznych wynika, że przekrój czynny na oddziaływanie elastyczne może być w pewnych warunkach znacznie większy (około 10 tysięcy razy) niż przekrój czynny na reakcję z pochłonięciem neutrina. Tak jest, gdy neutrina „odbija się” od dużego jądra niewiele zmieniając swój pęd; oddziałuje wtedy nie z pojedynczym nukleonem, lecz z całym jądrem.

Detektor zdolny do rejestrowania takich zderzeń mógłby mieć znacznie większą wydajność, nawet przy mniejszych rozmiarach, niż detektory dotychczas konstruowane. Podstawowy problem przy próbie konstrukcji nowego detektora to konieczność zaobserwowania skutków zderzenia elastycznego z małym przekazem pędu. Trzeba bowiem zarejestrować zmianę energii ciężkiego jądra zaledwie o 100 eV (przy energii neutrina 10 MeV).

Jeden z proponowanych detektorów, którego przydatność jest obecnie badana doświadczalnie, oparto na następującej zasadzie.

Wyobraźmy sobie kuleczkę, np. cyny o średnicy $1 \mu\text{m}$ oziębioną do temperatury 1 K. Cyna w tej temperaturze jest w stanie nadprzewodzącym. Umieścimy tę kuleczkę w polu magnetycznym. W czasie włączania pola w nadprzewodniku indukują się prądy wirowe, które są dodatkowym źródłem pola magnetycznego. Okazuje się, że niezależnie od sposobu włączenia to dodatkowe pole zawsze dokładnie kompensuje w nadprzewodniku pole zewnętrzne (zjawisko Meissnera). W efekcie pole magnetyczne nigdy nie może wnikać do wnętrza nadprzewodnika. Linie pola na zewnątrz kulki w stanie nadprzewodzącym przedstawione są na rysunku 1.

Istnieją dwa sposoby zniszczenia stanu nadprzewodzącego. Można zwiększyć temperaturę do wartości większej od temperatury krytycznej lub zwiększyć zewnętrzne pole magnetyczne. Typowa zależność temperatury krytycznej od wartości pola (tzw. diagram fazowy) przedstawiona jest na rysunku 2. Okazuje się, że dla małych kulek (promień mniejszy niż $50 \mu\text{m}$) lub cienkich warstw przejście ze stanu nadprzewodzącego do normalnego nie zachodzi dla tych samych wartości temperatury i pola magnetycznego co przejście odwrotne. Występują tzw. stany przegrzane i przechłodzone.

Jeżeli tak ustalimy pole magnetyczne, że stan kuleczki będzie odpowiadał punktowi A na diagramie z rysunku 2 (stan nadprzewodzący przegrzany), to wystarczy niewielki wzrost temperatury nawet w bardzo małym fragmencie kuleczki, by stan nadprzewodzący uległ zniszczeniu w całej objętości.

Wyobraźmy sobie teraz, że na kuleczkę padają neutrina i jedno z nich „odbija się” elastycznie od jądra atomu cyny przekazując mu energię 100 eV (około 10^{-17} J). Ta znikoma energia wystarczy do podgrzania kuleczki o kilkadziesiąt milikelwinów, co może wywołać przejście ze stanu nadprzewodzącego przegrzanego do stanu normalnego. Jak zarejestrować takie przejście?

Nadprzewodząca kuleczka zaburza zewnętrzne pole magnetyczne (rys. 1). Zaburzenie to jest w dużej odległości od kuleczki identyczne jak zaburzenie wprowadzane przez mały magnes o momencie magnetycznym proporcjonalnym do zewnętrznego pola i objętości kuleczki. Po przejściu cyny w stan normalny zaburzenie znika, co wywołuje taki sam efekt jak usunięcie magnesu. Jedynym magnetometrem, który jest w stanie zarejestrować tak małe zmiany strumienia pola magnetycznego, jest Magnetyczny Interferometr Kwantowy, tzw. SQUID (od angielskiej nazwy *Superconducting QUantum Interference Device*). Pozwala on na wykrycie zmian strumienia rzędu 10^{-18} Wb. Oznacza to, że za pomocą SQUIDu można zarejestrować pole magnetyczne igły kompasu z odległości 40 metrów. Dla porównania — strumień ziemskiego pola magnetycznego przez powierzchnię 1 cm^2 wynosi około $0,5 \cdot 10^{-8}$ Wb. Magnetyczne interferometry kwantowe stosuje się obecnie do pomiarów przenikalności magnetycznej w słabych polach, a także w biologii i medycynie do badania pól magnetycznych wywołanych przez bioprądy związane np. z pracą mięśni lub mózgu.

Spróbujmy teraz wyobrazić sobie detektor neutrin wykorzystujący opisane wyżej zjawiska. Żeby uzyskać wydajność detektora rzędu kilku neutrin dziennie, należy zawiesić w postaci koloidu w materiale izolacyjnym i diamagnetycznym około 1 kg kuleczek cynowych o średnicy około $1 \mu\text{m}$. Następnie należy ochłodzić koloid do temperatury 1 K i umieścić w odpowiednim polu magnetycznym tak, by kuleczki były w stanie nadprzewodzącym przegrzanym tuż poniżej temperatury krytycznej. Obserwując zmiany pola magnetycznego za pomocą SQUIDu mogliśmy rejestrować oddziaływania elastyczne neutrin w koloidzie. Tak będzie, być może, działał lekki i wydajny detektor neutrin. Niestety, nie został jeszcze skonstruowany. Na przeszkodzie stoi szereg trudności technicznych.



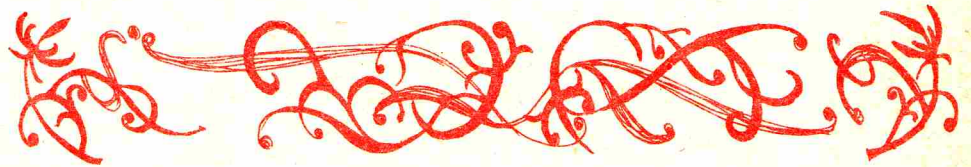
Rozwiązanie zadania M 493. Oznaczenie:
 $(xQ'y) \equiv$ (nie zachodzi xQy);
 $(xR'y) \equiv$ (nie zachodzi xRy).
 Zaprzeczamy tezę: istnieją $a, b, c, d \in X$
 takie, że $aQ'b, cR'd$.
 Zatem $dR'c, cQd, dQc, aRb, bRa$.
 Jeśli aRc , to $aR'd, dR'b$, więc
 aQd, dQb , skąd aQb — sprzeczność.
 Jeśli $aR'c$, to $cR'b$, więc aQc, cQb ,
 skąd aQb — sprzeczność.

Jak łatwo zauważyć, wypełnienie izolatora kuleczkami nie może być zbyt duże, bo pole magnetyczne każdej kuleczki wpływa na inne i, ze względu na przypadkowe ułożenie kuleczek, każda z nich wymaga nieco innej energii do przeniesienia, jej w stan normalny. Można byłoby uniknąć tego problemu układając kuleczki w uporządkowaną sześcienną sieć. Wtedy każda kuleczka znajdowałaby się w takim samym polu magnetycznym. Jest to jednak niezwykle trudne do zrealizowania.

Inny problem to stabilizacja zewnętrznego pola magnetycznego, która powinna być, oczywiście, lepsza niż czułość SQUIDu.

Wreszcie istnieje problem ekranowania całego urządzenia od zewnętrznych zakłóceń magnetycznych i drgań mechanicznych; nawet niewielkie zmiany kształtu pętli odbiorczej SQUIDu w polu magnetycznym powodują zmiany strumienia zaburzające pomiar.

Do tej pory zbudowano detektory zawierające tylko kilkanaście miligramów kuleczek. Testowano je za pomocą strumieni fotonów, które oddziałują z materią znacznie silniej niż neutrino. Wyniki są obiecujące.



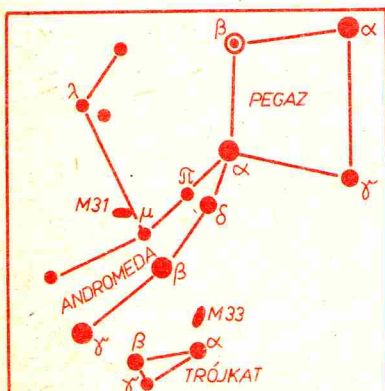
Patrz w niebo

Niedawny powrót komety Halleya w bliskie Ziemi okolice Układu Słonecznego sprawił miłośnikom astronomii wiele zawodu. Dziś to już sprawa przebrzmiała, przypomnijmy jednak, że ta reklamowana w wielu czasopiśmiech kometa była w Polsce praktycznie niewidoczna gołym okiem, choć w okresie najlepszej widzialności miała jasność 4 mag. To wcale nie jest mało w przypadku wielu obiektów — gwiazdy tej wielkości są zupełnie dobrze widoczne. Komety nie są jednak, jak gwiazdy, punktowymi źródłami światła. Widać je na niebie w postaci rozmytych plamek, a podawane jasności odnoszą się do ich całkowitego blasku pochodzącego od całej powierzchni.

Podobnie jest w przypadku innych obiektów rozciągniętych, takich jak galaktyki, gromady gwiazd czy wszelkiego rodzaju mgławice. Przytaczane w literaturze całkowite jasności tych ciał mogą wprowadzić w błąd początkujących miłośników astronomii. Zwykle w niewielkim stopniu informują o tym, na ile łatwo dany obiekt można odnaleźć na niebie. Może się na przykład zdarzyć, że dwie galaktyki o zupełnie różnych rozmiarach kątowych i jasnościach katalogowych widać jednakowo wyraźnie. W takich przypadkach znacznie bardziej przydatna jest znajomość tzw. jasności powierzchniowej — tj. jasności umownie wybranej jednostki powierzchni. Wielkość ta niesie informację o tym, jak bardzo powierzchnia badanego obiektu jest kontrastowa w stosunku do tła nieba.

Powszechnie znaną galaktyką, dostrzegalną gołym okiem, jest Wielka Mgławica w Andromedzie (M31) o jasności całkowitej 4,8 mag. Trzeba przyznać, że oglądana bez użycia teleskopu nie prezentuje się ona zbyt imponująco. Być może jednak warto spojrzeć na nią przynajmniej raz w życiu, choćby dlatego, aby uprzytomnić sobie, że w czasie obserwacji na siatkówkę oka pada światło, które podróżowało bez przerwy od przeszło dwóch milionów lat, niezmiennie z szybkością 300 000 km/s. Galaktyka w Andromedzie jest, w zasadzie, najdalszym obiektem dostępnym obserwacji bez użycia teleskopu.

W zasadzie, bo podobno niektórzy potrafią dostrzec nieuzbrojonym okiem jeszcze dalszą galaktykę w sąsiadującym z Andromedą gwiazdozbiore Trójkąta, oznaczoną w katalogu Messiera symbolem M33. Odszukanie jej na niebie może stanowić ciekawe, choć dość trudne zadanie. Dla wielu nie lada niespodziankę stanowi identyfikacja obiektu o rozmiarach przewyższających rozmiary Księżyca, choć, rzecz jasna, o nieporównanie mniejszej jasności powierzchniowej. Przy rozmiarach kątowych $62' \times 39'$ galaktyka w Trójkącie ma jasność zaledwie 5,7 mag (dla porównania — taką samą jasność całkowitą ma Uran, którego średnica kątowa jest równa zaledwie $0,66'$), podczas gdy Księżyc w pełni przy rozmiarach $32' \times 32'$ odbija promieniowanie słoneczne o jasności całkowitej — 12,6 mag. W efekcie jasność powierzchniowa galaktyki M33 jest blisko 100 milionów razy mniejsza od jasności powierzchniowej naszego naturalnego satelity. Tym, którym nie uda się odnaleźć M33 gołym okiem, radzimy skorzystać z lunetki o niedużym powiększeniu, za to możliwie dużej światłosile (stosunku średnicy obiektywu do ogniskowej).

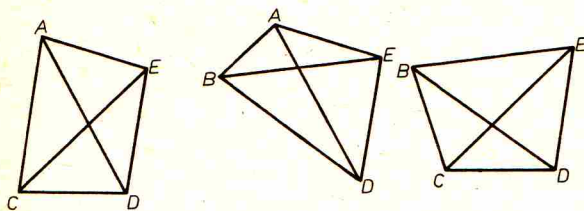
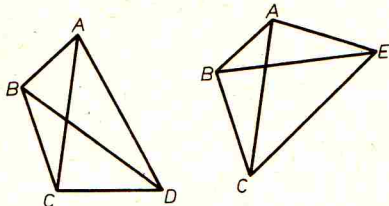
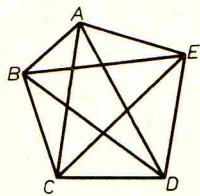


Przy tak dużych rozmiarach kątowych galaktyka w Trójkącie stanowi bardzo interesujący przedmiot obserwacji. Już niewielka lunetka umożliwia dostrzeżenie wielu szczegółów jej budowy, niedostępnych w przypadku żadnego innego obiektu pozagalaktycznego na niebie północnym. Galaktyka ta, podobnie jak Wielka Mgławica w Andromedzie, składa się z wielu miliardów gwiazd utrzymywanych siłą ciężenia grawitacyjnego w zwojach olbrzymiej spirali. Wprawdzie tylko dwa ramiona tej spirali mogą być dostrzeżone podczas obserwacji amatorskich, ale w rzeczywistości klasyfikuje się ją jako galaktykę pięcioramienną. Jej centralnie położone jądro widoczne jest jako obiekt gwiazdopodobny 12 wielkości. Warto nadmienić, że jest ono najjaśniejszym zwartym źródłem promieniowania rentgenowskiego w Lokalnej Grupie Galaktyk. Galaktyka w Trójkącie wyróżnia się bogactwem jasnych mgławic emisyjnych zjonizowanego wodoru (tzw. obszary H II), w których znajduje się wiele gorących gwiazd wczesnych typów widmowych O i B.

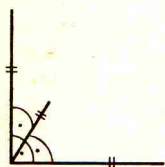
W zimowe wieczory zarówno Wielka Mgławica w Andromedzie, jak i galaktyka w Trójkącie są usytuowane korzystnie do przeprowadzania obserwacji. W ich odnalezieniu pomocny może być zamieszczony obok rysunek. Obserwacje należy przeprowadzać podczas nocy bezchmurnych i bezksiężycowych (światło Księżyca rozjaśnia tło nieba na dużym obszarze), w miejscu możliwie oddalonym od wszelkiego rodzaju światła.

mgr Joanna UDALSKA

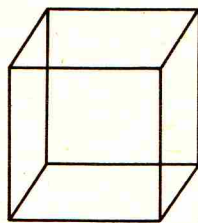
Rysujemy czterowymiarowo



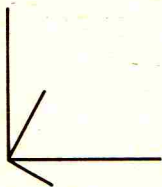
Rys. 1



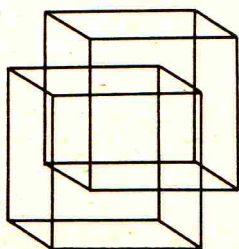
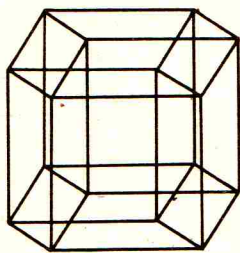
Rys. 2



te odcinki są równe
i parami prostopadłe



Rys. 3



Rys. 4

Co przedstawia rysunek 1? Pierwsza prawdziwa odpowiedź brzmi: pięciokąt wraz z przekątnymi oraz pięć czworokątów (a więc wszystkie), jakie dadzą się z niego uzyskać przez pominięcie jednego wierzchołka i wychodzących z niego odcinków.

Druga prawdziwa odpowiedź brzmi: ostrosłup czworokątny z narysowanymi przekątnymi podstawy oraz cztery ostrosłupy trójkątne i leżący w podstawie czworokąt wraz z przekątnymi. Który z punktów A — E jest wierzchołkiem ostrosłupa — można sobie wybrać. Tak więc można w tym rysunku zobaczyć pięć różnych ostrosłupów.

Zanim rozpatrzmy następną prawdziwą odpowiedź, zastanówmy się, jak to możliwe, by prawdziwych odpowiedzi było więcej niż jedna. Możliwość ta bierze się z powszechnie przyjętej umowy dotyczącej rysowania obiektów trójwymiarowych na (płaskiej) kartce papieru. Umowa ta orzeka, że trzy różne kierunki narysowanych linii mogą być traktowane (odczytywane, rozumiane) jako kierunki nie mieszczące się w jednej płaszczyźnie. Umowa ta jest tak mocno ugruntowana, że przedstawiony na rysunku 2 sześciokąt z pewnymi „dodatkami” każdy będzie interpretował przede wszystkim jako sześcián, nawet jeśli nie będzie obok żadnego objaśnienia.

Skoro można (wbrew geometrii kartki papieru) przyjąć umowę, że trzy narysowane odcinki są parami prostopadłe, to czemu nie można by umówić się podobnie, gdy tych odcinków jest cztery? Oczywiście, sytuacja taka może być wiernie zrealizowana dopiero w przestrzeni czterowymiarowej. Jednak, mimo iż takiej przestrzeni nie mamy pod ręką, wykonywane zgodnie z tą umową rysunki będą sytuacje i figury czterowymiarowe przedstawiały równie wiernie, jak „zwykły” perspektywiczny rysunek przedstawia sytuacje i figury trójwymiarowe. Tak więc rysunek 3 przedstawia czterowymiarową kostkę. Istotnie — z każdego wierzchołka wychodzą (cztery) parami prostopadłe i jednakowej długości odcinki.

Zbadajmy czterowymiarową kostkę bliżej. Jeśli pominiemy jeden z kierunków (np. wycierając na ołówkowym rysunku wszystkie krawędzie mające ten kierunek), to otrzymamy dwa sześciány (rys. 4). Wniosek stąd taki, że czterowymiarowa kostka ma po dwie ściany sześciennicne prostopadłe do każdego z kierunków swoich krawędzi (tak jak sześcián ma po dwie ściany kwadratowe, a kwadrat po dwa boki prostopadłe do „opuszczonego” kierunku). Łącznie zatem (bo możemy „opuścić” dowolny kierunek) kostka czterowymiarowa ma osiem jednakowych (bo krawędzie są równe) ścian sześciennicnych, przy czym w każdym wierzchołku zbiegają się po cztery takie ściany. W podobny sposób można ustalić, że ścian dwuwymiarowych (kwadratów) jest 24. Są one pogrupowane w 6 czwórek równoległych, a w każdym z szesnastu wierzchołków zbiega się ich po 6. Wreszcie krawędzi jest 32. Mamy więc zależność

liczba ścian trójwymiarowych —

- liczba ścian dwuwymiarowych +
- + liczba ścian jednowymiarowych (krawędzi) —
- liczba ścian zerowymiarowych (wierzchołków) = 0.

Można udowodnić, że tak jest dla dowolnego „wielościánu” czterowymiarowego (nie tylko dla kostki), o ile tylko nie ma on „dziur” (mówiąc dokładniej — jest homeomorficzny z kulą).

Ale wróćmy do czterowymiarowych rysunków. Z tego, co powiedzieliśmy wyżej, wynika, że właściwie każdy rysunek można interpretować jako dowolnie wysokowymiarowy. Przecież „nowych” kierunków prostopadłych możemy dorysować, ile tylko mamy ochotę. Istotnie, tylko że na ogół „nowe” kierunki prostopadłe nic nowego nie wnoszą. Spójrzmy na rysunek 2. Choćbyśmy dorysowali dodatkowy kierunek prostopadły, to i tak na rysunku będziemy mieli trójwymiarowy sześcián — po prostu na rysunku są tylko trzy kierunki.

A co zobaczymy traktując górny wielościán z rysunku 1 jako czterowymiarowy? Zobaczymy tzw. sympleks czterowymiarowy, czyli najmniejszy wielościán zawierający pięć punktów, które nie mieszczą się w jednej trójwymiarowej przestrzeni. Niżej narysowane rysunki będą wtedy przedstawiały wszystkie jego czworocienne trójwymiarowe ściany. Ścian dwuwymiarowych (trójkątów) ma on 10 i tyleż krawędzi. Czytelnik zechce samodzielnie uzasadnić, dlaczego rysunek ten, potraktowany jako pięciowymiarowy, też będzie przedstawiał czterowymiarowy sympleks, choć są na nim więcej niż cztery różne kierunki.

Opracował M. K.

Drogi Czytelniku, pomyśl sobie dowolną liczbę naturalną, pomnóż ją przez 87 i dodaj 134 i na koniec weź resztę z dzielenia przez 261. Z otrzymanym wynikiem powtórz wcześniejsze operacje, tzn. pomnóż go przez 87, dodaj 134 i weź resztę z dzielenia przez 261. Jeśli się nie pomyliłeś, w wyniku powinieneś dostać liczbę 47. Opisanie operacje arytmetyczne, wykonane dwukrotnie, przeprowadzają wszystkie liczby naturalne w liczbę 47. A oto wyjaśnienie tego zjawiska.

Oznaczając przez x_0 pomyślaną na początku liczbę, a przez x_1 rezultat pierwszej operacji, wykonane działania można zapisać w następujący sposób:

$$(87x_0 + 134) \bmod 261 = x_1,$$

$$(87x_1 + 134) \bmod 261 = 47.$$

Powyższe działania są szczególnym przypadkiem następującego procesu iteracyjnego:

$$(1) \quad x_{n+1} = (Ax_n + B) \bmod C,$$

gdzie A i B są liczbami naturalnymi mniejszymi od C . Dla zadanego x_0 powyższe iteracje generują ciąg $(x_n)_{n=1}^{\infty}$, którego elementami są liczby naturalne ze zbioru $\{0, 1, \dots, C-1\}$. Wprowadzając funkcję

$$(2) \quad f(x) = (Ax + B) \bmod C$$

możemy równanie (1) przepisać w postaci $x_{n+1} = f(x_n)$. Funkcja $f(x)$, określona dla liczb naturalnych wzorem (2), może być rozszerzona na całą oś rzeczywistą za pomocą wzoru

$$f(x) = Ax + B - C \lfloor (Ax + B)/C \rfloor,$$

gdzie $\lfloor x \rfloor$ oznacza część całkowitą liczby x . Wykres tej funkcji składa się z odcinków linii prostych nachylonych pod kątem, którego tangens wynosi A (rys. 1). Jak łatwo zauważyć, okres tej funkcji jest równy $T = C/A$.

Teraz n -ty element x_n możemy wyrazić przez element x_0 jako wynik następującej superpozycji

$$(4) \quad x_n = f \circ f \circ \dots \circ f(x_0) = f^n(x_0).$$

Posługując się indukcją matematyczną i korzystając z oczywistej relacji

$$(a + kc) \bmod c = a \bmod c, \quad k \in \mathbb{N},$$

można wyrazić n -krotne złożenie funkcji f za pomocą wzoru

$$(5) \quad x_n = f^n(x_0) = \left(A^n x_0 + \frac{A^n - 1}{A - 1} B \right) \bmod C.$$

Gdy A jest większe od 1, wtedy wykres kolejnych superpozycji funkcji f będzie się składał z coraz bardziej stromych odcinków (rys. 2). Okres n -tej superpozycji f^n jest równy

$$(6) \quad T^{(n)} = C/A^n,$$

czyli

$$f^n(x + T^{(n)}) = f^n(x).$$

Gdy n rośnie, okresy funkcji f^n maleją. Gdy dla pewnego N zdarzy się, że odcinek jednostkowy będzie zawierał całkowitą wielokrotność odcinków długości $T^{(N)}$:

$$(7) \quad 1 = KT^{(N)} = KC/A^N, \quad K \in \mathbb{N},$$

wówczas

$$f^N(x+1) = f^N(x).$$

W szczególności, N -ta superpozycja funkcji f będzie przyjmować tę samą wartość dla wszystkich liczb naturalnych:

$$f^N(x)|_{\mathbb{N}} = x^* = \text{const.}$$

Warunek (7) oznacza, że istnieje taka liczba N , że N -ta potęga liczby A dzieli się bez reszty przez C :

$$(8) \quad A^N \equiv 0 \pmod{C}.$$

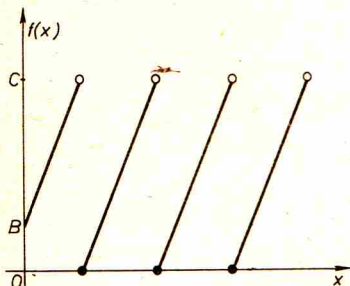
Ponieważ kolejne złożenie z funkcją f nie zmieni już wartości x^* (bo okres kolejnego złożenia funkcji f zmniejszy się A razy i odcinek jednostkowy będzie zawierał A razy więcej odcinków o długości C/A^{n+1}), więc liczba x^* jest punktem stałym odwzorowania f

$$f(x^*) = x^*.$$

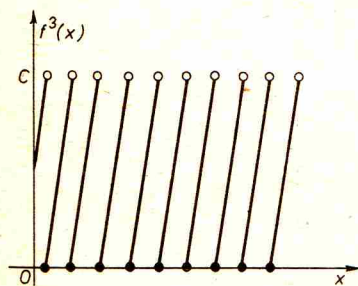
Wartość tego punktu stałego możemy otrzymać ze wzoru (5) podstawiając szczególną wartość $x_0 = 0$:

$$(9) \quad x^* = \left(\frac{A^n - 1}{A - 1} B \right) \bmod C.$$

Podsumowując: gdy znajdziemy liczby A , C i N będące rozwiązaniem równania (8), wówczas N -ta iteracja określona przez (1) dowolnego naturalnego elementu początkowego x_0 będzie równa liczbie x^* danej przez równanie (9). W przykładzie podanym na początku mieliśmy $A = 87 = 3 \cdot 29$, $C = 261 = 3^2 \cdot 29$, tak więc równanie (8) jest spełnione dla $N = 2$, a z (9) otrzymujemy wtedy $x^* = ((87+1) \cdot 134) \bmod 261 = (11792) \bmod 261 = 47$. Oczywiście Czytelnik może znaleźć wiele innych rozwiązań równania (8), bardziej „złośliwych”, tzn. wymagających wykonania większej liczby iteracji równania (1) (np. dla $A = 94$, $C = 6016$ ilość iteracji N jest równa 7).



Rys. 1



Rys. 2



Rozwiązanie zadania F 236. Różnica czasu przechodzenia światła w obu rurach jest równa

$$\Delta t = l/v_1 - l/v_2,$$

gdzie $v_{1,2}$ — prędkości fazowe światła w wodzie o różnych kierunkach przepływu. Jeśli zaniedbamy efekt Dopplera, to wówczas:

$$v_{1,2} = \frac{c}{n} \pm u \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2} \right),$$

a w konsekwencji

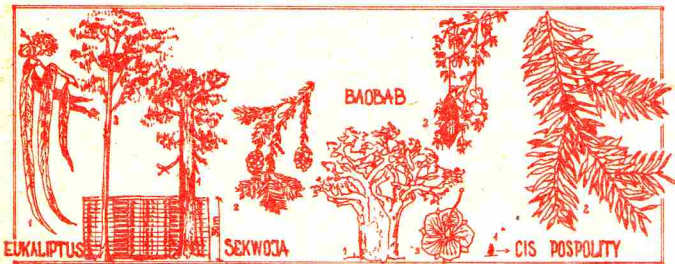
$$\Delta t = \frac{l}{\frac{c}{n} - u \cdot (1 - 1/n^2)} - \frac{l}{\frac{c}{n} + u \cdot (1 - 1/n^2)} \approx \frac{2lu}{c^2} (n^2 - 1).$$

Przesunięcie wyrażone przez odległość między prążkami jest równe

$$\Delta p = \frac{2\Delta t}{T} = \frac{2c\Delta t}{\lambda_0} = \frac{4lu}{c\lambda_0} (n^2 - 1) = 0,64.$$

mata delta

Rozstajne drogi



Rośliny (może w zamian za przywiązanie do ziemi) mogą żyć dłużej od zwierząt. Ciekawe, że najdłużej żyje nie (najwyższy — 130 m) eukaliptus czy (niewiele niższa, ale znacznie grubsza) sekwoja albo (bardzo gruby) baobab, lecz znany nam z ogródków (właściwie raczej jako krzak niż drzewo) cis pospolity. Żyje do 2000 lat!

Rozprzestrzenianie się roślin odbywa się nie przez ich wędrówki, lecz przez odrośla, kłącza, a przede wszystkim przez sprytne rozsiewanie nasion. Są jednak rośliny wędrujące (co prawda biernie). W czasie suszy odrywa się od swoich korzeni i wędruje z wiatrem np. róża jerychońska. A chilijska oplątwa w ogóle korzeni nie posiada — wiatr ją swobodnie przegania po jałowej pustyni.



Nawet „nawrócenie się” na pokarm zwierzęcy, tak jak to czyni u nas rosiczka (proszę przypomnieć sobie film Oldrzych Lipsky’ego „Adela nie jadła jeszcze kolacji”), nie powoduje oderwania się od ziemi. Jak widać z poprzedniego przykładu, tylko bieda może być dostatecznym bodźcem do zasadniczych zmian.

„... na każdej z dróg są rozstaje,
choćby była nie wiem jak prosta”.
Witold Dąbrowski

W bajce było tak: król wysłał swoich trzech synów na poszukiwanie żon, królewicze doszli do rozstaja, jeden poszedł w lewo, drugi prosto, trzeci w prawo i mieli zupełnie różne przygody. Morał z tego taki, że zupełnie równorzędne możliwości mają często zupełnie odmienne i bardzo daleko idące konsekwencje. Przyjrzyjmy się najbardziej ekspresyjnym przykładom, jakich dostarcza ewolucja biologiczna. Nie będzie to ogląd biologa, a spojrzenie z boku.

Wybór, jakiego (chyba losowo) dokonały w głębokim prekambrze pierwotne komórki w kwestii odżywiania — jeść to, co martwe, czy też kolegów — miał w konsekwencji zupełnie nieprzewidywalne skutki. Potomkowie tych pierwszych są właściwie wszyscy nieruchomo związani z podłożem, podczas gdy potomkowie drugich poruszają się swobodnie (naprawdę z bardzo nielicznymi wyjątkami). A przecież substancji nieorganicznych też wygodniej byłoby poszukiwać wędrując (dobry przykład stanowią geologowie). Oczywiście, istnieją najrozmaitsze teorie uzasadniające istniejący stan rzeczy. Nie wydaje się jednak, by rozumowanie: „skoro tak się stało, więc tak się stać musiało” było (lub mogło być) zadowalające.

Najbardziej postępowe dwuwarstwowce (ekto- i endoderma, np. stułbia) postanowiły w pewnym momencie wyposażać się w trzecią warstwę (mezoderma) i stworzyć nową, na wyższym poziomie komplikacji, a więc i możliwości, generację życia. I okazało się (po milionach lat, rzecz jasna), że dwuwarstwowce są zbudowane promieniście (dobrze to widać u meduz), trójwarstwowce zaś są (prawie dokładnie wszystkie) dwuboczne (jak Ty, Czytelniku). I jak tę różnicę wyprowadzić z faktu posiadania bądź nieposiadania trzeciej warstwy?

Rewolucja konstrukcyjna w budowie, jaka się dokonała między dwu- i trójwarstwowcami, wyraziła się (u wszystkich zainteresowanych) w uznaniu, że używanie jednego otworu jako gęby i odbytu jest niepraktyczne. Ufundowano sobie drugi otwór. I powstał problem, do czego ten nowy otwór przeznaczyć: do jedzenia czy do wydalania. Wybór

wyduje się losowy. A jednak dalszy rozwój obu stronnictw okazał się skrajnie odmienny. Najwyżej rozwinięci potomkowie tych, którzy stary otwór przeznaczili na gębę, to mięczaki (np. ślimaki, ośmiornice) i stawonogi (np. owady, skorupiaki) — stanowią one łącznie przytłaczającą większość gatunków prągebców (ok. 98%). Z kolei ci, którzy (bardziej higienicznie — prawda?) nowy otwór przeznaczili na gębę, wydali z siebie szkarłupnie (np. rozgwiazdy) i kręgowce — znów jest to absolutna większość neogębców (ok. 97% gatunków). Nie sposób chyba wyprowadzić takich różnic z początkowego wyboru, a jednak są.

Inny przykład to decyzja, czy będziemy zbudowani z jednakowych (powiedzmy, zbliżonej konstrukcji) segmentów, czy też (jak obecnie lubi się mówić) kompleksowo. Podzieliło to prągebców (pomijamy tu 2% gatunków, wśród których większość to pierścienice — np. dżdżownica) na stawonogi (później segmenty przestały być bardzo podobne, ale zostały — np. osa, rak) i na mięczaki. Ale jak stąd wyprowadzić krępujący wzrost i utrudniający oddychanie zewnętrzny szkielet (mający jednak fantastyczne wprost znaczenie dla efektywności wykorzystania energii mięśni) u tych, którzy zdecydowali się na segmentację?

Przykładów niesłuchanie głębokich konsekwencji pozornie znikomych i równorzędnych wyborów można przytoczyć wiele. Zmuszeni do szybkiego biegu (jako jedynej praktycznie metody obrony) przedstawiciele roślinożernych ssaków zaczęli biegać na palcach. W ostatecznym efekcie na jednym lub dwóch. Dlaczego ci ostatni okazali się później stworzeniami znacznie lepiej wykorzystującymi pokarm i praktycznie dziś wyparli tych pierwszych — nieparzystokopytnych (już tylko konie, osły, tapiry i nosorożce)?

A skoro już mowa o odżywianiu, to fantastycznie ekonomiczny pomysł dwukrotnego spożywania tego samego pokarmu (gryzonie i ich bliscy krewni — zające i króliki) pozwolił wykorzystującym ten patent na rozbudowanie się w najliczniejszą i najszybciej rozwijającą się społeczność spośród wszystkich ssaków. Dlaczego jednak musieli za to zapłacić małymi rozmiarami (największy gryzoń — kapibara — waży do 50 kg) i zdecydowanie krótszym życiem?

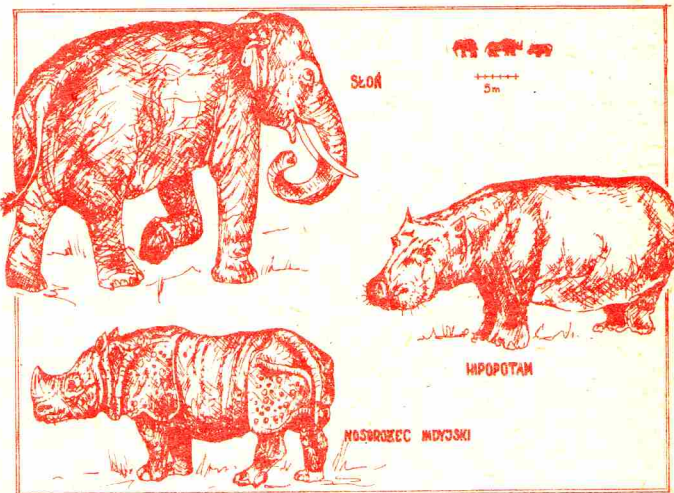
Dla nas, stworzeń myślących i przekonanych o celowości i świadomości dokonywanych wyborów, morał z tego taki: życie to nie matematyka, gdzie można przewidzieć konsekwencje każdego faktu. I decydując się na coś powinniśmy mieć świadomość, że przyjdzie nam ponieść wszelkie, również nieprzewidziane, konsekwencje decyzji.

Co oczywiście nie oznacza, że mamy się zachowywać jak dziecko z „Kubusia Fatalisty”, które ryczało, gdy kazano mu powiedzieć „a” — bało się bowiem, że potem będzie musiało powiedzieć „b”.

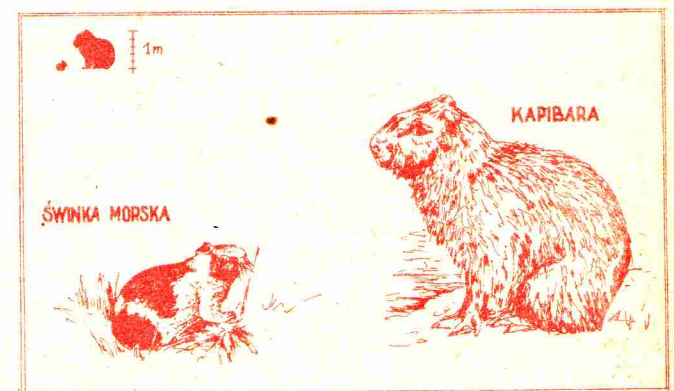
Małą Deltę przygotował Marek KORDOS



Mięczaki są istotnie większe od stawonogów. Największy małż — przydacznia (ta od obcinania nóg i rąk nieuważnym poławiaczom pereli) — ma średnicę 2 m i waży 250 kg. Głównogi są jeszcze większe — dziesięciornice (kalmary) z mało zbadanego rodzaju *Architeuthis* mają kilkanaście metrów długości i ważą tonę (oczy — podobne z wyglądu do ludzkich — mają 40 cm średnicy, a przyssawki — 30 cm); nic dziwnego, że kiedyś masowo zatapiały okręty, co można zobaczyć na wielu rycinach. My za to masowo zjadamy największe stawonogi — homary, które (choć mają czasem do metra długości) nigdy nie przekraczają 50 kg wagi.



Droga życia ma nie tylko rozstaje, lecz i spotkania (to jest pocieszające). Jeszcze w naszym stuleciu wydawano książki, w których w jedną grupę łączono gruboskórce: słonia, nosorożca i hipopotama, choć każdy z nich jest z innej opery.



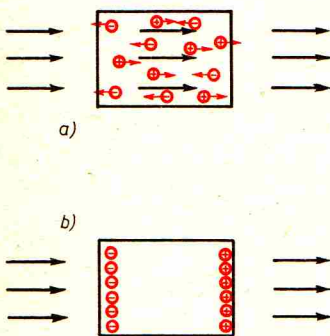
Kapibara, olbrzym wśród gryzoni, właściwie niczym z wyglądu nie różni się od świnki morskiej (poza, rzecz jasna, rozmiarami).



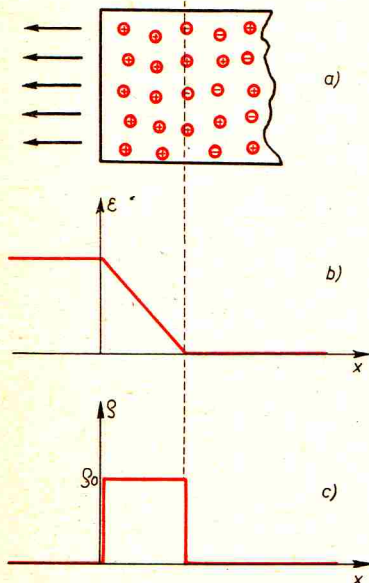
Rozwiązanie zadania M 495. Istnieją.
Przyjmijmy oznaczenia:

$$(*) \quad \begin{cases} u = x - y + 1 \\ v = y - z - 1 \\ w = z - x + 1 \end{cases}$$

Tożsamość $u+v+w = 1$ podnosimy stronami do piętnastej potęgi. Otrzymujemy po lewej stronie wielomian jednorodny (zmiennych u, v, w) stopnia 15. W każdym jego składniku któraś ze zmiennych występuje z wykładnikiem ≥ 5 . Można zatem zapisać ten wielomian jako $u^5 p(u, v, w) + v^5 q(u, v, w) + w^5 r(u, v, w)$, gdzie p, q, r są wielomianami. Podstawieniem $(*)$ wracamy do zmiennych x, y, z .



Rys. 1. Przewodnik w polu elektrostacyjnym
a) po włączeniu pola,
b) po ustaleniu się równowagi.



Rys. 2. Zanik pola elektrycznego w przewodniku o ujemnych nośnikach prądu elektrycznego (pole skierowane na zewnątrz).
a) Pole i ładunki ruchome (-) oraz nieruchome (+).
b) Natężenie pola w zależności od odległości od powierzchni przewodnika.
c) Gęstość ładunku elektrycznego w zależności od położenia.

Obalamy prawa fizyki

Doc. dr Jan A. GAJ

Człowiek tworzy prawa fizyki, aby opisać rzeczywistość. Następnie przywiązuje się do nich nadmiernie, zapominając, że to nie fakty mają być posłuszne teoriom, lecz odwrotnie. Kontynuując walkę z tym „naukowym” bałwochwalstwem, rozpoczął w numerze 10/1987 artykułem na temat atomu wodoru w stanie podstawowym, chciałbym dzisiaj zastanowić się wspólnie z Tobą, Czytelniku, nad słusznością często spotykanego w podręcznikach twierdzenia, że

Pole elektrostatyczne nie wnika do przewodnika

A prawo Ohma? — zapytasz. Jeśli jest napięcie, to i pola elektrycznego nie unikniemy. Oczywiście nie chodzi mi o tak prymitywne przekomarzanie się z Tobą. Chodzi mi o pole elektrostatyczne, a więc istniejące w statycznym stanie równowagi, kiedy żaden prąd nie płynie. Czy na pewno nie płynie? Sam osądzisz.

Dowód

jest prosty. Pola elektrycznego nie może być w przewodniku, bo gdyby było, to działając siłą na znajdujące się w nim swobodne ładunki powodowałoby ruch tych ostatnich w takim kierunku, że zmniejszałyby samo siebie (patrz rys. 1). Ruch ten będzie trwał dopóty, dopóki pole wewnątrz przewodnika nie zniknie zupełnie; dopiero wtedy osiągniemy sytuację statyczną — stan równowagi.

A jednak wnika

Żeby to wykazać, przyjrzyjmy się bliżej przewodnikowi. Sytuacja jak na rysunku 1, kiedy istnieją swobodne ładunki obu znaków, jest bardzo rzadka (na przykład plazma, jaką tworzy zjonizowany gaz). Najczęściej ruchome są ładunki tylko jednego znaku (w metalach — ujemne elektrony), a kompensujące ładunki przeciwnego (w metalach — dodatnie jony) tkwią nieruchomo w przewodniku tworząc periodyczną sieć przestrzenną (kryształy) lub układ chaotyczny (ciała amorficzne). Jeżeli pole elektryczne przyłożono w taki sposób, żeby wypychać swobodne ładunki do wnętrza przewodnika, to warstwa powierzchniowa ładunku, która kompensuje pole wewnątrz przewodnika, pochodzi od ładunku nieruchomego, odsłoniętego po cofnięciu się swobodnych nośników. Gęstość powierzchniowa tego ładunku jest wyznaczona przez pole elektryczne, w którym umieściliśmy przewodnik i może być wyliczona przy użyciu prawa Gaussa. Aby otrzymać tę gęstość powierzchniową ładunku, ładunki swobodne muszą cofnąć się na określoną głębokość odsłaniając wymaganą liczbę nieruchomych jonów przeciwnego znaku. Powstanie w ten sposób warstwa naładowana o grubości $d = \Sigma/\rho_0$ (gdzie Σ jest gęstością powierzchniową, a ρ_0 gęstością objętościową ładunku nieruchomego), w której pole zanika od wartości maksymalnej do zera (rys. 2).

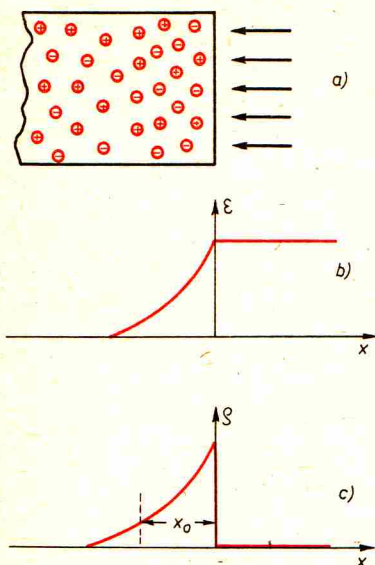
A więc wykazaliśmy, że pole wnika do przewodnika. Oszacujmy grubość tej warstwy przy założeniu, że natężenie pola elektrycznego przy powierzchni metalu wynosi $\mathcal{E} = 1 \text{ kV/mm}$ (typowa wartość w doświadczeniach elektrostatycznych), a przewodnikiem jest miedź (gęstość objętościowa ładunku $\rho_0 = 1,4 \cdot 10^{11} \text{ C/m}^3$). Grubość warstwy wyniesie więc:

$$d = \Sigma/\rho_0 = \epsilon_0 \mathcal{E}/\rho_0 = 6,3 \cdot 10^{-16} \text{ m} = 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ \AA}.$$

Ależ to jest bezsensowne zawracanie głowy! — zawołasz. Mówić o warstwie opróżnionej z nośników, której grubość jest zanedbywalnie mała w porównaniu z rozmiarami atomu, nie ma żadnego sensu! To prawda, ale w półprzewodnikach, w których koncentracja nośników swobodnych bywa o wiele rzędów wielkości niższa niż w metalach, głębokość wnikania pola może być znacząca. Co więcej, fakt ten pozwala na zmierzenie gęstości objętościowej ładunku nieruchomego, a nawet pozwolił stworzyć całą technikę eksperymentalną znaną jako spektroskopia pojemnościowa, w której badamy ewolucję w czasie stanu ładunkowego domieszek w półprzewodnikach. Dlaczego pojemnościowa? Bo warstwa opróżniona ze swobodnych nośników tworzy rodzaj kondensatora. Mierzając jego pojemność wyznaczamy grubość warstwy, a stąd gęstość ładunku. Jak to się robi? O tym innym razem. Może to wszystko prawda, powiesz, ale to nie jest przewodnik. Warstwa opróżniona z nośników nie przewodzi, cóż więc dziwnego, że wnika do niej pole. Niczego nie obaliliśmy. No cóż, jeżeli tego wszystkiego Ci jeszcze mało, nie poddaję się i wykażę zaraz, że

Do przewodnika też wnika

W tym celu przyjrzyjmy się przeciwnemu końcowi przewodnika rozważanego przed chwilą.



Rys. 3. Zanik pola elektrycznego w przewodniku, gdy pole skierowane jest do wnętrza (oznaczenia jak na rys. 2).

Rozwiązanie zadania F 237. Promieniowanie o długości λ_0 , wysyłane przez źródło w układzie odniesienia związanym z wodą, ma długość $\lambda'_0 = \lambda_0 + \Delta\lambda$. Musimy teraz określić współczynnik załamania dla λ'_0 . Ponieważ

$$n' = n + \frac{dn}{d\lambda_0} \Delta\lambda_0 \quad \text{i} \quad \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} = \pm \frac{nu}{c}$$

(znak + odnosi się do rury, w której woda porusza się od źródła), więc

$$n' = n \pm \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0} \cdot \frac{un}{c} = n \left(1 \pm \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0} \cdot \frac{u}{c} \right)$$

Prędkość fazowa, określona jak w poprzednim zadaniu (F236) jest teraz równa

$$v_{1,2} = \frac{c}{n'} \pm u \cdot \left(1 - \frac{1}{n'^2} \right) = \frac{c}{n} \left(1 \pm \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0} \cdot \frac{u}{c} \right)^{-1} \pm u \cdot \left(1 - \frac{1}{n'^2} \right)$$

W przybliżeniu

$$v_{1,2} \approx \frac{c}{n} \pm \left(1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda_0}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda_0} \right)$$

co otrzymujemy zaniedbując wyrazy rzędu u/c i zamieniając n'^2 na n^2 . Na podstawie ostatniego wzoru różnica czasów przechodzenia światła jest równa

$$\Delta t \approx \frac{2lu}{c^2} \left(n^2 - 1 - n\lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0} \right)$$

a względne przemieszczenie prążków jest równe

$$\Delta p' = \frac{4lu}{c\lambda_0} \left(n^2 - 1 - n\lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0} \right) = \Delta p \left(1 - \frac{n\lambda_0}{n^2 - 1} \cdot \frac{dn}{d\lambda_0} \right)$$

Ponieważ $\frac{dn}{d\lambda_0} \approx -\frac{0,0015}{43 \cdot 10^{-9}}$, $n^2 - 1 = 0,78$, więc

$$\Delta p' = 0,64 \cdot (1 + 0,034) \approx 0,66$$

Zatem przy podanej dokładności pomiaru położenia prążków uwzględnienie efektu Dopplera jest konieczne.

Tam nie ma żadnych kłopotów, powiesz, ładunek swobodny może dojść do samej powierzchni i wytworzyć tam warstwę kompensującą pole elektryczne. Rozumując tak nie uwzględniamy bardzo często spotykanego mechanizmu wyrównującego wszelkie niejednorodności, a mianowicie dyfuzji.

Jak wiadomo, gdy koncentracja mogących się swobodnie poruszać cząstek jest niejednorodna, przemieszczają się one tak, aby tę niejednorodność zmniejszyć. Proces ten opisuje równanie dyfuzji, które w przypadku jednowymiarowym ma postać

$$j_d = -D \, dn/dx,$$

gdzie j_d jest prądem dyfuzji, czyli liczbą cząstek przepływających na jednostkę czasu przez jednostkową powierzchnię prostopadłą do kierunku ich (uśrednionego) ruchu, n — koncentracją cząstek (liczba na jednostkę objętości), a D — stałą dyfuzji.

Dyfuzja prowadzi do rozmycia ogromnej (teoretycznie nieskończonej) gęstości objętościowej ładunku, jaki musiałyby skupić się na powierzchni, aby zapobiec wnikaniu pola do wnętrza. Rozmycie zgromadzonego na powierzchni ładunku spowoduje wniknięcie pola na pewną głębokość do przewodnika. Pole to, ciągnąc nośniki w kierunku powierzchni, zahamuje proces dyfuzji — ustali się równowaga (rys. 3).

Może nie wystarczą Ci argumenty jakościowe i zechcesz zapytać

Jak głęboko wnika pole?

Aby znaleźć równanie, które opisze zależność pola od położenia x w półprzewodniku, musimy zażądać, by prąd elektryczny pochodzący od pola kompensował się z prądem dyfuzji. Źródła obu tych prądów wiążą się z rozkładem ładunku, a więc możemy mieć nadzieję, że powyższy warunek pozwoli nam znaleźć ten rozkład.

Wartość prądu dyfuzji musi być równa minus gęstości prądu elektrycznego wywołanego polem, podzielonego przez ładunek jednego nośnika.

$$(1) \quad j_d = -j/q.$$

Ale $j_d = -D \, dn/dx$. Pamiętając, że gęstość objętościowa ładunku swobodnego wiąże się z koncentracją nośników n zależnością $q = qn$ mamy

$$j_d = -D/q \cdot dq/dx.$$

Ale $q = d(\epsilon\epsilon_0\mathcal{E})/dx$, czyli

$$(2) \quad j_d = -D\epsilon\epsilon_0/q \cdot d^2\mathcal{E}/dx^2.$$

Z drugiej strony

$$(3) \quad j = \sigma\mathcal{E};$$

gdzie σ jest przewodnictwem właściwym materiału.

Podstawiając (2) i (3) do (1) otrzymujemy

$$-D\epsilon\epsilon_0/q \cdot d^2\mathcal{E}/dx^2 = -\sigma/q\mathcal{E},$$

czyli

$$d^2\mathcal{E}/dx^2 = (\sigma/D\epsilon\epsilon_0)\mathcal{E}.$$

Zauważmy, że stała $\sigma/D\epsilon\epsilon_0$ ma wymiar m^{-2} , a więc jest odwrotnością kwadratu pewnej odległości. Nazwijmy tę odległość x_0 . Będzie, oczywiście, $x_0 = \sqrt{D\epsilon\epsilon_0/\sigma}$.

Pole elektryczne musi więc zanikać zgodnie z równaniem $d^2\mathcal{E}/dx^2 = \mathcal{E}/x_0^2$.

Łatwo sprawdzić, że równanie to jest spełnione przez pole zanikające wykładniczo:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cdot e^{-x/x_0},$$

gdzie x_0 jest drogą, na której pole zmniejsza się e razy, czyli charakteryzuje głębokość wnikania pola do przewodnika.

Podstawiając wartości znane dla miedzi: $D = 1,1 \cdot 10^{-4} \, m^2/s$, $\sigma = 6 \cdot 10^7 \, \Omega^{-1}m^{-1}$ oraz przyjmując wartość $\epsilon = 1$, otrzymujemy

$$x_0 \approx 4 \cdot 10^{-12} \, m \approx 0,04 \, \text{\AA}.$$

Znowu oburzysz się, że sobie z Ciebie żartuję sugerując, iż wnikanie pola na głębokość małą w porównaniu z rozmiarami atomu można traktować poważnie, i znowu Ci odpowiem, że masz rację, ale w półprzewodnikach, gdzie przewodnictwo właściwe bywa o wiele rzędów wielkości mniejsze, a stała dyfuzji znacznie większa niż w metalach, odległość x_0 może być znacząca. Ponadto zwróć uwagę, Czytelniku, że całe to rozumowanie prowadziliśmy stosując prawa fizyki klasycznej i zapominając, że w mikroświecie obowiązują prawa mechaniki kwantowej, które między innymi opisują niechęć cząstek do lokalizowania się w małym obszarze. Uwierz mi jednak na słowo, że uwzględnienie poprawnego opisu nie zmniejszyłoby opisywanych tu efektów.

Czas już zadać sobie ponownie pytanie: czy istotnie obaliliśmy jakieś prawo fizyczne lub utarty pogląd? Osądź, Czytelniku, sam.

- Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego oraz Redakcja miesięcznika *Delta* organizują konkurs — ligę zadaniową pod nazwą **Klub 44**.
- Zadania konkursowe są ogłaszane w miesięczniku *Delta*, po cztery zadania w każdym numerze: dwa z matematyki i dwa z fizyki, z dwumiesięczną przerwą (nr 6 i 7 każdego roku).
- Uczestnikiem ligi może być każdy.
- Uczestnictwo w lidze polega na rozwiązywaniu zadań konkursowych i przysyłaniu opracowanych rozwiązań do redakcji *Delty*. Uczestnikiem zostaje się po przysłaniu rozwiązania co najmniej jednego zadania.
- Moment przystąpienia do ligi można wybrać dowolnie. Nie ma konieczności rozwiązywania zadań z każdego miesiąca.
- Rozwiązania zadań z numeru n należy nadsyłać do końca miesiąca $n+2$ (dodawanie modulo 12; na przykład termin nadsyłania rozwiązań zadań z numeru 11/1987 upływa 31 stycznia 1988). W numerze $n+4$ podane są szkieletowe rozwiązania.
- Rozwiązanie każdego zadania powinno być pisane na oddzielnym arkuszu papieru oraz podpisane imieniem i nazwiskiem. Uczniowie proszeni są o podanie klasy, studenci — roku i uczelni. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, z dopiskiem na kopercie: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**.
- Prace powinny być samodzielne. Jednoznaczne rozwiązania pisane przez różnych uczestników nie będą brane pod uwagę.
- Rozwiązanie każdego zadania jest oceniane w skali od 0 do 1, z dokładnością do 0,1. Przy ocenie jest brana pod uwagę nie tylko poprawność merytoryczna i rachunkowa, lecz także pomysłowość metody i elegancja rozwiązania.
- Każde zadanie otrzymuje współczynnik trudności ustalony po wystawieniu ocen. Współczynnik ten jest liczbą pomiędzy 1 a 4 obliczaną według następującej reguły: jeśli N oznacza liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (matematyka lub fizyka), a S oznacza sumę ocen uzyskanych przez wszystkich uczestników za dane zadanie, wówczas otrzymuje ono współczynnik trudności $WT = 4 - 3S/N$. Za nadesłane rozwiązanie uczestnik otrzymuje w punktacji ligowej liczbę punktów równą iloczynowi uzyskanej oceny przez współczynnik trudności (z zaokrągleniem do dwóch miejsc po przecinku).

- Niektóre z zadań można znaleźć (w brzmieniu identycznym lub bardzo zbliżonym) wraz z rozwiązaniami w różnych książkach i czasopiśmie. Uczestnicy, którzy w takich przypadkach przysłał zamiast własnego rozwiązania dokładny odsyłacz do literatury, otrzymają ocenę maksymalną, pod warunkiem, że w cytowanym źródle istotnie znajduje się pełne rozwiązanie (dowód, obliczenie, konstrukcja).
- Czytelnicy *Delty* mogą zgłaszać propozycje zadań; jeśli zadanie nie jest własnego autorstwa, należy podawać źródło. Gdy zadanie wykorzystane w lidze pochodzi z propozycji uczestnika ligi (tj. osoby, która przysłała już rozwiązanie jakiegoś zadania — por. p. 4), a dostarczone zostało wraz z rozwiązaniem (choćby szkieletowym, ale poprawnym, ewentualnie odsyłaczem do literatury), uczestnik otrzymuje ocenę maksymalną.
- Punkty zdobyte przez każdego uczestnika za rozwiązania poszczególnych zadań, obliczone według reguły podanej w p. 10, są sumowane — oddzielnie dla matematyki i dla fizyki. Z chwilą osiągnięcia sumy **44** punktów w jednej z tych dwóch dziedzin uczestnik staje się członkiem **Klubu 44**.
- Po zgromadzeniu **44** punktów (i zostaniu członkiem **Klubu 44**) można w dalszym ciągu brać udział w konkursie ligowym. Nadwyżka punktów ponad wartość **44** zostaje zaliczona na poczet ponownego uczestnictwa w lidze.
- Trzykrotne uzyskanie członkostwa **Klubu 44** daje tytuł **Weterana Klubu 44**.
- Aby uzyskać informacje o swoich wynikach, należy przysłać do redakcji *Delty* kartkę pocztową (oddzielną dla matematyki i fizyki), ofrankowaną i zaadresowaną do siebie, ze sporządzoną tabelką z umieszczonymi w jej rubrykach numerami zadań i z pustymi okienkami do wpisania ocen. Zaleca się przysyłanie takich kartek nie częściej niż co kilka miesięcy, gdy uzbiera się materiał dotyczący rozwiązań kilkunastu zadań.
- Czołówka listy ligowej jest systematycznie ogłaszana w miesięczniku *Delta*. Nazwisko uczestnika może być wymienione w czołówce z nie zmienioną sumą punktów co najwyżej trzykrotnie; następny raz ukaże się wtedy, gdy wykona ruch w górę.
- Raz do roku, w numerze styczniowym, drukowane jest omówienie przebiegu konkursu, prezentowane są w skrócie ciekawsze rozwiązania i uogólnienia oraz ogłaszana jest obszerna czołówka (kilkadziesiąt nazwisk).
- Członkowie **Klubu 44** są zapraszani na coroczne spotkania **Klubu 44**.
- Organizatorzy zastrzegają sobie wyłączne prawo interpretacji i możliwość zmian regulaminu.

Czytelnicy, którzy mają w pamięci brzmienie regulaminu ligi z ubiegłych lat, zwrócili z pewnością uwagę na wzrost jego objętości (z szesnastu do dwudziestu punktów). Jest to jednak wzrost pozorny. „Nowe” punkty **11, 12, 16, 18** (i częściowo **17**) wcale nie są nowe; nadają jedynie rangę przepisów regulaminowych zwyczajom, które zdążyły stać się już tradycją.

Również tradycyjna jest nasza prośba do uczestników o parę słów o sobie (choć nie wymaga tego regulamin): wiek, zawód, praca, studia, inne ciekawe dane. Zamieszczony rysunek pokazuje, jak zareagował na analogiczną prośbę sprzed roku pan Mariusz Kraus z Rzeszowa.

„Doroczne” spotkania **Klubu 44**, o których mowa w punkcie **19**, odbywają się — trudno to ukryć — z częstotliwością nieco mniejszą od zamierzonej. Ostatnie miało miejsce w kwietniu 1987 r., wyjątkowo nie w Warszawie, lecz w Krakowie; skorzystaliśmy bowiem z okazji, by je włączyć w program obchodów *Dni Matematyki Krakowskiej*. Na to spotkanie zaprosiliśmy wszystkich tych członków **Klubu 44**, którzy sumę **44** punktów przekroczyli (po raz pierwszy lub kolejny) w okresie od poprzedniego spotkania. Ponieważ spotkaliśmy się w gronie entuzjastów łamigłówek matematycznych, więc jako jeden z punktów programu zaplanowaliśmy sesję „szybkiego rozwiązywania zadań”: ktoś z sali stawia problem, a wszyscy zebrani (członkowie **Klubu 44**, organizatorzy, przedstawiciele redakcji *Delty*) usiłują znaleźć rozwiązanie. Kto szybszy, ten lepszy. A gdy zadanie okazuje się niełatwe — następuje połączenie sił. Damy wspólnie radę czy nie? Dwa razy nie udało się. W kąciku zadaniowym zamieszczamy dziś trzy zadania spośród tych, z którymi zmagał się na tamtej sesji. Zadania, których wówczas nie pokonał, to **M 494** i **M 495**. Czy są aż tak trudne? Czasu było trochę mało ...

Przejdźmy do zadań ligowych z minionego roku. Oprócz prezentowanych, jak zwykle, ciekawszych rozwiązań i uogólnień, zamieszczamy tym razem w omówieniach zadań garść refleksji natury bardziej ogólnej; Czytelnicy zechcą, mamy nadzieję, wybaczyć nam, że chwilami popadamy w moralizatorstwo ...

Zadanie 130 [$\inf_{m, n \in \mathbb{N}} (m^{-1/m} + n^{-1/n}) = ?$] było już omawiane przed rokiem,

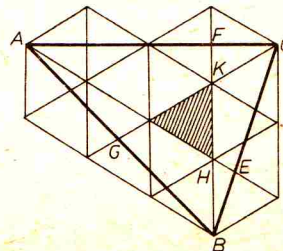
ale wówczas umknęło naszej uwadze, że również pan K. Serbin znalazł uogólnienie: $\inf_{x, y \in (0, 1]} (x^y + y^x) = 1$.

Zadanie 133 [Przykład wielościanu o równych krawędziach, w którego szkielecie można wpisać kulę, ale na którym nie można opisać kul] (współczynnik trudności $WT = 3,23$; liczba poprawnych rozwiązań $LPR = 12$). Wszystkie przykłady identyczne (dwunastościan rombowy).

Zadanie 137 [Milion punktów na sferze; kombinatoryka] ($WT = 3,26$; $LPR = 12$). Niech m_k będzie maksymalną liczbą wierzchołków grafu pełnego, którego wszystkie krawędzie są pomalowane k kolorami tak, że nie powstaje trójkąt jednobarwny. Wszystkie rozwiązania sprowadzają się do nierówności $m_k \leq n_k$, gdzie $n_1 = 2$, $n_k = kn_{k-1} + 1$. A. Bonk, P. Jędrzejewicz, M. Mazur podają wyraźny wzór na wyrazy ciągu (n_k) : $n_k = [ek!] = k! \sum_{j \leq k} 1/j!$.

Zadanie 140 [$S =$ pole ΔABC ; $E \in BC$, $F \in CA$, $G \in AB$; $AG = GB$, $2BE = EC$, $3CF = FA$; $S' =$ pole Δ (pr AE , pr BF , pr CG); $S'/S = ?$] ($WT = 2,01$; $LPR = 39$). Urodą wyróżniają się rozwiązania typu „Patz!” (A. Przędzicki, J. Kozak) polegające na pokryciu płaszczyzny siatką trójkątów przystających do rozważanego trójkąta o polu S' (rysunek).

$$\begin{aligned} S_{BCK} &= 2S' \\ S_{ABH} &= 3S' \\ S_{AHC} &= 5S' \\ \hline S &= 10S' \end{aligned}$$



W wielu rozwiązaniach przekształcano dany trójkąt afinicznie na trójkąt foremny. Jest to postępowanie poprawne, ale niecelowe, bo nie prowadzi do jakiegokolwiek uproszczenia rozumowań, a niektóre rachunki zaciemnia. Warto nadmienić, że zadanie jest szczególnym przypadkiem twierdzenia Routha mówiącego, że jeśli $BE : EC = x$, $CF : FA = y$, $AG : GB = z$, to $S' : S = (xyz - 1)^2 (xy + x + 1)^{-1} (yz + y + 1)^{-1} (zx + z + 1)^{-1}$.

Zadanie 141 [$a_n = n(n+1) \dots (n+7)$; $\sum 1/a_n = ?$] ($WT = 1,79$; $LPR = 54$). Łatwe. Szereg do zsumowania — dość typowy; do znalezienia w tablicach całek i szeregów. Ale — jak to w tablicach — bez dowodu. Toteż prace odsyłające tylko do tablic nie zostały uznane za rozwiązania zadania.

Zadanie 142 [Pola wielokątów o brzegach złożonych z kolejno prostokątnych odcinków jednostkowych] ($WT = 2,99$). Odpowiedź: spośród liczb naturalnych tylko 2, 3, 4, 6, 7, 10 nie mogą być takimi polami. Konstrukcja wielokąta o dowolnym polu różnym od wymienionych liczb jest prosta. Jedyna trudność to eliminacja podanych sześciu wartości. Ładnie sobie z tym radzą P. Jędrzejewicz i A. Przeździecki: wystarczy umieścić wielokąt na szachownicy pomalowanej w zwykły sposób, wówczas wszystkie pola przyległe do brzegu wielokąta (od wewnątrz) mają ten sam kolor (np. czarny); jeśli powierzchnia wielokąta jest ≤ 10 , to wielokąt zawiera ≤ 3 białe pola, a analiza możliwych usytuowań 3 (lub mniej) białych pól jest już nieskomplikowana. Inne poprawne rozwiązania podali M. Prauza, M. Galecki, Z. Galias. Ponadto 10 rozwiązań z różnymi lukami.

Autorzy niektórych prac eliminują pracowicie wielokąty o polu 6, po czym piszą, że z liczbami 7 i 10 postępuje się podobnie („... Trzeba rozpatrzyć skończoną, niewielką, liczbę przypadków...”). Ale to bluff. Istnieje bowiem 4271 nieprzystających wielokątów zbudowanych z 10 kratek (por. R. Hardy *Gry w figury*).

Zadanie 143 [Kwadrat zawierający n rozłącznych kół rozbić na n wypukłych wielokątów zawierających po jednym kole] ($WT = 2,86$; $LPR = 12$). Osiem prac to odsyłacze do literatury. Wskazano aż cztery książki, w których zadanie to jest rozwiązane. Nie umieszcilibyśmy tego zadania, gdybyśmy byli świadomi jego popularności. Nasza niefrasobliwość.

Zadanie 144 [Równanie $1987y^2 = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$ nie ma rozwiązań w liczbach wymiernych] ($WT = 2,60$; $LPR = 16$). Kilka interesujących uogólnień: Jeśli liczby naturalne q, m, k spełniają którekolwiek z podanych niżej założeń A, B, C, to równanie $qy^m = 1 + x + x^2 + \dots + x^{k-1}$ nie ma rozwiązań w liczbach wymiernych x, y .
A) (P. Kumor, G. Zwara) $m = 2, k = 5; q \equiv 2 \pmod{5}$.
B) (K. Hryniewiecki) $m = 2; q, k$ liczby pierwsze, $q > k > 2; q \not\equiv 1 \pmod{k}$.
C) (A. Przeździecki — dowód z usterką, łatwo naprawialną) $q = p_1^{\alpha_1} \dots p_r^{\alpha_r}$

Omówienie wybranych zadań ligi fizycznej

Zadanie 32 [Informacje o dnie oceanicznym na podstawie kształtu powierzchni oceanu] ($WT = 3,31$). Dobre rozwiązania tylko P. Bały i Dz. Lipniackiego.

Zadanie 34 [Kształt toru Księżycy] ($WT = 3,80$). Tylko jedno dobre rozwiązanie — J. Lipkowskiego, który nadesłał zadanie bardzo zbliżone (co prawda, już po skierowaniu numeru 9/1986 do druku).

Zadanie 35 [Równowaga belki na walcu] ($WT = 2,20$; $LPR = 16$). Dużo poprawnych rozwiązań podobnych do rozwiązania z *Delty*. J. Lipkowski, Dz. Lipniacki, B. Musiał, P. Perkowski, L. Szalast badali trwałość równowagi analizując energię potencjalną jako funkcję kąta odchylenia belki od poziomu.

Zadanie 38 [Wypadkowa pojemność nieskończonego łańcucha kondensatorów] ($WT = 1,58$; $LPR = 21$). Zb. Galias, R. Leśniak, Dz. Lipniacki, B. Mikielwicz zastosowali ciąg rekurencyjny.

Zadanie 40 [Zmiana długości roku związana z wypromieniowywaniem energii przez Słońce] ($WT = 2,88$). Dobrze rozwiązali tylko R. Repucha, Dz. Lipniacki, A. Sikorski, W. Klimala. Większość rozwiązujących przyjmowała niesłusznie stały promień orbity Ziemi.

Zadanie 41 [Fotografia brzegu jeziora] ($WT = 2,12$; $LPR = 19$). Większość rozwiązań poprawna, chociaż niedokładny rysunek ilustrujący zadanie nastęrczył niektórym problemy.

Zadanie 42 [Wyznaczanie wartości oporu w sieci] ($WT = 2,84$; $LPR = 11$). J. Lipkowski, T. Rawlik, P. Wach wprowadzili przewodności (odwrotności oporów), co ładnie uprościło rachunki. Końcowy wzór: $1/R_x = G_x = 1/2(G_1 + G_2 + G_3)$; we wzorze na R_x występuje odpowiednio czynnik 2 (a nie 1/2, jak wydrukowano w *Delcie*).

Zadanie 44 [Hamowanie satelity] ($WT = 3,39$). W. Klimala zauważył, że moc działającej na satelitę siły oporu powietrza równa się pochodnej czasowej

rozkład na czynniki pierwsze; α_i niepodzielne przez NWD ($m, k-1$) dla $i = 1, \dots, r$; $NWD(k, p_i-1) = NWD(k, p_i) = 1$ dla pewnego i .

Zadanie 145 [Możliwie duży graf pełny trójkolorowy bez trójkąta jednobarwnego] ($WT = 3,13$) było pomyślane jako pewne uzupełnienie zadania 137. W oznaczeniach użytych w omówieniu zad. 137 mamy nierówność $m_3 \leq n_3 = 16$; można więc było próbować konstrukcji co najwyżej szesnastokąta, co też z powodzeniem wykonali: A. Bonk, J. Borkowski, P. Jędrzejewicz, P. Kamiński, Z. Koza, A. Krzysztofowicz, M. Mazur, J. Mikuta, A. Przeździecki, T. Rawlik, G. Zwara. Posiadacze minikomputerów mieli zadanie ułatwione; ale skuteczność takiej metody (i jej wykonalność w rozsądnym czasie) wymagała sprytu w ułożeniu programu. Zaprezentowane przez nas rozwiązanie (6/1987) pokazuje, jak można się było obejść bez pomocy technicznych. Podobne intuicje przekazał nam w ładnym opisie Z. Koza. P. Kamiński wdzięcznie zauważa: siedmiokąt był dany jako ilustracja, a skala ocen jest 10-stopniowa, więc (licząc po 0, 1 p. za każdy wierzchołek) widzimy, że więcej wierzchołków niż 17 być nie może.

Zadanie 147 [Zbieżność szeregu $\sum z_n^{-1}$: $z_n = \text{NWW}(x_1, \dots, x_n)$; $x_1 < x_2 < x_3 < \dots$ liczby naturalne] ($WT = 2,59$; $LPR = 14$). Oto najbardziej oryginalne rozwiązanie (Dz. Lipniacki): $z_n^m = x_1 \dots x_n y_1 \dots y_n$, gdzie $y_j = z_n/x_j$, a skoro $x_1 < \dots < x_n, y_1 > \dots > y_n$, to $z_n^m \geq (n!)^2$, skąd (Stirling) $z_n^{-1} \leq (n!)^{-2/m} \approx e^{2/n-2} i \sum z_n^{-1} < \infty$.
M. Mazur dowodzi tezy wzmocnionej: $\sum n^a z_n^{-1} < \infty$ dla dowolnego $a \in \mathbb{R}$.

Zadanie 148 [Wielościan wypukły W spełnia warunek (*): z każdego wierzchołka wychodzą 3 krawędzie. W szkielecie ostrosłupa rozpiętego przez dowolną ścianę W i ustalony punkt $P \in \text{int } W$ można wpisać kulę \Rightarrow w szkielecie W można wpisać kulę. Pytanie poza konkursem: czy założenie (*) jest istotne?] ($WT = 2,46$; $LPR = 14$). Na pytanie pozakonkursowe odpowiedział jedynie pan Henryk Kasprzak: Istotność założenia (*) pokazuje przykład sześciścianu otrzymanego przez złączenie podstawami dwóch jednakowych ostrosłupów prawidłowych trójkątnych $ABCD$ i $ABCE$ o krawędzi podstawy a i wysokości h ; punkt P jest środkiem trójkąta ABC . Gdy $h = (\sqrt{3}-1)a/4$, istnieje kula wpisana w szkielecie ostrosłupa $BCDP$ (i pozostałych pięciu przystających ostrosłupów); natomiast kula wpisana w szkielecie sześciścianu $EABCD$ istnieje tylko dla $h = a/3$.

Zadanie 149 [W wielokąt wypukłym: średnia długość przekątnej $>$ średnia długość boku] ($WT = 2,48$; $LPR = 30$). Z. Koza zauważa, że jeśli w wielokąt wypukłym $A_1 A_2 \dots A_n$ (numeracja cykliczna modulo n) przyjmiemy $S_k = \sum_i A_i A_{i+k}$, otrzymamy nierówności $S_1 < S_2 < \dots < S_m$, gdzie $m = [n/2] - 1$; jest to pewne wzmocnienie tezy zadania.

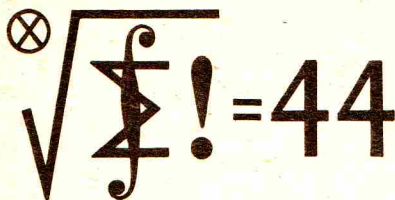
całkowitej energii (kinetycznej i potencjalnej) satelity i ładnie to wykorzystał. P. Bała i Dz. Lipniacki rozpatrywali ruch satelity w układzie biegunowym związanym z Ziemią. Autorem czwartego poprawnego rozwiązania jest P. Wach.

Zadanie 46 [Rzut z poślizgiem po lodzie] ($WT = 2,43$; $LPR = 10$). Nikt nie całkował siły tarcia w procesie zderzenia woreczka z lodem — przyjmowano siłę nacisku jako równą ciężarowi. W związku z tym nadesłane wartości kąta rzutu są znacznie zawyżone, co jednak (na szczęście) nie obniża istotnie całkowitego zasięgu rzutu. Najlepsze rozwiązania Dz. Lipniackiego i R. Musiała.

Zadanie 47 [Temperatura włókna żarówki przy podwyższonym napięciu] ($WT = 1,52$; $LPR = 20$). Zadanie to okazało się najłatwiejsze (najniższa wartość WT). Paradoksalnie rozwiązanie w *Delcie* 8/1987 zawiera błąd w przekształceniach. Poprawna zależność temperatury i napięcia: $T^{2,6} \approx U$, $T(4,5 \text{ V}) = 2200 \text{ K}$, $U(T_{\text{rozn. w}}) = 17 \text{ V}$.

Zadanie 48 [Kierunkowość słyszenia w funkcji częstotliwości] ($WT = 2,85$). Dobre wyjaśnienie tylko: A. Gluza, J. Lipkowski, L. Szalast, P. Bała, P. Wach, Dz. Lipniacki, M. Bogacz.

Zadanie 49 [Wspinanie się po drabince sznurowej zawieszona na bloku] ($WT = 2,48$; $LPR = 9$). Układ równoważny, taki jak w rozwiązaniu zamieszczonym w *Delcie*, zastosowali P. Koczyński i L. Szalast. Inni (R. Musiał, B. Mikielwicz, J. Lipkowski, J. Stelmach) skorzystali z zasady zachowania pędu, sprowadzając w sposób ukryty rozważany układ do takiego samego układu równoważnego. Równania ruchu rozwiązywali Dz. Lipniacki (dokładnie) i A. Surma (z założeniem stałej wartości przyspieszenia). K. Zawisławski rozpatrywał przesunięcia środków masy po obu stronach bloku wykorzystując fakt, że przemieszczenia drabinki jest co do wartości równe przemieszczeniu przeciwwagi. W kilku rozwiązaniach pojawiło się powołanie na zasadę zachowania energii. Pomimo bezpodstawności tej metody (człowiek wykonuje pracę) uzyskiwano przypadkowo dobry wynik.



Lista uczestników ligi zadaniowej Klub 44 M

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 151 (WT = 2,66) i 152 (WT = 2,03)

Jerzy Janowicz	— Bolesławiec	5—48,44
Grzegorz Zakrzewski	— Trzcianka	46,60
Sławomir Sołecki	— Ostrów Wkp.	1—46,53
Piotr Kumor	— Olsztyn	43,99
Marcin Mazur	— Białystok	2—43,56
Marian Roman	— Elk	1—43,09
Jan Ciach	— Ostrowiec Św.	1—42,66

Andrzej Sudoł	— Nowy Sącz	42,56
Mirosław Mikucki	— Augustów	41,17
Edward Orzechowski	— Warszawa	2—41,15
Tadeusz Józefczyk	— Poznań	1—41,10
Grzegorz Kuś	— Kraków	39,93
Piotr Wach	— Katowice	39,08
Krzysztof Jedziniak	— Katowice	1—37,28
Zygmunt Bartkowski	— Warszawa	36,49
Adam Ruszel	— Krośno	35,57
Konrad Pióro	— Warszawa	34,68
Wojciech Krzyżanski	— Żywiec	34,45
Jerzy Malopolski	— Kraków	1—34,05
Artur Smolecki	— Tarnów Op.	1—33,68

Marek Gałecki	— Miłanówek	5—33,44
Jerzy Tyszkiewicz	— Warszawa	33,28
Dzierżysław Lipniacki	— Lublin	32,71
Mariusz Łopusiewicz	— Legnica	32,15
Piotr Figurny	— Lubartów	1—31,39
Krzysztof Jakubczak	— Kudowa Zdrój	31,00

Dariusz Kowalczyk	— Warszawa	29,81
Krzysztof Hryniewicz	— Białystok	29,75
Andrzej Krzysztofowicz	— Gdańsk	29,66
Władysław Wasiaś	— Toruń	28,92
Józef Siwy	— Łaziska G.	1—28,64
Jarosław Kaczyński	— Starogard Gd.	28,31

Stanisław Dorosz	— Kraków	28,06
Kazimierz Serbin	— Sanok	2—27,97
Zbigniew Galias	— Kraków	1—27,90
Maciej Głuszek	— Wrocław	27,85
Janusz Prajs	— Opole	27,57
Mirosław Matlega	— Skoczów	27,03
Tomasz Komorowski	— Świdnik	2—26,82
Jerzy Cisko	— Wrocław	26,56
Radosław Zapert	— Kielce	26,51
Paweł Kubit	— Krośno	25,85
Dariusz Rybacki	— Kraśnik	25,45
Adam Przedździecki	— Warszawa	25,44
Krzysztof Zygan	— Lubin	24,98
Adam Stadler	— Rzeszów	24,94
Zbigniew Kryłow	— Sopot	24,93
Tomasz Masłowski	— Toruń	24,40
Krzysztof Trautman	— Warszawa	1—24,31
Adam Wyrwa	— Nowy Wiśnicz	1—23,43

Lech Bartłomiejczyk	— Gliwice	22,50
Ryszard Pagacz	— Zawadzkie	2—22,16
Zbigniew Surduka	— Lachowice	20,78
Anna Gluza	— Toruń	1—20,69
Małgorzata Czerniakowska	— Gdańsk	1—20,54
Andrzej Pawłowski	— Ząbrze	3—20,28

Jerzy Lipkowski	— Elbląg	45,40
Jacek Stelmach	— Zabrze	43,31
Piotr Wach	— Kraków	39,46
Leszek Szalast	— Radzyń Podlaski	39,20
Zbigniew Galias	— Kraków	30,98
Bogusław Mikieliewicz	— Brodnica	29,19
Dzierżysław Lipniacki	— Lublin	1—24,22
Paweł Rogocz	— Legnica	23,63
Janusz Osada	— Legnica	22,55
Andrzej Eilmes	— Gorlice	20,82
Maciej Stasiak	— Człuchów	18,73
Tomasz Rusin	— Warszawa	16,60
Andrzej Bonk	— Chelmsza	16,34
Piotr Koczyński	— Warszawa	15,37
Wiesław Kacprzak	— Kraków	15,23
Mirosław Semla	— Opole	15,20
Wiesław Stochmal	— Szczecin	11,88
Zbigniew Lipowczan	— Katowice	11,81
Roman Musiał	— Katowice	11,46
Włodzimierz Pszczółkowski	— Poznań	10,24

Legenda (przykładowo): stan konta 3 — 20,28 oznacza, że uczestnik już trzykrotnie zdobył 44 punkty, a w kolejnej (czwartej) rundzie ma 20,28 p.

Panu Jerzemu Janowiczowi gratulujemy ukończenia szóstej rundy!

Zestawienie obejmuje wszystkich uczestników, którzy zgromadzili co najmniej 20 punktów. Pozostali członkowie Klubu 44 M (alfabetycznie) (cyfra w nawiasie wskazuje, ile razy uczestnik przekroczył barierę 44 punktów): Z. Bartold (2), T. Biegański (1), A. Bonk (2), W. Boratyński (1), M. Fiszer (1), K. Jachacy (1), P. Jędrzejewicz (2), P. Kamiński (5), Z. Koza (2), D. Kurpiel (2), J. Mańdziuk (1), M. Marczak (1), R. Mazurek (1), H. Mikołajczak (1), J. Mikuta (2), J. Milczarek (1), R. Mitraszewski (1), W. Olszewski (1), M. Prauza (2), T. Rawlik (3), D. Sowizdrzał (3), T. Szymczyk (1), W. Szymczyk (1), J. Uryga (4), K. Witek (1), Z. Zaus (1), K. Zawistawski (1).

Klub 44 M liczy 50 członków.

Zadania z matematyki nr 163, 164

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 III 1988

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

163. Do wnętrza kwadratu wpada przez punkt narożny promień świetlny, który następnie biegnie odbijając się od boków kwadratu zgodnie ze zwykłą regułą (kąąt padania równa się kątowni odbicia). Gdy promień trafi w wierzchołek, opuszcza kwadrat. Udowodnić, że promień nie wyjdzie z kwadratu przez punkt wejścia. Czy analogiczne stwierdzenie jest słuszne dla dowolnego równoległoboku? Dla prostokąta? Dla rombu?

164. Dowieść, że wszystkie liczby postaci $44^{44} \dots 44$, gdzie liczba 44 występuje więcej niż 44 razy, mają taką samą końcówkę 44-cyfrową.

Zadanie 164 zaproponował pan Jarosław Wróblewski z Wrocławia.

Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 9/1987

Przypominamy treść zadań:

155. Wyznaczyć kres górny funkcji $f(x) = 2^{-x} + 2^{-1/x}$ na zbiorze liczb dodatnich.

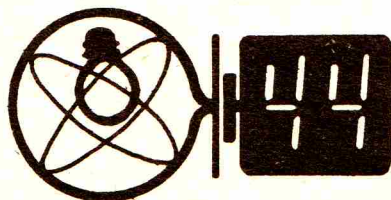
156. Czy dla każdej liczby naturalnej k istnieje wielościan wypukły mający dokładnie k przekątnych (przecinających jego wnętrze)?

155. Z symetrii $f(x) = f(1/x)$ wynika, że $s = \sup_{(0, \infty)} f = \sup_{(0, 1]} f$. Ponieważ $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 1 = f(1)$,

a f jest ciągła (nawet różniczkowalna), zatem $s \geq 1$ oraz istnieje punkt $z \in (0, 1]$ taki, że $s = f(z)$. Przypuśćmy, że $s > 1$. Wobec tego $z \in (0, 1)$, $f(z) = \max_{(0, 1)} f$, więc $f'(z) = 0$. Ostatnia

równość jest równoważna temu, że $2^{-1/z} = z^2 2^{-z}$. Stąd $1 < f(z) = 2^{-z} + 2^{-1/z} = (1 + z^2) 2^{-z}$, czyli $1 + z^2 - 2^z > 0$. Różniczkując dwukrotnie funkcję $g(x) = 1 + x^2 - 2^x$ stwierdzamy, że jest ona wypukła na przedziale $[0, 1]$, więc swoją wartość maksymalną na tym przedziale przyjmuje w jednym z jego końców. Ale $g(0) = 0 = g(1)$, czyli $g \leq 0$ na $[0, 1]$, wbrew poprzedniej konkluzji ($g(z) > 0$). Sprzeczność ta obala przypuszczenie, że $s > 1$. Stąd $s = 1$.

156. Tak. Weźmy ostrosłup o wierzchołku Q mający w podstawie $(k+3)$ -kąąt wypukły $ABCP_1P_2 \dots P_k$ i odetnijmy od niego czworoscian $BKLM$, gdzie K, L, M są punktami leżącymi odpowiednio na krawędziach BA, BC, BQ . Tylko przekątne MP_i ($i = 1, \dots, k$) przecinają wnętrze otrzymanego wielościanu.



Lista uczestników ligi zadaniowej Klub 44 F

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 49 (WT = 2,48) i 50 (WT = 2,88)

Jerzy Lipkowski	— Elbląg	45,40
Jacek Stelmach	— Zabrze	43,31
Piotr Wach	— Kraków	39,46
Leszek Szalast	— Radzyń Podlaski	39,20

Zbigniew Galias	— Kraków	30,98
Bogusław Mikieliewicz	— Brodnica	29,19
Dzierżysław Lipniacki	— Lublin	1—24,22
Paweł Rogocz	— Legnica	23,63
Janusz Osada	— Legnica	22,55
Andrzej Eilmes	— Gorlice	20,82
Maciej Stasiak	— Człuchów	18,73
Tomasz Rusin	— Warszawa	16,60
Andrzej Bonk	— Chelmsza	16,34
Piotr Koczyński	— Warszawa	15,37
Wiesław Kacprzak	— Kraków	15,23
Mirosław Semla	— Opole	15,20
Wiesław Stochmal	— Szczecin	11,88
Zbigniew Lipowczan	— Katowice	11,81
Roman Musiał	— Katowice	11,46
Włodzimierz Pszczółkowski	— Poznań	10,24

Mariusz Surma	— Kielce	10,18
Adam Sikorski	— Lublin	10,17
Piotr Dziembaj	— Kraków	10,05
Aleksander Surma	— Mysłok	1—10,01
Piotr Bała	— Toruń	2—6,69
Tomasz Rawlik	— Gliwice	1—6,32
Robert Repucha	— Goldap	1—3,83
Anna Gluza	— Toruń	1—0,11

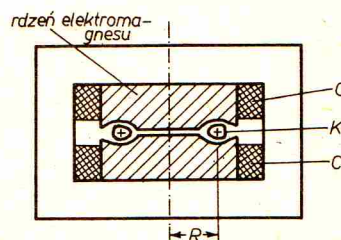
Pan Lipkowski został siódmym członkiem Klubu 44 F.

Zestawienie obejmuje wszystkich uczestników, którzy zgromadzili co najmniej 10 punktów, a także członków Klubu 44 F mających aktualnie na koncie mniej niż 10 punktów, ale wykonujących już drugą lub trzecią rundę. Cyfra przed kreską oznacza, ile razy uczestnik zdobył już 44 punkty.

Zadania z fizyki nr 61 i 62

Redaguje dr Andrzej NADOLNY

61. Rysunek przedstawia przekrój betatronu — akceleratora kołowego, w którym elektrony ulegają rozpędzaniu na orbicie kołowej (wewnątrz toroidalnej komory K) wskutek istnienia wirowego pola elektrycznego indukowanego przez zmienny w czasie strumień indukcji magnetycznej wewnątrz orbity.



Prąd płynący w cewkach C , narastając od zera do pewnej wartości, wytwarza rosnące z czasem pole magnetyczne, zarówno wewnątrz orbity elektronów, jak i w obszarze tej orbity — dzięki czemu na elektrony działa odpowiednia siła dośrodkowa. Jaki powinien być stosunek średniej wartości wektora indukcji magnetycznej B wewnątrz orbity o promieniu R do wartości wektora B w miejscu tej orbity, czyli w odległości R od osi betatronu, ażeby orbita ta była orbitą stacjonarną, to jest taką, po której elektron może krążyć wiele razy bez zmiany promienia swego toru? Zakładamy zerowe pole magnetyczne oraz zerową prędkość elektronów na początku cyklu.

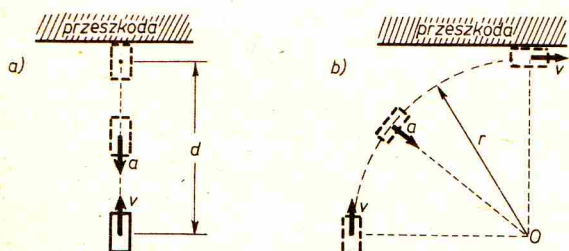
62. W rurze szybu naftowego może się pojawić gaz pochodzący ze złoża. Wyobraźmy sobie, że zarówno dolny, jak i górny koniec rury zostały szczelnie zamknięte (zablokowane) i w takiej sytuacji porcja gazu z dna wypływa ku górze. Jak wpłynie to na ciśnienie panujące wewnątrz rury? Dokonać obliczeń dla szybu o głębokości 2000 m i przedyskutować zjawiska towarzyszące.

Przypominamy treść zadań:

53. Kierowca samochodu pędzącego po poziomej, suchej płycie lotniska nagle zauważył przeszkodę ustawioną prostopadle do kierunku jazdy. Jaki manewr — hamowanie czy skręt — daje większą szansę uniknięcia zderzenia z przeszkodą? Zakładamy, że nawierzchnia lotniska ma jednakowe własności w całym obszarze manewru, a przeszkoda jest szeroka.

54. Wyobraźmy sobie, że opanowano technikę superdrobnego druku, odczywanego za pomocą mikroskopu elektronowego. Jakim kryteriom powinien odpowiadać materiał użyty jako „farba drukarska” nanoszona na podłoże przenikliwe dla elektronów, aby zapewnić trwałość zapisu i dobrą jakość obrazu? Ocenic, jaką najmniejszą wielkość mogłaby mieć reprodukcja całości zbiorów biblioteki liczącej 1 milion książek, średnio po 400 stron. W jaki ewentualnie sposób można by informację zawartą w tych książkach zapisać na jeszcze mniejszej powierzchni?

55. Rozpatrujemy przypadek (a) hamowania ze stałym przyspieszeniem a skierowanym wzdłuż toru oraz przypadek (b) ruchu po łuku okręgu ze stałym przyspieszeniem dośrodkowym a_r oraz ze stałą prędkością. Przy założeniu, że w obu przypadkach siła wywołująca przyspieszenie jest równa maksymalnej sile tarcia opon o nawierzchnię (bez poślizgu), mamy $a = a_r = fg$



(f — współczynnik tarcia statycznego opon o nawierzchnię, g — przyspieszenie ziemskie). Przyjmując początkową prędkość samochodu równą v , obliczamy drogę samochodu do zatrzymania w przypadku (a) $d = v^2/2fg$ oraz promień skrętu w przypadku (b) $r = v^2/fg$. Z porównania wynika $r = 2d$, co oznacza, że hamowanie jest skuteczniejszą metodą uniknięcia zderzenia.

54. Zakładamy, że nasza reprodukcja jest odczytywana za pomocą prześwietleniowego (transmisyjnego) mikroskopu elektronowego. „Farba drukarska”, nanoszona na podłoże dobrze przepuszczające elektrony, powinna być mało przenikliwa dla elektronów, aby zapewnić należyty kontrast obrazu. Najmniej przenikliwe dla elektronów są ciężkie metale. Trwałość zapisu oznacza trwałość wiązań między atomami, z których składa się warstwa „farby”. Wiadomo, że im silniejsze wiązania, tym wyższa temperatura topnienia danej substancji. Spośród ciężkich metali kilka ma bardzo wysoką temperaturę topnienia, powinny więc one dobrze się nadawać do omawianego celu.

W prześwietleniowym mikroskopie elektronowym osiąga się bez większego trudu zdolność rozdzielczą 1 nm. Przyjmując, że zdolność rozdzielcza obrazu — w skali naturalnej — ma wynosić 0,1 mm, otrzymujemy powiększenie liniowe 10^5 . Powierzchnia reprodukcji może więc być 10^{10} razy mniejsza od powierzchni reprodukowanej. Dla biblioteki liczącej 4×10^8 stron odpowiada to powierzchni 0,04 strony. Przy przeciętnym polu powierzchni strony równym 400 cm^2 reprodukcja całości zbiorów bibliotecznych powinna się zmieścić w formacie $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$. Informację zawartą w tekście można by zapisać w jeszcze bardziej skondensowanej formie, korzystając z kodu binarnego. Każdą literę, a także inne symbole, można wyrazić za pomocą np. ośmiu bitów (powszechnie stosowany system w informatyce) — daje to możliwość zakodowania $2^8 = 256$ różnych znaków. W ten sposób zapis każdego znaku, zamiast kilkuset punktów obrazu, zajmowałby tylko osiem punktów (czarnych lub białych), a łączna powierzchnia zapisu nie przekraczałaby 1 cm^2 .



Zadania

Redaguje (w tym numerze wyjątkowo) dr Marcin E. KUCZMA

M 493. W pewnym zbiorze X określone są dwie relacje Q i R . Zakładamy, że R jest symetryczna, Q i R są przechodnie, oraz że dla dowolnych $x, y \in X$ zachodzi xRy lub xQy . Udowodnić, że R lub Q jest relacją pełną (tj. wiążącą wszystkie pary elementów zbioru X).
Rozwiązanie na str. 5

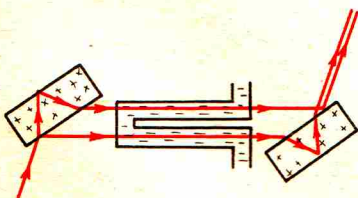
M 494. W trójkącie ostrokątnym T promienie kół opisanego i wpisanego mają długość odpowiednio R i r . Niech T' będzie trójkątem, którego wierzchołkami są spodki wysokości trójkąta T . Obwody trójkątów T i T' są odpowiednio $2p$ i $2p'$. Dowieść, że $p'/p = r/R$.
Rozwiązanie na str. 4

M 495. Czy istnieją wielomiany P, Q, R trzech zmiennych (x, y, z) spełniające tożsamościowo równość

$$(x - y + 1)^5 P(x, y, z) + (y - z - 1)^5 Q(x, y, z) + (z - x + 1)^5 R(x, y, z) = 1?$$

Rozwiązanie na str. 10

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI



F 236. Rozpatrzmy doświadczenie Fizeau (patrz rysunek) pomiaru prędkości światła w poruszającej się wodzie. Woda znajduje się w rurach o długości $l = 6 \text{ m}$ i porusza się z prędkością $u = 5,5 \text{ m/s}$. Współczynnik załamania wody dla zielonej linii rtęci ($\lambda_0 = 546 \text{ nm}$) jest równy 1,3345. W doświadczeniu rejestruje się położenie centralnego prążka interferencyjnego promieni (na rysunku oznaczonych 2 i 3) dla dowolnego kierunku ruchu cieczy, a następnie zmienia się ten kierunek na przeciwny i znajduje się nowe położenie tego prążka. Znaleźć zależność obserwowanego przesunięcia od odległości między prążkami. Efekt Dopplera można zaniedbać.
Rozwiązanie na str. 7

F 237. Czy efekt Dopplera zaniedbany w zadaniu F 236 ma istotne znaczenie, jeśli okazuje się, że położenie prążków może być określone z dokładnością do 0,01 odległości między nimi? Obliczyć nowe położenie prążków interferencyjnych uwzględniając efekt Dopplera. Współczynnik załamania wody $n = 1,333$ dla $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$.
Rozwiązanie na str. 11



Figura płaska to, według obowiązujących podręczników, dowolny zbiór punktów płaszczyzny. Definicja taka jest wygodna, może więc dziwić, dlaczego w naszej szkole została przyjęta dopiero w latach sześćdziesiątych naszego stulecia — w sto lat po powstaniu współczesnego pojęcia zbioru. Ale zwróćmy uwagę na to, że większość figur (przy takiej ich definicji) w ogóle nie może być nigdy opisana. Ta paradoksalna sytuacja bierze się stąd, że figur jest dużo więcej niż wszelkich możliwych (nawet dowolnie długich) napisów. Jest ich nawet znacznie więcej niż wszystkich liczb rzeczywistych.



Nietypową siatkę dyfrakcyjną można uzyskać wytwarzając w słupie cieczy stojącą falę ultradźwiękową. Strzałki fali odgrywają przy tym rolę nieprzezroczystych rys zwykłej siatki dyfrakcyjnej, a węzły — rolę obszarów przezroczystych. W 1933 roku Piotr Kapica i Paul Dirac przewidzieli, iż, ze względu na dualizm korpuskularno-falowy, obraz dyfrakcyjny powinien powstawać także przy przechodzeniu wiązki monochromatycznych, tj. mających takie same prędkości, elektronów w poprzek stojącej fali świetlnej.

Odpowiednio intensywną falę udało się uzyskać kilka lat temu, a w 1986 roku w Massachusetts Institute of Technology (USA) po raz pierwszy zaobserwowano również dyfrakcję atomów (sodu) na fali świetlnej.



Astronomiczne metody wyznaczania współrzędnych geograficznych są tak czułe, że umożliwiają stwierdzenie zmiany położenia punktu obserwacji o odległość rzędu metra. Dzięki temu wiemy dziś, że bieguny geograficzne Ziemi nieustannie przesuwały się po jej powierzchni, przy czym przesunięcia te mieszczą się w obszarze o średnicy 20 m. Odległości tej odpowiada zmiana szerokości geograficznej o 0,7. Systematyczne pomiary szerokości geograficznej prowadzone są w licznych placówkach na świecie, m.in. w Stacji Szerokościowej PAN w Borowcu pod Poznaniem.



Dźwięk łatwo rozchodzi się wzdłuż śladu silnego impulsu świetlnego. Zjawisko to może być podstawą nowej metody określania położenia i kształtów obiektów, np. w nieprzezroczystej wodzie. Wystarczy wysłać silny impuls lasera. Pochłonięcie światła spowoduje gwałtowne ogrzanie powierzchni obiektu i powstanie sygnału dźwiękowego. Dźwięk nie ulegnie jednak rozproszeniu, lecz wróci wzdłuż śladu impulsu światła. Na podstawie czasu, jaki upłynie od „strzału” lasera do zarejestrowania dźwięku, można będzie określić odległość niewidocznego obiektu.

Obserwacje radiowe prowadzi się nie tylko w odniesieniu do gwiazd i galaktyk. Na falach radiowych obserwuje się również ciała meteorowe. Mianowicie: każdy przelot bryłki materii przez ziemską atmosferę z ogromną prędkością powoduje pozostawienie śladu w postaci obłoku gazów zjonizowanych wzdłuż toru meteoroidu. Ślad taki, zanim zaniknie, może zostać zarejestrowany metodami radiolokacyjnymi. Ślady te, powstające głównie w tzw. warstwie E jonosfery (na wysokości ok. 120 km), dzięki własności odbijania fal radiowych umożliwiają nawet nawiązanie dalekiej łączności, do czego są skwapliwie wykorzystywane przez zaawansowanych krótkofalowców.



W kwadrat wpisujemy cztery koła, z których każde jest styczne do dwóch kolejnych boków i do dwóch sąsiednich kół, a następnie rysujemy małe koło styczne zewnętrznie do poprzednich. Podobną konstrukcję przeprowadzamy dla sześciianu (osiem kul w narożnikach i mała w środku), kostki czterowymiarowej, pięciowymiarowej itd. Otóż już dla dziesięciu wymiarów „mała” kula wystaje z kostki.



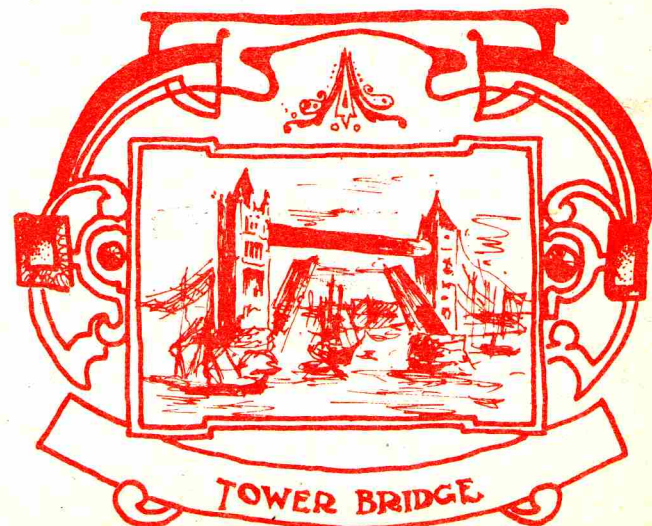
Gdy zaczyna padać deszcz, na ogół przyspieszamy kroku, aby mniej zmoknąć. Dokładna analiza potwierdza słuszność takiego postępowania. Przy ustalonym dystansie, jaki mamy przebyć, zmokniemy tym mniej, im szybciej się poruszamy. Nie warto jednak zbyt się wysilać: biegnąc z prędkością 10 m/s będziemy tylko o 10% procent mniej mokrzy niż przy prędkości 3 m/s.



Nie tylko planety mają stały grunt (w każdym razie niektóre), ale prawdopodobnie pewne gwiazdy też. Są nimi gwiazdy neutronowe. Przypuszcza się mianowicie, że przy gęstości materii, jaka panuje nawet na powierzchni takiej gwiazdy, jądra atomowe są tak gęsto upakowane, że tworzą sieć krystaliczną. Jest więc gwiazda z twardą powierzchnią, z tym że — drobiazg — o temperaturze rzędu 10^8 K. Obserwowane niekiedy gwałtowne zmiany okresu obrotu gwiazd neutronowych interpretowane są jako skutki pęknięcia skorupy gwiazdy i wynikających stąd zmian jej momentu bezwładności.



Oto paradoks Perrona: Przypuśćmy, że N jest największą liczbą naturalną. Jeśli $N \neq 1$, to $N \cdot N > N$, co jest sprzeczne z naszym założeniem. Tak więc $N = 1$. Paradoks ten pokazuje, jak ważną sprawą jest udowodnienie istnienia elementu o danej własności.



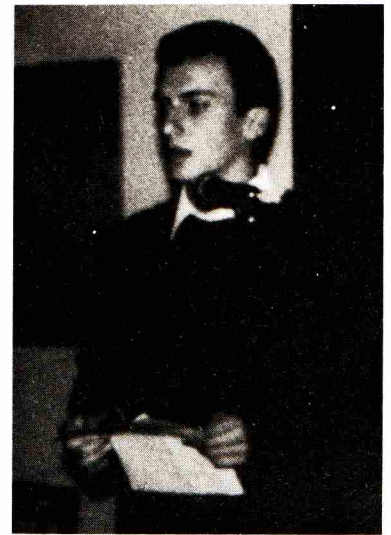
Protokół



Andrzej Żuk w karykaturze prof. Jeśmanowicza.

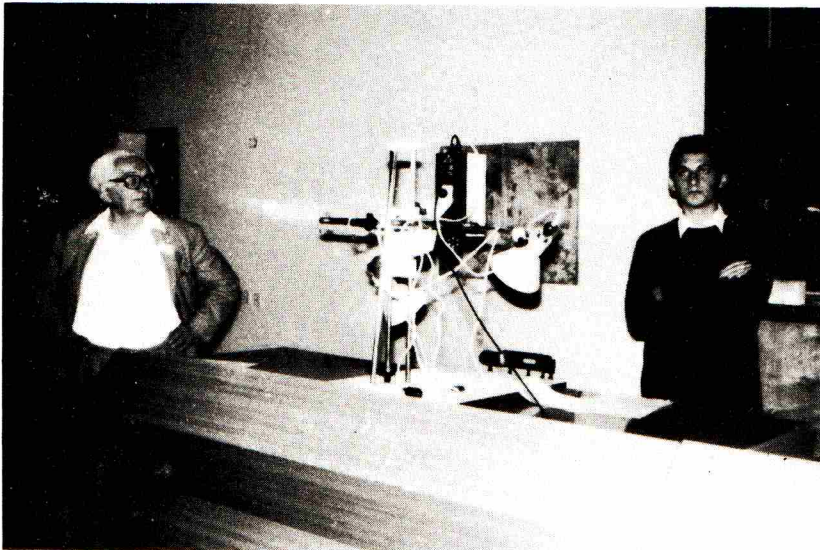
Jury Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki obradując dnia 09.09.1987 r. w składzie: prof. dr L. Jeśmanowicz — przewodniczący, dr hab. M. Kordos, dr A. Wojciechowska-Waszkiewicz, dr A. L. Dawidowicz, dr W. Wierzbicki, dr A. Derkowska, dr J. Bednarczuk, biorąc pod uwagę dobór tematu, treść pracy i przebieg obrony, postanowiło przyznać:

1. Złoty medal i nagrodę w wysokości zł. 12 000. — Andrzejowi Żukowi z III LO we Wrocławiu za pracę „Opis izometrii wybranych przestrzeni metrycznych”.
2. Brązowy medal i nagrodę w wysokości zł. 8000. — Lucynie Dziedzic z LO w Działdowie za pracę „Teoria głodnej kozy”.
3. Dyplom uczestnictwa w finale i nagrodę w wysokości zł. 5000. — Piotrowi Malickiemu z Zespołu Szkół Mechanicznych nr 1 w Bydgoszczy za pracę „O pewnym twierdzeniu”.
4. Nagrody pieniężne w wysokości zł. 5000. — każda — opiekunom prac: kol. Krzysztofowi Omiljanowskiemu, kol. Piotrowi Szymaniakowi i kol. Zofii Rydzewskiej.



Andrzej Żuk w naturze.

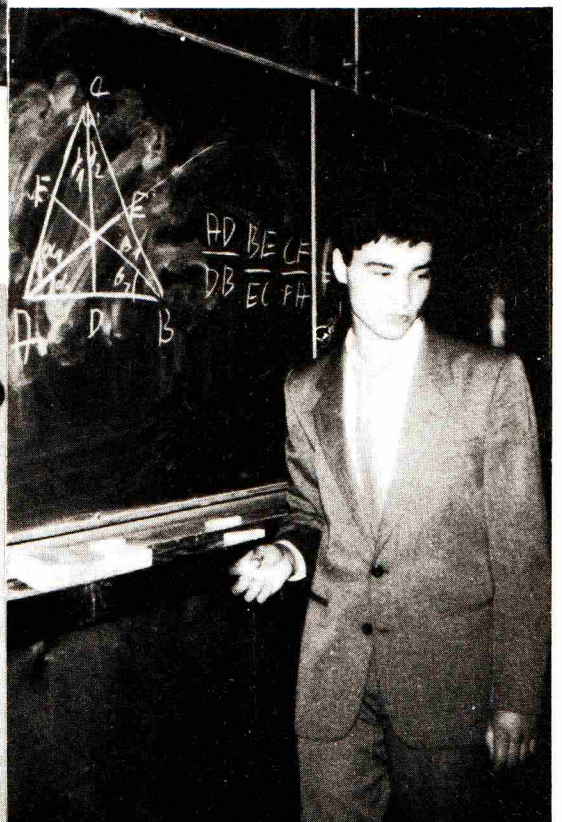
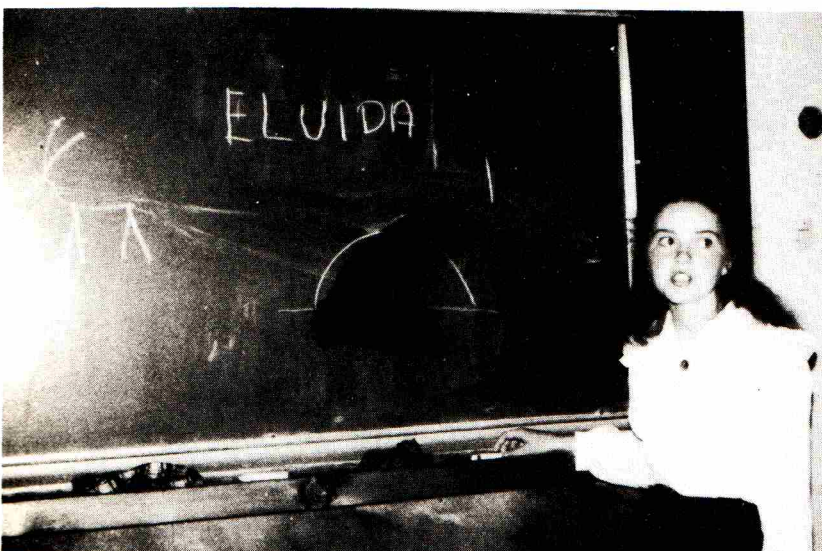
Karykaturzysta i karykaturowany.

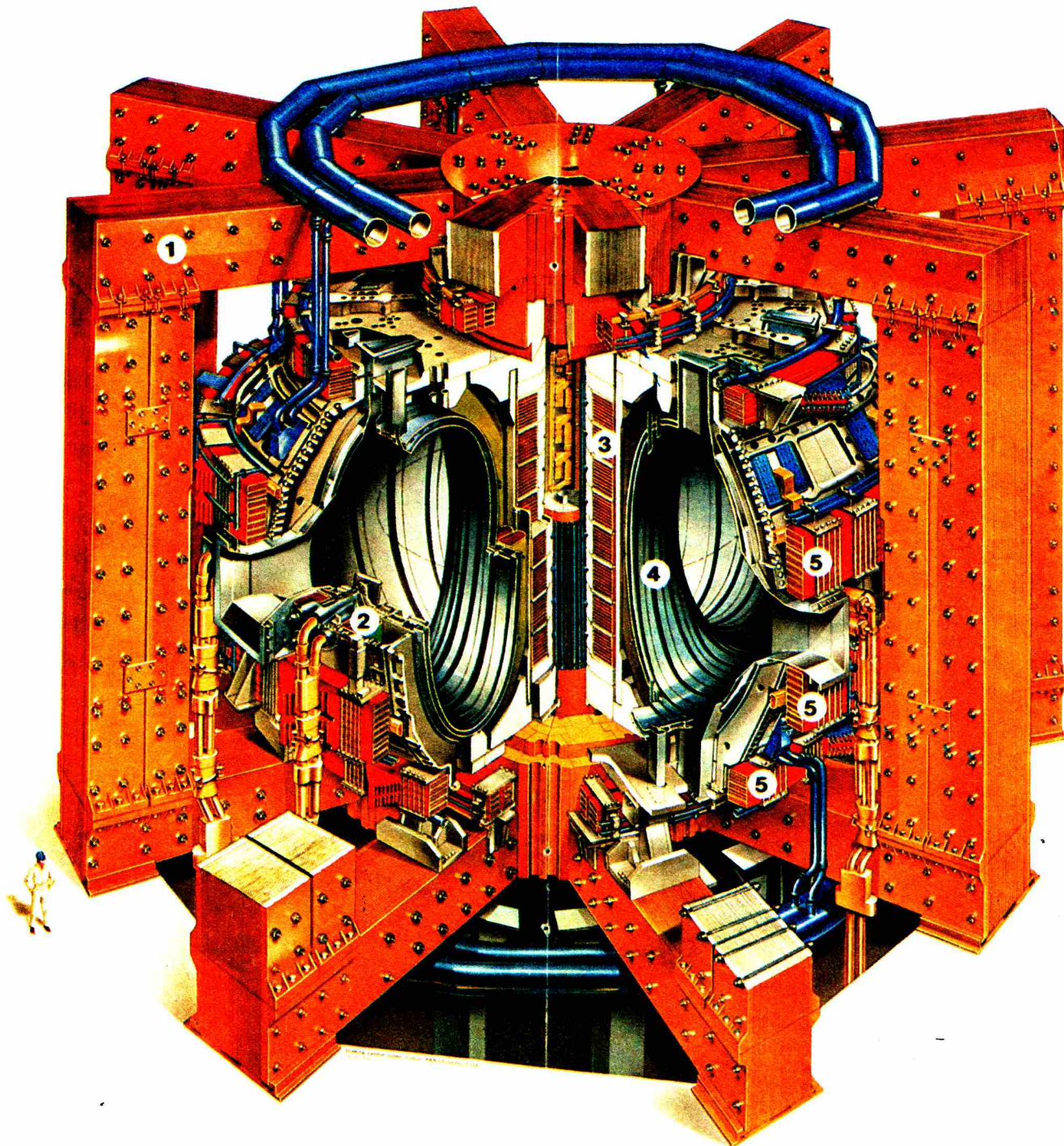


Lucyna Dziedzic

Fotografie dr. Wacława Wierzbickiego.

Piotr Malicki





JET — największy na świecie Tokamak

1. Rdzeń transformatora (waga — 2700 ton)
2. Cewki wytwarzające pole toroidalne (miedziane przewody chłodzone wodą)
3. Cewki wytwarzające wewnętrzne pole dipolowe (uzwojenie pierwotne)
4. Komora próżniowa (promień — 3 metry, wymiary kanału — $2,6 \times 4,6$ metra, waga — 100 ton)
5. Cewki wytwarzające zewnętrzne pole dipolowe

Wysokość obudowy	11,5 m
Zewnętrzna średnica obudowy	15 m
Całkowita moc zasilania	ponad 700 MW
Natężenie prądu w plazmie	4,8 MA
Natężenie pola magnetycznego	3,4 T
Czas trwania cyklu roboczego	20 s

Próbny rozruch Tokamaka JET trwa od 1983 roku. Przeprowadzenie pierwszej syntezy z użyciem trytu spodziewane jest w roku 1989.

Tokamak to urządzenie przeznaczone do uzyskania kontrolowanej syntezy termojądrowej o dodatnim bilansie energetycznym (t.j. dające więcej energii niż jest potrzebne do podtrzymania jego działania) — patrz Delta 12/1987.