

Redakcja "Delt" serdecznie dziękuje
Drukarni im. Rewolucji Październikowej
za blisko piętnastoletnią współpracę.

SPIS TREŚCI

NUMERU 5 (173)

Naprawa DNA <i>dr Zbigniew Domiński</i>	str. 1
Patrz w niebo	str. 3
Czy sferę można zawiązać? <i>dr Krzysztof Ciesielski</i> <i>dr Zdzisław Pogoda</i>	str. 4
O katalizie mionowej <i>dr Stanisław Mrówczyński</i>	str. 6
Mała Delta	str. 8
Magnetyczna mgławica	str. 11
Podziały figur	str. 11
Zadania	str. 12
Wzory kalendarzowe <i>mgr Roman Szymański</i>	str. 12
Klub 44	str. 14
Drobiazgi	str. 16
Biinwolutywność	str. 17

W następnym numerze:
proste konsekwencje trudnych
twierdzeń

„Delta”

matematyczno-fizyczno-astrofizyczny
miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego, Polskiego
Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
Towarzystwa Astronomicznego
wydawany przy poparciu
Ministerstwa Edukacji Narodowej

Komitet Redakcyjny
dr Maciej Bryński
dr Bogdan Cichoński
dr Antoni L. Dawidowicz
dr Alicja Derkowska
doc. dr Jan A. Gaj
doc. dr Bolesław Gleichgewicht
doc. dr Tomasz Hofmokl — v-przewodniczący
doc. dr Tadeusz Jarzębowski
doc. dr Marcin Kubiak
mgr Andrzej Mąkowski
dr Zbigniew Plochowski
dr Jan Rempała
prof. dr Konrad Rudnicki
prof. dr Grzegorz SitarSKI
prof. dr Józef I. Smak
prof. dr Kazimierz Stępień
prof. dr Mieczysław Subotowicz
doc. dr Andrzej Szymacha
doc. dr Aniela Wojska
prof. dr Andrzej Woszczyk
prof. dr Wojciech Zakowski —
przewodniczący

Redaguje kolegium w składzie:

mgr inż. Krzysztof Biesaga
mgr Krystyna Kordos — sekr. red.
dr hab. Marek Kordos — red. naczk.
dr Tomasz Kwast
mgr inż. arch. Mariola Lotys
dr Andrzej Majhofer
mgr Anna Rudnik
dr Jerzy Ryll
mgr Joanna Udalska

Adres Redakcji
ul. Koszykowa 6a
00-564 Warszawa
tel. 21-19-85

Krajowe Wydawnictwo Czasopism
RSW „Prasa—Książka—Ruch”
ul. Noakowskiego 14
00-666 Warszawa
tel. centr. 25-72-91 do 93
Biuro Reklam i Propagandy
tel. 25-56-26
Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark. wyd;
2,50 ark. druk;
papier offsetowy V kl. 70 g.
Wydrukowano w Drukarni
im. Rewolucji Październikowej
Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 6155/12/88. U-54.

WARUNKI PRENUMERATY

Cena prenumeraty kwartalnej zł 210,— półrocznej zł 420,— rocznej zł 840,—
1. dla osób prawnych — instytucji i zakładów pracy:
— instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miastach wojewódzkich i pozostałych miastach,
w których znajdują się siedziby oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, zamawiają prenumeratę
w tych oddziałach,
— instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW
„Prasa-Książka-Ruch” i na terenach wiejskich opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych
i u doręczycieli.
2. dla osób fizycznych — indywidualnych prenumeratorów:
— osoby fizyczne zamieszkałe na wsi i w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW
„Prasa-Książka-Ruch”, opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli,
— osoby fizyczne zamieszkałe w miastach — siedzibach oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”
opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych nadawczo-oddawczych właściwych
dla miejsca zamieszkania prenumeratora. Wpłaty dokonują używając „blankietu wpłaty”
na rachunek bankowy miejscowego oddziału RSW „Prasa-Książka-Ruch”.
3. Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala
Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV Oddział
w W-wie Nr 1153-201045-139-11. Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę pocztą zwykłą jest
droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zlecających indywidualnie i o 100% dla
zlecających instytucji i zakładów pracy.
Terminy przyjmowania prenumeraty na kraj i za granicę:
— do dnia 10 listopada na I kwartał, I półrocze roku następnego oraz cały rok następny,
— do dnia 1-go każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty roku bieżącego.

Cena 1 egzemplarza zł 70.—

Promieniowanie UV obejmuje fale elektromagnetyczne o długości od około 4 do 400 nm. Region ten wypełnia obszar między promieniowaniem X (poniżej 4 nm) a światłem widzialnym (promieniowanie, na które wrażliwe jest oko ludzkie, 400–700 nm). Na promieniowanie UV przypada około 10% całkowitej energii promieniowania słonecznego.

Wysoką wrażliwość na promieniowanie UV wykazują także dwa inne składniki komórkowe, tj. RNA i białka. Duża ilość identycznych kopii obu tych składników w komórce oraz możliwość ich odtworzenia dzięki informacji genetycznej zawartej w DNA sprawia, że zmiany fotochemiczne zachodzące w obrębie RNA i białek mają z punktu widzenia funkcji życiowych komórki znaczenie drugorzędne.

Ozon powstaje z tlenu cząsteczkowego (O_2), siłnie pochłaniającego fale o długości poniżej 200 nm i tlenu atomowego (O), tworzonego w wyniku reakcji fotochemicznej z tlenu cząsteczkowego. Ozon w znacznych ilościach występuje na wysokości od 20 do 30 km nad poziomem morza (stratosfera), osiągając maksimum koncentracji na wysokości około 28 km (1 cząsteczka O_3 na 10 milionów cząsteczek powietrza). Jego całkowita zawartość w atmosferze jest niewielka — wystarczyłaby na wytworzenie w normalnych warunkach temperatury i ciśnienia warstwy o grubości zaledwie 3 mm.



W 1877 roku Anglicy Downes i Blunt wykazali, że promieniowanie słoneczne ma charakter bakteriofóbny. Po 100 latach, które minęły od tego wydarzenia, dla nikogo nie jest tajemnicą, że za efekt ten odpowiedzialne jest promieniowanie ultrafioletowe (UV) stanowiące część widma emitowanego przez Słońce.

Podłożem szkodliwego wpływu promieniowania UV na organizmy żywe jest jego silna absorpcja przez DNA, substancję pełniącą podstawową funkcję w metabolizmie komórkowym i dziedziczeniu. Pod wpływem pochłoniętych kwantów energii wchodzące w skład DNA zasady pirymidynowe ulegają wzbudzeniu i z łatwością ze sobą reagują, tworząc tzw. dimery pirymidynowe (dwie sąsiednie zasady pirymidynowe połączone za pomocą nowo powstałego wiązania). Dimery pirymidynowe prowadzą do całkowitego zablokowania podstawowych funkcji DNA i to właśnie one w określonych warunkach mogą powodować szereg ujemnych efektów biologicznych, ze śmiercią komórki włącznie.

Dimery pirymidynowe z największą częstością tworzone są pod wpływem promieniowania UV o długości fali około 250–270 nm. W przedziale tym promieniowanie UV wywiera więc najbardziej szkodliwy wpływ na organizmy żywe. Obecnie powierzchnia naszej planety jest całkowicie pozbawiona tego zgubnego dla życia promieniowania. Za jego zatrzymanie w atmosferze ziemskiej odpowiedzialny jest ozon (O_3), powodujący silną absorpcję fal o długości 200–290 nm.

Istotnym czynnikiem ograniczającym ilość promieniowania UV docierającego do powierzchni Ziemi jest jego rozpraszanie przez obecne w atmosferze cząsteczki gazów, pyły i parę wodną. Rozpraszanie osiąga największą wartość dla fal krótkich. Oprócz niewidzialnego promieniowania UV silnie rozpraszane jest światło fioletowe oraz niebieskie, obejmujące najkrótsze fale odbierane przez oko ludzkie (konsekwencją tego jest niebieski kolor nieba).

Przyjmuje się, że we wczesnych etapach rozwoju życia na Ziemi atmosfera zawierająca nieznaczne ilości tlenu nie zabezpieczała skutecznie przed krótkofalowym promieniowaniem UV. Większość żyjących wówczas na naszej planecie organizmów unikała jego zgubnego wpływu zamieszkując głębsze warstwy wód i mułu. Ekspansja życia na powierzchnię stała się możliwa prawdopodobnie dopiero po wykształceniu przez organizmy wodne procesu fotosyntezy i nagromadzeniu w atmosferze ziemskiej znacznych ilości tlenu.

Spośród docierającego obecnie do powierzchni naszej planety promieniowania słonecznego ujemny wpływ na organizmy żywe wywierają jedynie fale zawarte w przedziale 290–310 nm. Fale o długości większej niż 310 nm są absorbowane przez zasady pirymidynowe tylko w niewielkim stopniu i nie inicjują zmian fotochemicznych w DNA. Promieniowanie słoneczne zawarte w paśmie 290–310 nm w warunkach dobrego nasłonecznienia jest wystarczające do wytworzenia w ciągu 100 minut około 1 miliona dimerów pirymidynowych w pojedynczej komórce człowieka. Zastosowanie jako filtru szkła okiennego o grubości 2 mm, nie przepuszczającego promieniowania poniżej 310 nm, niemal w całości zapobiega temu efektowi.

Źródłem zmian w DNA, oprócz krótkofalowego promieniowania słonecznego, jest także szereg innych czynników środowiska zewnętrznego. Do grupy tej zalicza się zarówno czynniki występujące naturalnie (radioaktywność skorupy ziemskiej, niektóre substancje pochodzenia roślinnego), jak i wprowadzone do przyrody w wyniku działalności człowieka (chemizacja życia, uboczne produkty rozwoju przemysłu i motoryzacji, wybuchy nuklearne). Warto zaznaczyć, że znaczna ilość uszkodzeń powstaje w DNA spontanicznie, bez widocznego wpływu środowiska zewnętrznego. Ich przyczyną są normalnie zachodzące w komórce procesy metaboliczne oraz skokowe zmiany temperatury i pH.

Ogromna ilość uszkodzeń powstających w DNA w warunkach fizjologicznych spowodowała, że stosunkowo wcześnie w ewolucji organizmy żywe wykształciły mechanizmy obronne, neutralizujące szkodliwy wpływ środowiska i zapewniające stałą funkcjonalność ich materiału genetycznego. Mechanizmy te znane są pod ogólną nazwą naprawy DNA. O randze tego procesu w życiu organizmów doskonale świadczy eksperyment, w którym ekspozycji słonecznej poddawano komórki bakteryjne dwóch różnych typów. Dla mutantka całkowicie niezdolnego do naprawy DNA jedna minuta naświetlania jest wystarczająca do spowodowania śmierci ponad 90% komórek. W przypadku komórek szczepu dzikiego, wykazującego normalną aktywność tego procesu, analogiczny efekt obserwuje się dopiero po kilkugodzinnej ekspozycji. Naprawa DNA jest więc zjawiskiem powszechnym, którego obecność wykryto we wszystkich bez wyjątku badanych organizmach żywych.

Badania ostatniego czterdziestolecia doprowadziły do wykrycia kilku odrębnych dróg enzymatycznych, odpowiedzialnych za usuwanie uszkodzeń z DNA. Najprostszą z nich jest, opisana po raz pierwszy w 1949 roku, fotoreaktywacja. W procesie tym bierze udział tzw. enzym fotoreaktywujący, który łączy się z DNA w miejscu występowania dimeru, a następnie pochłaniając kwant promieniowania o długości fali 340–480 nm (tzw. bliski UV oraz światło

fioletowe i niebieskie) doprowadza do jego rozszczepienia. Efektem tej prostej enzymatycznej reakcji jest odtworzenie pierwotnej struktury DNA oraz oddzielenie enzymu fotoreaktywującego.

Fotoreaktywacja to forma przystosowania organizmów żywych do przebywania w warunkach silnej ekspozycji słonecznej, umożliwia bowiem eliminację znacznych ilości dimerów pirymidynowych przy wykorzystaniu energii promieniowania pochodzącego z tego samego źródła co promieniowanie UV, odpowiedzialne za powstawanie uszkodzeń w DNA. W naturalnym środowisku życia organizmów fotoreaktywacja ulega zahamowaniu po zachodzie Słońca, a zatem równocześnie z ustaniem szkodliwego wpływu promieniowania UV.

Obecność enzymu fotoreaktywującego stwierdzono w bardzo wielu (choć nie wszystkich) organizmach żywych, począwszy od najprostszych bakterii, na ssakach, z człowiekiem włącznie, kończąc. Zdolność do fotoreaktywacji wykazuje również *Escherichia coli*, bakteria zamieszkująca przewód pokarmowy człowieka, stale odcięta od dostępu promieniowania słonecznego. Prawdopodobnie obecność enzymu fotoreaktywującego w *E. coli* ma charakter reliktowy i jest odzwierciedleniem dawnych etapów ewolucji, w których bakteria ta była narażona na intensywne promieniowanie słoneczne.

Organizmy żywe zdolne są do naprawy dimerów pirymidynowych także w warunkach całkowitej ciemności. Procesem umożliwiającym usuwanie uszkodzeń z DNA bez udziału energii promienistej jest naprawa przez wycinanie. Ta droga naprawy jest bardziej skomplikowana od fotoreaktywacji i w najprostszych organizmach, jakimi są bakterie, wymaga aktywności kilku odrębnych białek enzymatycznych. Reakcja inicjowana jest przez tzw. UV-endonukleazę, która wprowadza jednoniciowe nacięcie w DNA w pobliżu uszkodzenia (DNA składa się z dwóch nici, z których jedna jest ścisłym odwzorowaniem drugiej). W dalszych etapach dochodzi do wycięcia uszkodzenia wraz z obszarami przyległymi i odtworzenia usuniętego fragmentu na matrycy drugiej, nieuszkodzonej nici DNA. Naprawa DNA przez wycinanie jest procesem niezwykle ważnym dla organizmów żywych, prowadzi bowiem do eliminacji znacznie szerszego zakresu uszkodzeń niż fotoreaktywacja. Proces ten chroni przed negatywnymi wpływami nie tylko promieniowania UV, lecz także niektórych innych czynników fizycznych oraz szeregu związków chemicznych.

Na zakończenie wspomnieć warto o naprawie DNA u człowieka. W komórkach naszego organizmu wykryto większość z poznanych w organizmach niższych dróg naprawy DNA, chociaż ich szczegółowy przebieg pozostaje do chwili obecnej nieznanym. Zablockowanie każdej z tych dróg na poziomie organizmu ujawnia się w rozwoju szeregu charakterystycznych objawów chorobowych. Najlepiej zbadaną od strony molekularnej chorobą jest *xeroderma pigmentosum*. Jej przyczyną jest częściowa niezdolność komórek do naprawy uszkodzeń powstających w DNA pod wpływem promieniowania UV (a więc głównie dimerów pirymidynowych). Niska efektywność usuwania fotoproduktów z DNA prowadzi w konsekwencji nie tylko do szybszego obumierania komórek skóry, lecz także do nagromadzenia trwałych zmian w ich materiale genetycznym (tzw. mutacji) i uruchomienia procesu nowotworowego. Liczne nawroty nowotworów skóry są najczęstszą przyczyną śmierci osób chorych na *xeroderma pigmentosum* (w przypadku wyższych organizmów wielokomórkowych, zdolnych do regeneracji obumierających komórek ciała, zgonne okazują się nie letalne, a mutagenne właściwości promieniowania UV). Jest rzeczą ciekawą, że długotrwałe przebywanie na słońcu sprzyja szybszemu starzeniu się skóry w miejscach eksponowanych i rozwojowi na ich obszarze nowotworów złośliwych także u osobników zdrowych, w szczególności u wykazujących obniżenie aktywności enzymów reperacyjnych ze względu na podeszły wiek. Wyobrazić sobie zatem można, jak wielkie konsekwencje dla życia na Ziemi miałyby zmniejszenie ilości ozonu atmosferycznego i związane z tym zwiększone przenikanie do powierzchni naszej planety fal o długości poniżej 290 nm, niezwykle skutecznego czynnika uszkadzającego DNA. Groźba ta staje się ostatnio coraz bardziej realna w związku z wprowadzaniem do otoczenia niektórych substancji chemicznych.

Organizm ludzki, oprócz naprawy DNA, dysponuje także innym mechanizmem chroniącym go przed szkodliwym wpływem krótkich fal UV. Jest nim opalanie, polegające na zwiększaniu w powierzchniowych warstwach skóry ilości brązowego barwnika — melaniny. Barwnik ten silnie pochłania i rozprasza promieniowanie UV i ogranicza tym samym jego ilość wnikającą do głębszych pokładów ciała. Brązowienie skóry stymulowane jest przez te same fale, które powodują powstawanie uszkodzeń w DNA. Proces ten jest najbardziej efektywny nad morzem oraz wysoko w górach, gdzie dociera stosunkowo najwięcej promieniowania krótkofalowego.

Opalanie jest jednak stosunkowo mało skutecznym mechanizmem ochronnym. Murzyni (których skóra zawiera wiele melaniny) z *xeroderma pigmentosum* wykazują objawy chorobliwe zbliżone do tych, jakie stwierdza się u białych pacjentów zamieszkujących w tych samych warunkach nasłonecznienia. Decydujące znaczenie w neutralizowaniu szkodliwego wpływu krótkofalowego promieniowania słonecznego na organizm ludzki przypisać zatem należy niezwykle wydajnym mechanizmom naprawy DNA.

Rozwiązanie zadania M 506. Rozpatrzmy dowolny wielokąt z opisanego rozdziału. Niech n oznacza liczbę jego boków. Każdy bok zawiera się w pewnej przekątnej. Niech n_i oznacza liczbę takich przekątnych, przechodzących przez i -ty wierzchołek siedemnastokąta. Mamy $n_1 + \dots + n_{17} = 2n$. Z drugiej strony, $n_i \leq 2$, czyli $2n \leq 34$, skąd $n \leq 17$.
Może się zdarzyć, że $n = 17$ — np. w siedemnastokącie foremnym wpisanym w okrąg środek okręgu leży wewnątrz mniejszego siedemnastokąta.

Zbliża się pora wakacji, warto więc zastanowić się nad sposobami praktycznego wykorzystania orientacji na nocnym niebie. Być może przyda się to niektórym podczas żeglarskich wędrowek po bezkresnych obszarach mórz i oceanów. Zagadnienie wyznaczania współrzędnych geograficznych i czasu na podstawie obserwacji położenia ciał niebieskich jest jednym z najstarszych zastosowań astronomii praktycznej. Szczególnego znaczenia nabrało ono wraz z rozwojem podróży transoceanicznych. Jak się okazuje, nie tylko ludzie potrafią orientować swe położenie na podstawie wyglądu nieba. Eksperymenty przeprowadzone w planetarium wykazały, że również ptaki na podstawie położenia gwiazd ustalają kierunek drogi na niewiarygodnie długich trasach swych sezonowych wędrowek.

Dziś, w dobie rozwoju zaawansowanych metod łączności radiowej, satelitarnej oraz innych systemów nawigacyjnych, praktyczne wykorzystanie orientacji na podstawie wyglądu nieba ma z pewnością mniejsze znaczenie. Jednak wszelkie przyrządy są, w przeciwieństwie do wiecznie świecących gwiazd, zawodne. W razie awarii to właśnie gwiazdy pozostają ostatnią „deską ratunku” dla znajdujących się w opałach żeglarzy i pilotów. Nawigacja niebieska stanowi wciąż poważną część ich praktycznego szkolenia. Szczególnie przydatna może być właśnie dla pilotów, których samoloty wznoszą się często ponad chmury, nie są więc oni uzależnieni od pogody w tym stopniu, co marynarze.

Podstawowa metoda określania współrzędnych geograficznych miejsca obserwacji opiera się na pomiarze wysokości h gwiazd (ściślej: ich odległości zenitalnej $z = 90^\circ - h$) nad horyzontem. Najlepszą porą do przeprowadzania obserwacji jest zmrok i świt, kiedy zarówno gwiazda, jak i horyzont są widoczne. Pomiaru dokonuje się za pomocą trzymanego w ręku sekstansu — jest to bowiem przyrząd nie wymagający ustawienia na stałym, sztywnym podłożu, co ma szczególne znaczenie podczas podróży morskich i powietrznych. Oprócz wysokości gwiazdy nad horyzontem konieczna jest znajomość jej współrzędnych równikowych (rektascensji α i deklinacji δ) oraz momentu obserwacji (np. w Czasie Uniwersalnym).

Nie ma problemu z określeniem współrzędnych geograficznych punktu, w którym gwiazda znajduje się w danym momencie w zenicie. Jego szerokość geograficzna odpowiada deklinacji gwiazdy, długość geograficzna zaś jest równa kątowi godzinnemu t gwiazdy dla Greenwich. Z kolei kąt godzinny można wyrazić przez czas gwiazdowy w Greenwich s_G i rektascensję gwiazdy za pomocą związku $t = s_G - \alpha$; s_G wyznacza się (z tablic lub odpowiednich wzorów) na podstawie znajomości momentu obserwacji. Słowem, znając s_G i α można wyznaczyć długość geograficzną $\lambda = s_G - \alpha$.

Zaobserwowanie gwiazdy, o znanych współrzędnych, w zenicie daje więc bezpośrednią informację o współrzędnych geograficznych miejsca obserwacji. Gdy gwiazda znajduje się w pewnej odległości od zenitu, wiadomo jedynie, że obserwator położony jest w którymś z punktów okręgu (tzw. koła pozycyjnego) ze środkiem w punkcie o współrzędnych geograficznych odpowiadających położeniu gwiazdy w zenicie i promieniem równym zmierzonej odległości zenitalnej. Ta informacja jest, rzecz jasna, niewystarczająca. Zwróćmy jednak uwagę, że wyznaczając w analogiczny sposób koło pozycyjne dla innej gwiazdy redukujemy zagadnienie położenia obserwatora do dwóch punktów, w których oba okręgi przecinają się. Zwykle, wobec znacznej odległości punktów przecięcia, nie ma wątpliwości, który z nich jest tym właściwym.

Standardową listę pięćdziesięciu siedmiu gwiazd nawigacyjnych, z której korzystają marynarze i lotnicy na całym świecie, przedstawiamy obok. Przy układaniu listy kierowano się koniecznością spełnienia pewnych warunków. Przede wszystkim wybierano gwiazdy dostatecznie jasne (w większości jaśniejsze niż 2 mag), aby już o zmroku — gdy horyzont jest jeszcze widoczny — mogły być zaobserwowane. Wybierano je tak, by były możliwe równomiernie rozłożone na całym niebie, aby w każdym punkcie kuli ziemskiej zawsze przynajmniej dwie z nich były widoczne jednocześnie. W związku z tym wiele jasnych gwiazd pominięto, a w obszarach ubogich w jasne gwiazdy włączono obiekty trzeciej wielkości gwiazdowej, takie jak *Menkar*, *Gienah* i *Zubenelgenubi*. Przy układaniu listy uwzględniano również wymaganie, by wybierane gwiazdy miały nazwy własne. Jak uczy doświadczenie, łatwiej operuje się nazwami niż numerami katalogowymi czy oznaczeniami literowymi. Większość nazw gwiazd z listy jest pochodzenia arabskiego. Dotyczy to zresztą nazw wszystkich gwiazd — spośród istniejących oficjalnie 275 nazw 80% jest pochodzenia arabskiego, 15% pochodzenia greckiego i około 5% pochodzenia łacińskiego. Istnieje wiele jasnych nie nazwanych gwiazd południowej półkuli nieba, gdyż obszary te były słabo dostępne lub w ogóle niedostępne do obserwacji w czasach, gdy powstawały tradycyjne nazwy. W związku z tym na potrzeby nawigacji po II wojnie światowej nadano nazwy czterem gwiazdom: *Avior*, *Atria*, *Ankaa* i *Menkent*. Warto podkreślić, że są to jedyne nazwy gwiazd pochodzące z czasów nowożytnych.

Zwróćmy uwagę, że na liście nie znalazła się Gwiazda Polarna. Jej szczególne położenie w pobliżu północnego bieguna nieba powoduje, że nawigatorzy stosują inne, niż opisana wyżej, metody wykorzystujące ją do wyznaczania współrzędnych geograficznych miejsca obserwacji.

mgr Joanna UDALSKA

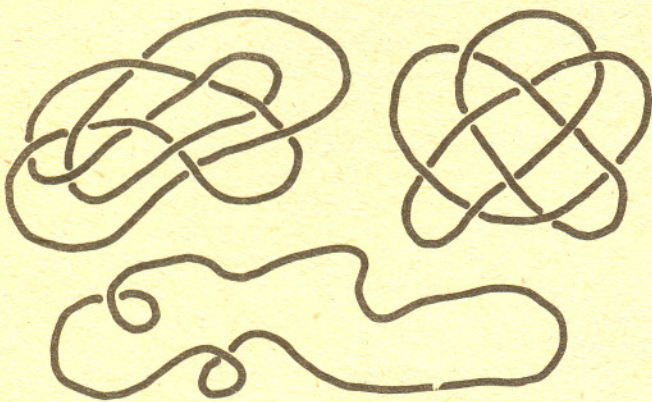
<i>Acamar</i>	θ Eridani
<i>Achernar</i>	α Eridani
<i>Acrux</i>	α Crucis
<i>Adhara</i>	ϵ Canis Majoris
<i>Aldebaran</i>	α Tauri
<i>Alioth</i>	ϵ Ursae Majoris
<i>Alkaid</i>	η Ursae Majoris
<i>Al Na'ir</i>	α Gruis
<i>Alnilam</i>	ϵ Orionis
<i>Alphard</i>	α Hydrae
<i>Alphecca</i>	α Coronae Borealis
<i>Alpheratz</i>	α Andromedae
<i>Altair</i>	α Aquilae
<i>Ankaa</i>	α Phoenicis
<i>Antares</i>	α Scorpii
<i>Arcturus</i>	α Bootis
<i>Atria</i>	α Trianguli Australis
<i>Avior</i>	ϵ Carinae
<i>Bellatrix</i>	γ Orionis
<i>Betelgeuse</i>	α Orionis
<i>Canopus</i>	α Carinae
<i>Capella</i>	α Aurigae
<i>Deneb</i>	α Cygni
<i>Denebola</i>	β Leonis
<i>Diphda</i>	β Ceti
<i>Dubhe</i>	α Ursae Majoris
<i>Elnath</i>	β Tauri
<i>Eltanin</i>	γ Draconis
<i>Enif</i>	ϵ Pegasi
<i>Fomalhaut</i>	α Piscis Austrini
<i>Gacrux</i>	γ Gruis
<i>Gienah</i>	γ Corvi
<i>Hadar</i>	β Centauri
<i>Hamal</i>	α Arietis
<i>Kaus Australis</i>	ϵ Sagittarii
<i>Kochab</i>	β Ursae Minoris
<i>Markab</i>	α Pegasi
<i>Menkar</i>	α Ceti
<i>Menkent</i>	θ Centauri
<i>Miaplacidus</i>	β Carinae
<i>Mirfak</i>	α Persei
<i>Nunki</i>	σ Sagittarii
<i>Peacock</i>	α Pavonis
<i>Pollux</i>	β Geminorum
<i>Procyon</i>	α Canis Minoris
<i>Rasalhague</i>	α Ophiuchi
<i>Regulus</i>	α Leonis
<i>Rigel</i>	β Orionis
<i>Rigel Kentaurus</i>	α Centauri
<i>Sabik</i>	η Ophiuchi
<i>Schedar</i>	α Cassiopeiae
<i>Shaula</i>	λ Scorpii
<i>Sirius</i>	α Canis Majoris
<i>Spica</i>	α Virginis
<i>Suhail</i>	λ Velorum
<i>Vega</i>	α Lyrae
<i>Zubenelgenubi</i>	α Librae

Czy sferę można zawiązać?

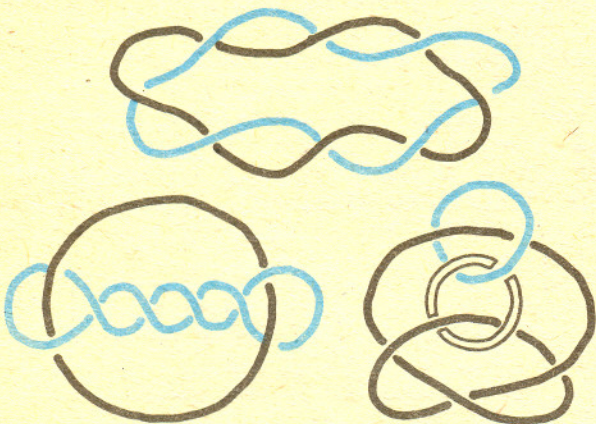
Dr Krzysztof CIESIELSKI, dr Zdzisław POGODA

Pytanie postawione w tytule brzmi abstrakcyjnie, żeby nie powiedzieć nonsensownie. Wiązanie kojarzy nam się raczej z tworami takimi, jak sznurki, tasiemki — z grubsza mówiąc, z wymiarem 1. Sfera natomiast — to dwuwymiarowa powierzchnia. Jak można myśleć o wiązaniu czegoś takiego?

W *Delcie* zamieszczono już kilka artykułów o węzłach. Przypomnijmy krótko, że węzeł nazywamy figurę topologicznie równoważną (homeomorficzną) z okręgiem. Mniej precyzyjnie — węzeł to okrąg, który może być „dziwnie” położony w przestrzeni.



Jest tu pewna różnica w porównaniu z potocznym rozumieniem słowa „węzeł”. W praktyce tworzymy je za pomocą linki czy sznurka. Rozważamy także sploty: przez splot rozumiemy rozłączną sumę skończonej liczby węzłów. Zauważmy w szczególności, że każdy węzeł jest splotem.

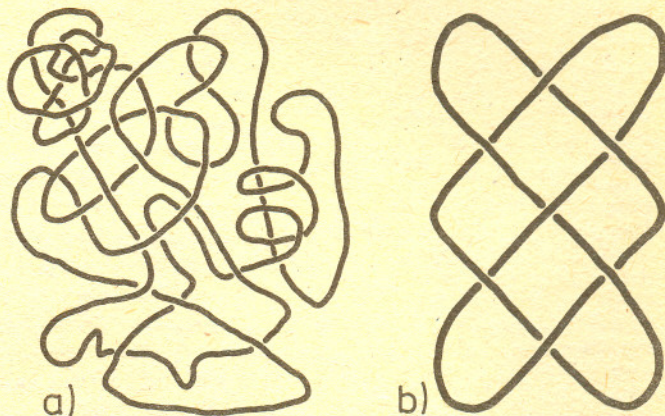


Czemu węzły mogą być interesujące, choć są one homeomorficzne z okręgiem? Dlatego, że na skutek „niestandardowego” umieszczenia w przestrzeni może się zdarzyć, iż nie da się ich bez rozerwania i sklejania doprowadzić do „normalnego” stanu okręgu. Matematycy lubią uogólniać definicje, twierdzenia... Prowadzi to czasem do zaskakujących interesujących rezultatów. Jeśli „dziwnie położony” mógł być okrąg — czyli sfera jednowymiarowa, to dlaczego nie zrobić tego ze zwykłą, dwuwymiarową? Można spróbować. Łatwo jednak wyczuć, że trójwymiarowa przestrzeń jest w tym celu za ciasna. Okręgu nie potrafimy zawiązać na płaszczyźnie — trzeba zwiększyć wymiar o jeden. Okazuje się, że jest tak i w naszym przypadku. Sferę dwuwymiarową można „zawiązać” w przestrzeni o wymiarze 4.

Spróbujmy wyrazić się bardziej precyzyjnie. Najpierw parę słów o innym pojęciu, nazwanym położeniem. Dwa zbiory A i B są

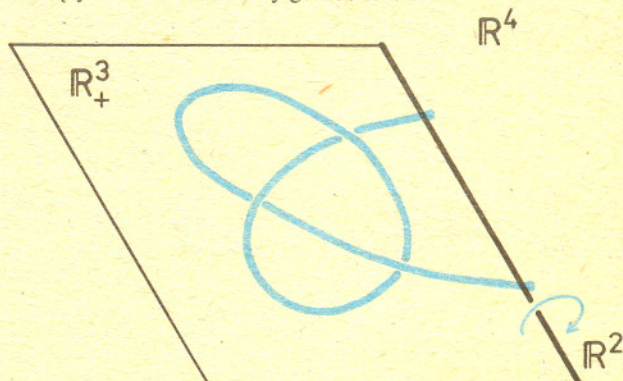
jednakowo położone w \mathbb{R}^n , jeśli istnieje homeomorfizm \mathbb{R}^n na siebie przeprowadzający A na B . Metoda, za pomocą której często tłumaczy się intuicyjnie homeomorfizm, w praktyce opisuje właśnie jednakowe położenie: pozwalamy jeden ze zbiorów deformować „porządnie”, czyli wyginać, rozciągając, ściskać — ale nie rozrywać lub kleić! — tak, by otrzymać zbiór drugi.

Zauważmy, że każde dwa jednakowo położone zbiory są homeomorficzne (wystarczy w definicji zacieśnić homeomorfizm z \mathbb{R}^n do zbioru A), ale nie odwrotnie! Na przykład okrąg jest jednakowo położony w \mathbb{R}^3 z figurą (a) na poniższym rysunku, ale nie z węzłem (b).



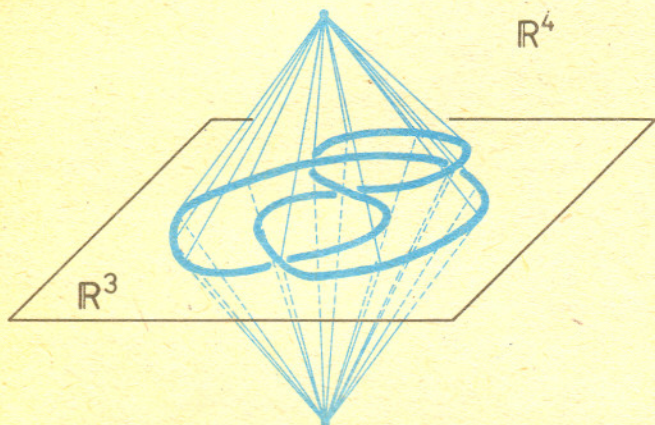
Będziemy mówić, że zbiór A zawarty w \mathbb{R}^4 (homeomorficzny ze sferą S^2) jest sferą zawiązaną w sposób istotny (inaczej: sferą zawężloną), jeśli nie jest on jednakowo położony z tzw. kanoniczną postacią S^2 , czyli zbiorem $\{(x_1, x_2, x_3, 0) \in \mathbb{R}^4 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}$.

Jeżeli okrąg (zanurzony w \mathbb{R}^3) będziemy obracać wokół jednej z jego osi symetrii, to otrzymamy zwykłą sferę dwuwymiarową. Co może się stać, jeśli zamiast zwykłego okręgu będziemy kręcić okręgiem zawiązanym? Gdy zrobimy to w zwykłej przestrzeni, to powstaną tzw. „samoprzecięcia”, trzeba więc dołożyć jeszcze jeden wymiar. Rozważmy płaszczyznę \mathbb{R}^2 opisaną jako $\{(x_1, x_2, 0, 0) : x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$ zawartą w \mathbb{R}^4 , a przez \mathbb{R}_+^3 oznaczmy „półprzestrzeń z brzegiem \mathbb{R}^2 ”, czyli $\{(x_1, x_1, x_3, 0) : x_3 > 0\}$. Punkty z tej półprzestrzeni możemy obracać wokół \mathbb{R}^2 (wydaje się to bardzo zaskakujące, ale jest w \mathbb{R}^4 możliwe). Jeżeli punkt o współrzędnych $(x_1, x_2, x_3, 0)$ obrócimy wokół \mathbb{R}^2 o kąt φ , to otrzymamy punkt o współrzędnych $(x_1, x_2, x_3 \cos \varphi, x_3 \sin \varphi)$. Weźmy w \mathbb{R}_+^3 „zawężlony” odcinek (nie okrąg) o końcach należących do \mathbb{R}^2 i obróćmy go dookoła \mathbb{R}^2 .



Krzywa zakreśli powierzchnię homeomorficzną ze sferą, ale będzie to sfera zawężona! Jej rzuty na jakąkolwiek trójwymiarową podprzestrzeń \mathbb{R}^4 będą miały punkty samoprzecięcia — tak, jak mają punkty samoprzecięcia rzuty na płaszczyznę zawartego w \mathbb{R}^3 węzła (istotnego, czyli nie położonego jednakowo z okręgiem).

Zawężone sfery można utworzyć także na podstawie innej konstrukcji. Weźmy węzeł (istotny) położony w \mathbb{R}^3 , traktując przestrzeń \mathbb{R}^3 jako $\mathbb{R}^3 \times \{0\}$, czyli podzbiór \mathbb{R}^4 . Wybierzmy dwa punkty w \mathbb{R}^4 — jeden „nad przestrzenią”, drugi „pod nią” (np. $(0, 0, 0, 1)$ i $(0, 0, 0, -1)$). Można to zrobić, gdyż \mathbb{R}^3 dzieli czterowymiarową przestrzeń na dwie części, tak samo, jak robi to płaszczyzna z przestrzenią trójwymiarową. Jeżeli teraz połączymy odcinkami punkty węzła z naszymi dwoma punktami, to otrzymamy sferę, ale inaczej położoną, niż ta zwykła.

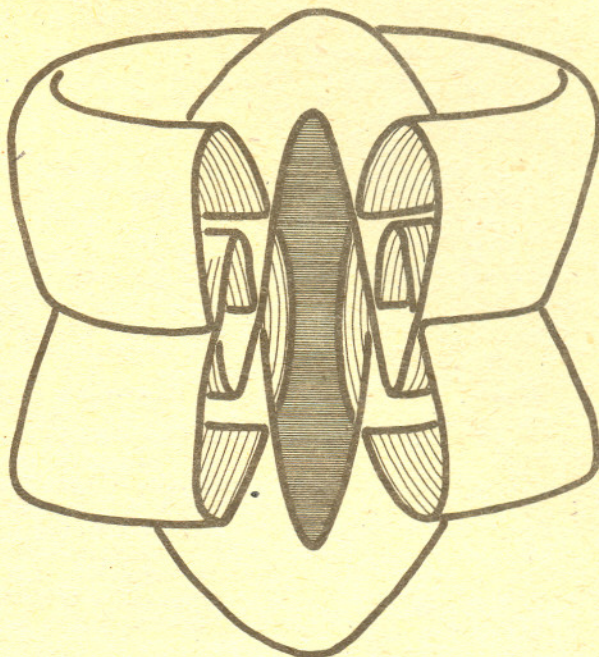


Obie metody zostały po raz pierwszy przedstawione przez Emila Artina w roku 1925. Dzięki nim stwierdzono, że sferę można zawiązać na nieskończenie wiele (nierównoważnych) sposobów.

Nasuwa się w tym miejscu kolejne pytanie: czy wszystkie „zawiązane sfery” mogą powstać przy wykorzystaniu jednej z opisanych wyżej metod? Gdyby tak było, teoria węzłów dwuwymiarowych dałaby się sprowadzić do teorii zwykłych węzłów. Niestety — tak dobrze nie jest. Istnieje sporo takich położonych sfer w \mathbb{R}^4 , których nie da się otrzymać za pomocą opisanych konstrukcji. Z tego powodu praca nad teorią węzłów dwuwymiarowych wymaga stosowania nieco innych metod niż w teorii węzłów jednowymiarowych. Jedną z nich polega na cięciu sfery (zanurzonej w \mathbb{R}^4) przestrzeniami trójwymiarowymi. W wyniku takiej operacji powstaje węzeł w \mathbb{R}^3 , splot (z którego definicją już się zapoznaliśmy) lub układ punktów. Okazało się, że za pomocą metod algebraicznych można (choć nie jest to zadanie łatwe) z wyników cięcia odtworzyć obraz całej sfery. Dużą rolę odgrywa tu dobrze znane topologom twierdzenie Seiferta — van Kampena. Przy okazji odkryto niezwykle zjawisko: może się zdarzyć, że sfera nie jest zawężona w \mathbb{R}^4 , ale mimo to jej cięcie może przedstawiać nietrywialny splot lub być węzłem zawiązanym w sposób istotny. (Splotem nietrywialnym lub istotnym nazywa się splot nie położony jednakowo z układem okręgów, których żadna para nie jest ze sobą „zapętłona” — inaczej mówiąc, łańcuch węzłów, nie rozpadający się na ogniwa bez ich rozrywania.) Odpowiedni przykład przedstawił John Stallings.

Wspomnieliśmy o splotach okręgów. Analogicznie można rozwijać teorię splotów dwu- i wyżej wymiarowych. Przy badaniu splotów sfer dwuwymiarowych także wykorzystuje się cięcia. I tu pojawiają się niespodzianki. Mianowicie: można pokazać dwie trójwymiarowe kule, zawarte w \mathbb{R}^4 , rozłączne, lecz tak położone, że po przecięciu odpowiednią trójwymiarową przestrzenią ich

brzegów (czyli sfer) otrzymamy istotny splot. Możliwa jest też sytuacja taka, że dwie sfery utworzą splot trywialny, ale nie można ich przedstawić jako brzegów dwóch kul rozłącznych. Takie sfery nazywają się nierozszczepialnymi. Rysunek przedstawia sposób otrzymania tej konfiguracji.



Sploty sfer wyżej wymiarowych mogą zachowywać się bardzo dziwnie w zależności od wymiaru przestrzeni, w której je rozważamy. Wiadomo, że okręgi nie dadzą się spleść w sposób istotny w przestrzeni cztero- i wyżej wymiarowej. Wydaje się to zrozumiałe — w takich przestrzeniach jest „więcej miejsca” niż w \mathbb{R}^3 . Podobnych efektów należałoby się spodziewać także w przypadku sfer o wyższych wymiarach. Niemniej jednak rezultaty bywają czasami co najmniej zaskakujące. Przytoczmy jeden z przykładów: kiedy dwie 50-wymiarowe sfery tworzą splot? Odpowiedź jest następująca: w przestrzeni o 102 wymiarach (i wyżej) takie sfery zawsze można rozpleść. Gdy wymiar przestrzeni wynosi 101, 100, 99, 98, to sploty istotne są możliwe, ale jeśli jest on równy 97 lub 96 — nie! A dla wymiarów niższych od 96 (do 52, bo dalsze badania oczywiście nie mają sensu) sploty nietrywialne sfer pięćdziesięciowymiarowych można znowu konstruować.

Badanie tego typu zjawisk nie jest sprawą prostą. Silnych środków dostarcza topologia algebraiczna, dokładniej teoria homotopii. Konstruuje się mianowicie tzw. grupy homotopii zbiorów. Problemy zawiązywania i splatania sfer można rozstrzygnąć za pomocą ich grup homotopii. Jednak — choć brzmi to może zaskakująco, jako że grupy te (w ogólnym przypadku) zdefiniowane zostały bardzo dawno, a sfera jest — wydawałoby się — jednym z najwładniejszych obiektów badań — do dziś niektóre grupy homotopii pewnych sfer nie są znane! Przy ich obliczaniu nie ma żadnej regularności, nie znaleziono żadnego algorytmu.

Istnieje ciekawy, mający wiele zastosowań aparat matematyczny, powstały dzięki próbom rozwiązania problemów teorii węzłów. Bywało też i odwrotnie. Metody, stworzone w innym celu, stosowano do „rozplątywania” węzłów wielowymiarowych — choć nie gordyjskich, ale niewykłuczone, że bardziej skomplikowanych. Z różnym rezultatem. Wiele pytań do dziś czeka na odpowiedź. Rozstrzygnięcie otwartych zagadnień teorii przynieść może jeszcze niejedną niespodziankę.

O katalizie mionowej i reaktorze termojądrowym

Dr Stanisław MRÓWCZYŃSKI

Rozwiązanie zadania F 244. Jeśli pręt porusza się z prędkością v , to ciecz jako nieściśliwa powinna przepływać w kierunku przeciwnym między prętem a ściankami rury z prędkością u taką, że

$$\pi r^2 v = \pi (R^2 - r^2) u.$$

Otrzymujemy stąd

$$u = v \frac{r^2}{R^2 - r^2}.$$

Prędkość cieczy u przyjmujemy za jednakową wszędzie, z wyjątkiem niewielkich obszarów wokół końców pręta. Jednakże jeśli długość pręta $l \gg r$, to wkład tych obszarów do całkowitej energii układu możemy zaniedbać. Na podstawie prawa zachowania energii przy wznoszeniu pręta na wysokość h otrzymujemy

$$\rho_2 \pi r^2 l \frac{v^2}{2} + \rho_1 \pi (R^2 - r^2) l \frac{u^2}{2} = (\rho_1 - \rho_2) \pi r^2 l g h.$$

Z ostatnich dwóch równań otrzymujemy

$$v = \left[\frac{2gh(1 - \rho_2/\rho_1)}{\rho_2/\rho_1 + r^2/(R^2 - r^2)} \right]^{1/2},$$

a stąd przyspieszenie

$$a = \frac{v^2}{2h} = g \frac{1 - \rho_2/\rho_1}{\rho_2/\rho_1 + r^2/(R^2 - r^2)}.$$

Jednym z najważniejszych problemów, przed którymi stoi nasza cywilizacja, jest problem nowych źródeł energii. Istnieją uzasadnione obawy, że tradycyjne źródła energii, takie jak ropa naftowa czy węgiel, ulegną szybkiemu wyczerpaniu, zanim jednak to nastąpi, dalszy rozwój energetyki wykorzystującej te źródła doprowadzi do dewastacji środowiska naturalnego. Również energetyka jądrowa, choć niezwykle efektywna, niesie ze sobą liczne zagrożenia. Duże nadzieje wiąże się z możliwością wykorzystania reakcji syntezy lekkich jąder atomowych do produkcji energii.

Synteza jądra atomowego z dwóch jąder lżejszych może nastąpić, gdy zbliżymy je na odległość, przy której zaczynają działać przyciągające siły jądrowe, to znaczy na odległość rzędu 10^{-12} cm. Jądra atomowe mają jednak dodatnie ładunki elektryczne i odpychają się na odległościach przekraczających zasięg sił jądrowych. Wynika stąd, że mogą się połączyć tylko takie dwa jądra, które podczas zderzenia mają energię kinetyczną (w układzie ich środka masy) większą niż energia odpychania elektrostatycznego w odległości 10^{-12} cm. Energia ta jest rzędu 0,1 MeV i aby uzyskać gaz tak szybkich jąder, należy podgrzać go do astronomicznej temperatury rzędu miliarda stopni — jak pamiętamy — temperatura gazu jest proporcjonalna do średniej energii kinetycznej cząstek. Jest to pierwsza poważna trudność przy budowie reaktora termojądrowego. Aby uzyskać energię w procesie syntezy, należy najpierw dostarczyć ogromną jej ilość potrzebną do podgrzania materii „paliwa”. Zwykle jest to mieszanina deuteru i trytu. Przy temperaturach, o których mowa, materia nie jest zbudowana z atomów, lecz tworzy tzw. plazmę — gaz jąder atomowych i elektronów powstałych przy jonizacji atomów. Druga trudność wiąże się z utrzymaniem plazmy, która po ogrzaniu zaczyna się rozprzestrzeniać na wszystkie strony i jądra nie mają dość czasu, by łączyć się w pary i wyzwalać energię. Zgodnie z tzw. kryterium Lawsona wyprodukowanie energii jest możliwe, gdy gęstość plazmy n i czas jej utrzymania τ spełniają nierówność

$$n\tau \geq 3 \cdot 10^4 \text{ cząstek} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}^{-3}$$

(dla procesu z wykorzystaniem deuteru i trytu).

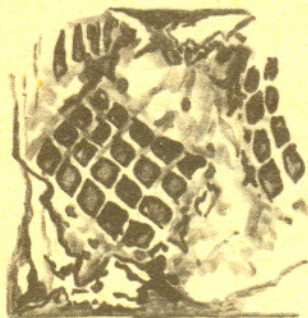
Jak widzieliśmy, trudności energetyki termojądrowej spowodowane są istnieniem ładunków elektrycznych jąder atomowych. Gdyby choć jedno z dwóch jąder, które chcemy połączyć, było elektrycznie neutralne, to siły elektryczne nie przeciwdziałałyby temu połączeniu i synteza mogłaby zajść bez żadnej dodatkowej energii. Wtedy nie byłoby żadnych problemów związanych z podgrzewaniem plazmy i jej utrzymaniem. Neutralne jądra nie istnieją, wiemy jednak, że jeśli cząstkę o jednostkowym ładunku ujemnym połączymy z cząstką o jednostkowym ładunku dodatnim, to całość będzie neutralna, tak jak atom wodoru zbudowany z dodatnio naładowanego protonu i ujemnego elektronu. Atomy nie nadają się jednak do naszych celów, gdyż ich promień jest rzędu 10^{-8} cm, co oznacza, że bez przeciwdziałania sił elektrycznych atomy można zbliżyć do siebie tylko na odległość tego rzędu, nie zaś 10^{-12} cm. Z mechaniki kwantowej, opisującej zjawiska w świecie atomowym, wiemy, że promień atomu jest odwrotnie proporcjonalny do masy elektronu, jeśliby więc elektron w atomie zamienić na cząstkę o takim samym, ujemnym ładunku, lecz dużo cięższą, to mielibyśmy „małe” atomy, które rozwiązałyby nasze energetyczne problemy.

Takie cząstki istnieją, nazywane są mionami (oznacza się je grecką literą μ), są 207 razy cięższe od elektronu, lecz w odróżnieniu od elektronów są niestabilne — rozpadają się po czasie rzędu 10^{-6} sekundy od narodzin. Równie krótki jest żywot wspomnianych „małych” atomów mionowych, jednak szanse zbudowania reaktora z syntezą termojądrową „na zimno” wydają się całkiem realne, o czym opowiem poniżej.

Jak często w nauce bywa — wszystko zaczyna się od zagadkowego eksperymentu. Tak było i tutaj. Najpierw zaskakujące rezultaty doświadczeń, a później — piękna idea.

Počas badania cząstek elementarnych z użyciem tzw. komory pęcherzykowej, wypełnionej ciekłym wodorem, a służącej do rejestracji torów cząstek, zauważono dziwne zjawisko. Niektóre miony pochodzące z rozpadów innych cząstek elementarnych, zwanych pionami, podróżowały w komorze aż do zatrzymania, by następnie rozpocząć jeszcze jedną krótką podróż, tym razem ze ściśle ustaloną energią początkową, równą 5,4 MeV. Co powtórnie wprowadziło miony w ruch? Kluczem do rozwiązania zagadki stała się obserwacja, że energia 5,4 MeV równa jest energii wydzielającej się przy połączeniu jądra wodoru, tzn. protonu (oznaczanego literą p), z jądrem deuteru (D) i utworzeniem jądra helu (${}^3\text{He}$). Teraz wszystko było jasne. Mion kończy swą pierwotną podróż w komorze wytworzeniem atomu mionowego, składającego się z protonu i mionu. Następnie powstaje molekula zbudowana z atomu deuteru i atomu mionowego ($p\mu D$). W wodrze istnieje bowiem zawsze pewna domieszka deuteru. Molekula kończy swój żywot w momencie zlania się protonu z jądrem deuteru w jądro helu. Wytworzoną nadwyżkę energii zabiera mion w postaci swej energii kinetycznej. Opisane zjawisko nazwano katalizą mionową reakcji jądrowych, gdyż tak, jak w przypadku katalizatorów znanych z reakcji chemicznych, mion inicjuje reakcję syntezy jąder, lecz sam nie podlega przemianom.

Odkrycie katalizy mionowej wzbudziło duże nadzieje związane z energetyką termojądrową. Rozpoczęto gruntowne badania, których rezultaty okazały się jednak mało zachęcające. Wyjaśniło się, że średnio tylko jeden mion na sześć inicjuje syntezę dwóch jąder deuteru w ciągu swego krótkiego życia. To zaś przekreślało energetyczne zastosowanie katalizy mionowej.



Rozwiązanie zadania M 505.

Prawdopodobieństwo wygranej 4:0 wynosi p^4 ; 4:1 — $4p^3q$, $q = 1 - p$ (ostatnia piłka wygrała, trzy pozostałe wygrała i jedną przegrała można rozmieścić na 4 sposoby);

4:2 — $\binom{6}{2} p^4 q^2 = 10p^4 q^2$. Jeśli żadna

z wymienionych możliwości nie miała miejsca, to gra się „na przewagę”. Wtedy po 6 piłkach mamy wynik 3:3, następnie — n komunikatów „przewaga — równowaga” ($n = 0, 1, 2, \dots$), wreszcie — „przewaga — koniec”. Prawdopodobieństwo takiego zdarzenia wynosi

$$\binom{6}{3} p^3 q^3 (2pq)^n p^2;$$

$2pq$ bierze się stąd, że przewagę może mieć zarówno jeden, jak i drugi gracz. Sumując względem n otrzymujemy

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{6}{3} p^3 q^3 (2pq)^n p^2 = \frac{1}{1 - 2pq}$$

Ostatecznie, szukane prawdopodobieństwo wynosi

$$\frac{1}{1 - 2pq} = \frac{1}{1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 2$$

$$\frac{1}{1 - 2pq} = \frac{1}{1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 2$$



Rozwiązanie zadania F 245. Zmiana pędu wybranego elementu objętości cieczy w ciągu krótkiej chwili czasu Δt wynosi:

$$\rho S_2 v_2 \Delta t v_2 - \rho S_1 v_1 \Delta t v_1 = (S_1 p_1 - S_2 p_2 - F) \Delta t,$$

gdzie np. $\rho S_1 v_1 \Delta t$ jest masą cieczy przechodzącej przez S_1 w ciągu czasu Δt ; F to wartość siły, z jaką rura działa na ciecz (i ciecz na rurę).

Mamy więc

$$F = S_1 p_1 - S_2 p_2 + \rho S_1 v_1^2 \left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right).$$

Z zasady zachowania energii wynika równość

$$\begin{aligned} (*) \quad \rho S_1 v_1 \Delta t - \rho S_2 v_2 \Delta t &= \\ &= \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta Q. \end{aligned}$$

Lewa część równania oznacza pracę sił ciśnienia wykonaną nad interesującym nas elementem objętości, prawa to suma zmiany energii kinetycznej oraz ilości ciepła wydzielającego się w czasie Δt . Dla nieściślej cieczy mamy ponadto

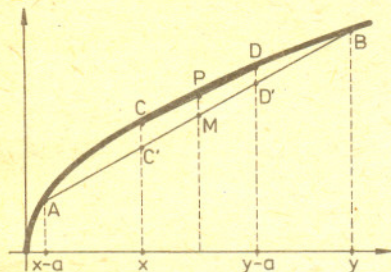
$$\Delta m = \rho S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = \rho S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t,$$

a stąd i z (*)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q}{\Delta t} &= S_1 v_1 \left[(p_1 - p_2) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right) \right]. \end{aligned}$$



Rozwiązanie zadania M 507. Funkcja $f(x) = x^p$ jest wklęsła, gdy $0 \leq p \leq 1$ (ponieważ np. $f'(x) = px^{p-1}$ jest nierosnąca).



Geometrycznie oznacza to, że odcinek, łączący dwa punkty wykresu funkcji, leży pod jej wykresem. Przekształcamy nierówność do postaci

$$\frac{1}{2} (y^p + (x-a)^p) \leq \frac{1}{2} (x^p + (y-a)^p).$$

Jest ona równoważna temu, że punkt P na rysunku (środek odcinka CD) leży nie niżej niż M (środek AB , a także $C'D'$), co wynika stąd, że f jest wklęsła, zatem C leży nie niżej, niż C' (odpowiednio D — nie niżej niż D').

Rachunek jest bardzo prosty. Miony powstają z rozpadów pionów, których masa wynosi 140 MeV. Zgodnie z ogłoszoną przez teorię względności równoważnością masy i energii na wytworzenie sześciu pionów potrzeba co najmniej (w rzeczywistości dużo więcej) $6 \times 140 \text{ MeV} = 840 \text{ MeV}$. Z tych 840 MeV otrzymujemy w rezultacie syntezy deuteronów zaledwie kilka MeV. Bilans energii jest więc mocno ujemny, tzn. więcej energii należy włożyć niż można otrzymać. Z przytoczonych obliczeń wynika, że jeden mion w ciągu swego życia powinien inicjować średnio kilkaset reakcji syntezy, nie zaś jedną szóstą, aby proces mógł mieć zastosowanie w energetyce. W tym momencie wydawało się, że kataliza mionowa pozostanie ciekawostką bez żadnego praktycznego znaczenia.

Badania katalizy prowadzono jednak dalej w celu czysto naukowym. I gdy o możliwych zastosowaniach katalizy prawie zapomniano, nastąpił przełom. W jednym z eksperymentów, w którym wykorzystywano komorę dyfuzyjną zamiast pęcherzykowej, zauważono, że jeden mion inicjuje średnio dużo więcej niż 1/6 reakcji syntezy, co było w sprzeczności z rezultatami poprzednich doświadczeń. Początkowo uważano to za błąd eksperymentalny i doświadczenie wielokrotnie powtórzono. Gdy upewniono się, że o błędzie mowy być nie może, zaczęto porównywać eksperymenty i stwierdzono, że jedyna istotna różnica polegała na tym, iż temperatura deuteru w komorze dyfuzyjnej była o około 200 K wyższa niż w komorze pęcherzykowej. Ta różnica wydawała się jednak zupełnie bez znaczenia, gdyż 200 K to zmiana energii o 10^{-2} eV , podczas gdy reakcje syntezy prowadzą do zmian rzędu 10^6 eV . Powstały jednak podejrzenia, że istotną rolę odgrywa poprzedzające syntezę formowanie się molekuly mionowej. Proces ten może silnie zależeć od temperatury, jeśli molekula ma tzw. poziom rezonansowy (o czym poniżej) o energii rzędu 10^{-2} eV . Dla sprawdzenia tej hipotezy przeprowadzono eksperyment, w którym badano efektywność syntezy deuteru katalizowanej mionami w zależności od temperatury. Okazało się, że proces katalizy istotnie zależy od temperatury deuteru. W obszarze temperatur od -200°C do $+100^\circ\text{C}$ szybkość reakcji syntezy wzrosła dziesięciokrotnie. Teraz nie było już wątpliwości — molekula mionowa $D\mu D$ ma poziom rezonansowy.

Co to są poziomy rezonansowe i dlaczego są tak istotne dla omawianego procesu? Oddziaływanie między cząstkami może prowadzić do powstania stanów związanych. Masa takiego stanu jest mniejsza od sumy mas składników, tzn. energia wiążąca składniki jest ujemna. Stany związane to atomy, molekuly, jądra atomowe itd. Pewne układy mogą jednak być w specyficznym krótkożyłowym stanie, zwanym rezonansowym lub wirtualnym, w którym energia wiązania jest dodatnia, lecz składniki trzymają się razem. Dodatniość energii sprawia, że składniki po pewnym czasie rozlatują się i energia wiązania zamienia się w ich energię kinetyczną.

Ze względu na zasady zachowania energii i pędu składniki nie mogą w zderzeniu utworzyć stanu związanego. Potrzebne jest trzecie ciało, które zabierze nadwyżkę energii, powstałą dzięki ujemnej energii wiązania stanu związanego. Tak na przykład molekula H_2 , wiążąca dwa atomy wodoru, może powstać w gazie podczas jednoczesnego zderzenia się trzech atomów wodoru. Ponieważ prawdopodobieństwo takiego zderzenia jest małe, proces powstawania molekuli H_2 jest powolny. Zupełnie inną sytuację stwarza stan rezonansowy. Może on powstać w zderzeniu dwóch cząstek, jeśli tylko całkowita energia tych cząstek w układzie ich środka masy jest równa energii stanu rezonansowego.

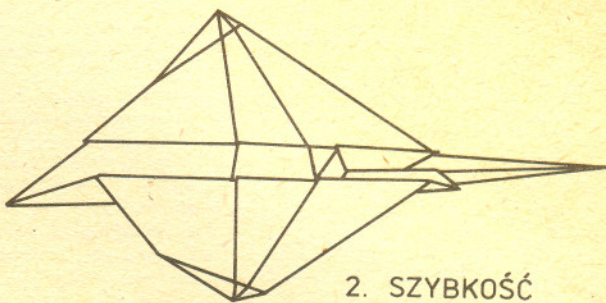
Wróćmy do problemu katalizy mionowej. Formowanie się molekuly mionowej $D\mu D$ w stanie związanym wymaga co najmniej trzech ciał. Jest to proces powolny i słabo zależny od temperatury. Dla powstawania molekuly w stanie rezonansowym wystarczy dwa atomy, lecz ich energia musi odpowiadać energii stanu rezonansowego. Średnia energia atomów zależy od temperatury, a więc zmieniając temperaturę zmieniamy prawdopodobieństwo tego, że dwa zderzające się atomy będą miały energię potrzebną do powstania rezonansu. Stan rezonansowy, oczywiście, po krótkim czasie ulega rozpadowi, lecz jeśli czas ten jest dłuższy od czasu potrzebnego siłom jądrowym do połączenia jąder, to krótkożyłowość rezonansu nie ma znaczenia.

Teoretyczne obliczenia potwierdziły istnienie stanu rezonansowego molekuly $D\mu D$ z energią rzędu 10^{-2} eV , znaleziona zaś teoretycznie zależność efektywności katalizy od temperatury wspaniale zgadzała się z danymi doświadczalnymi. Dalej wyjaśniło się, że molekula $T\mu D$, gdzie T oznacza atom trytu, również ma stan rezonansowy o energii tego samego rzędu. Przewidywano, że mion w mieszaninie deuteru i trytu o właściwej temperaturze może inicjować około 100 reakcji $T + D \rightarrow {}^4\text{He} + n$ (n oznacza neutron). Przeprowadzone wkrótce potem eksperymenty w pełni potwierdziły te przewidywania. Ponieważ w każdej reakcji wspomnianego typu wydziela się około 18 MeV energii, jeden mion może dostarczyć energię równą 1800 MeV. Jeśli energia potrzebna do wyprodukowania mionu będzie mniejsza, a — jak pamiętamy — minimalna energia wymagana do produkcji mionu wynosi zaledwie 140 MeV, to proces syntezy jąder deuteru i trytu katalizowany mionami może służyć energetyce.

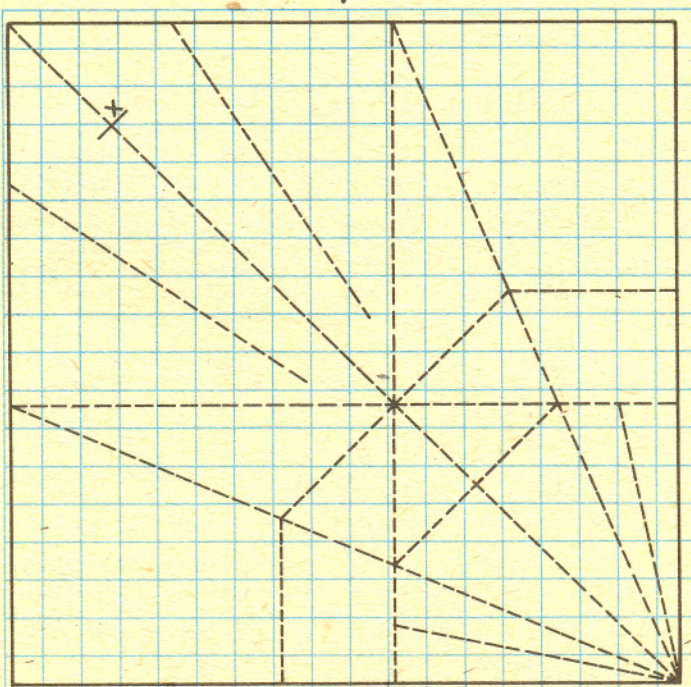
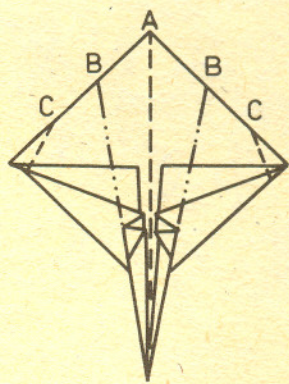
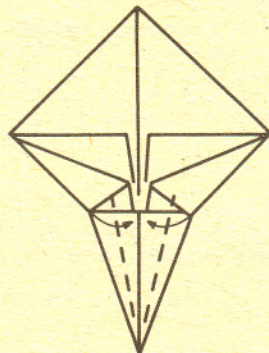
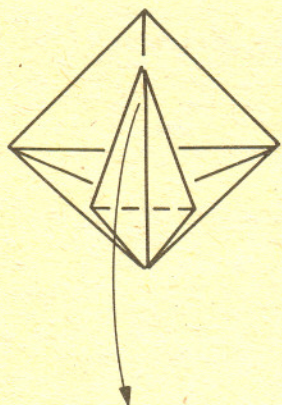
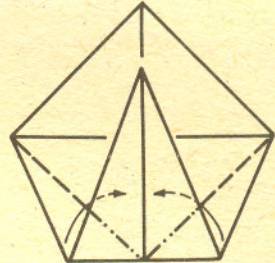
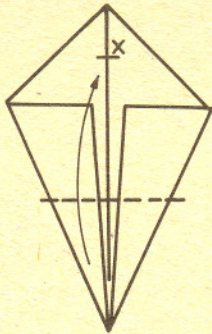
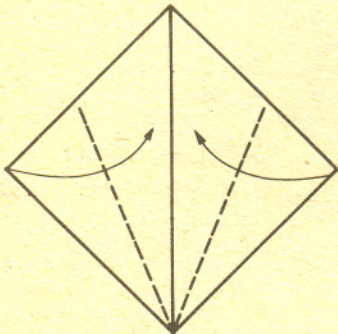
W ostatnich latach zainteresowanie katalizą mionową niezwykle wzrosło i w wielu laboratoriach na świecie prowadzi się badania eksperymentalne i teoretyczne, które koncentrują się na znalezieniu optymalnych warunków pracy przyszłego reaktora „zimnej” syntezy. Najpoważniejszym problemem jest bardzo duża ilość energii potrzebna do produkcji jednego mionu. Przy użyciu współczesnie działających urządzeń jeden mion produkowany jest za cenę około 5000 MeV energii, co w porównaniu z energią 1800 MeV, jaką może uzyskać 1 mion, daje ujemny bilans energii. Wydaje się jednak, że straty energii przy produkcji mionu można istotnie zmniejszyć. Nikt przecież dotychczas nie zastanawiał się, jak zmniejszyć energochłonność produkcji cząstek elementarnych, które służą celom wyłącznie naukowym. Poza tym istnieją również idee zwiększenia energii otrzymywanej z jednego mionu przez wykorzystywanie neutronów, uwalnianych w reakcjach syntezy, do rozbijania jąder uranu. Wówczas energia uzyskiwana z jednego mionu wzrasta do 14 000 MeV i bilans energii jest dodatni, mimo dużych strat energii przy produkcji mionów. Ta możliwość nie jest jednak zbyt atrakcyjna, gdyż prowadzi do szeregu problemów znanych z eksploatacji działających elektrowni jądrowych.

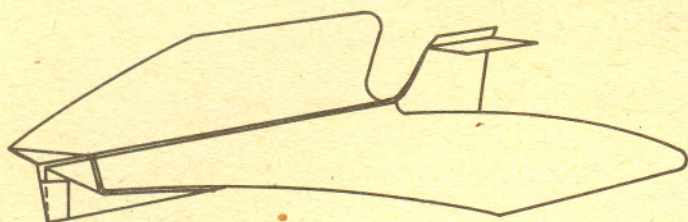
mata delta

Nasi faworyci

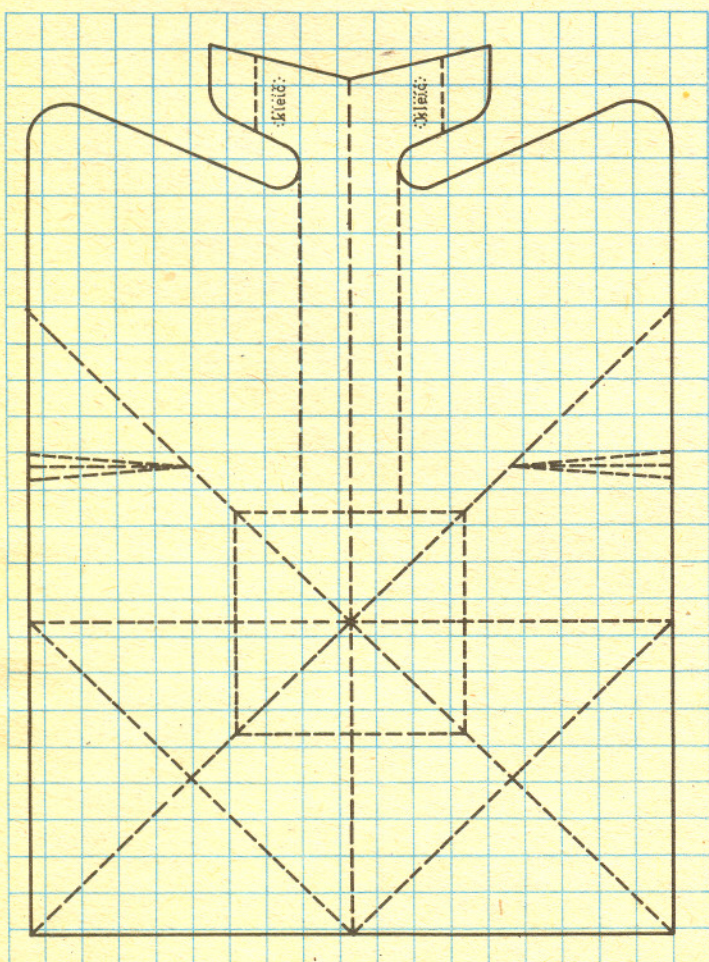
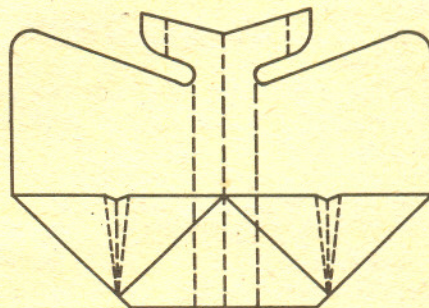
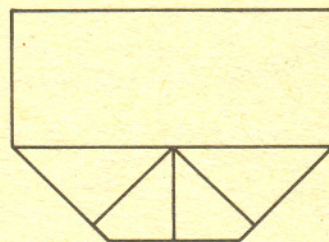
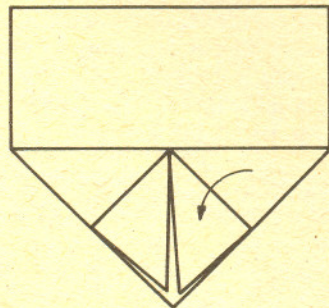
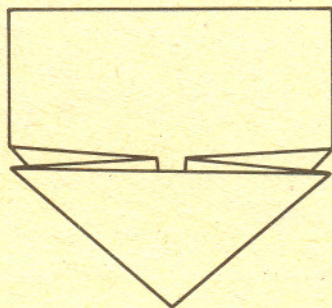
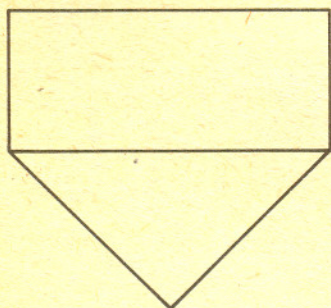
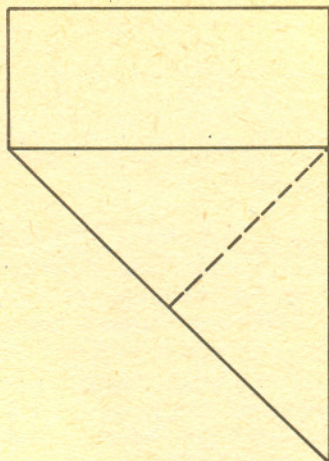


2. SZYBKOŚĆ





1. ZASIĘG



Przedstawione na stronach 8, 9 i 10 modele są faworytami *Delty* w konkursie na papierowy samolot. Zostały one nagrodzone w podobnym konkursie ogłoszonym w *New York Times* z 12 grudnia 1966 roku.

KONKURS

Ogłaszamy konkurs na wykonanie „papierowego samolotu”.

Papierowy samolot, który będzie dopuszczony do konkursu, musi spełniać następujące warunki:

1. musi być papierowym samolotem w powszechnym rozumieniu tego terminu, tzn. między innymi musi mieć wyróżniony przód, tył i skrzydła oraz latać w powietrzu w kierunku przewidzianym przez konstrukcję (w tym sensie papierowa kulka nie jest samolotem),
2. musi być wykonany z jednej kartki papieru o formacie A4 (wymiary strony maszynopisu),
3. konstrukcja samolotu może przewidywać jedynie cięcie, zaginanie oraz klejenie papieru,
4. jedynym dopuszczalnym sposobem „puszczenia” samolotu jest wyrzut ręką stojącego człowieka, bez użycia jakichkolwiek urządzeń pomocniczych, takich jak np. proca lub katapulta.

Konkurs rozgrywany będzie w trzech niezależnych konkurencjach, w których oceniane będą następujące parametry samolotu:

1. zasięg lotu, jako promień koła, na brzegu którego samolot wyląduje,
2. szybkość, jako stosunek zasięgu do czasu jego uzyskania,
3. czas lotu, jako czas utrzymania się samolotu w powietrzu.

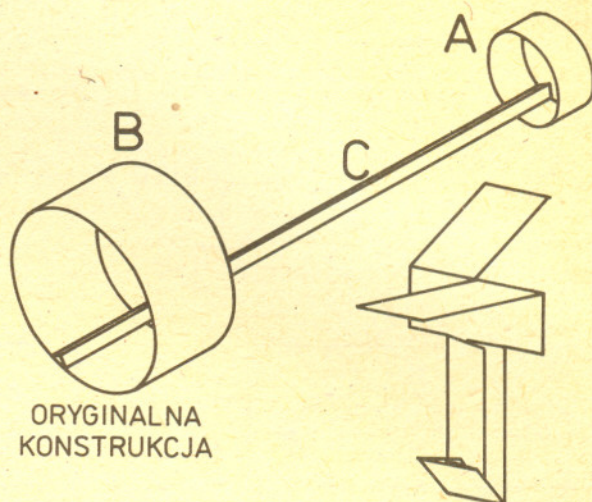
Dodatkowym kryterium, które będzie uwzględniane i może rozstrzygnąć konkurencję w przypadkach spornych, jest oryginalność i prostota konstrukcji.

Prace konkursowe należy nadsyłać pod adresem redakcji do 30 września 1988. Powinny je stanowić dwie kartki papieru o formacie A4. Na pierwszej kartce musi być narysowana w skali 1:1 siatka rozcięć, zagięć i sklejeń samolotu. Na drugiej kartce musi być:

1. imię, nazwisko i adres autora,
2. opis montażu samolotu, najlepiej w formie rysunków,
3. nazwa konkurencji, w której samolot ma wystartować,
4. uwagi dotyczące sposobu puszczenia samolotu, np. silny, energiczny wyrzut lub rzut miękkim, długim ruchem itp.

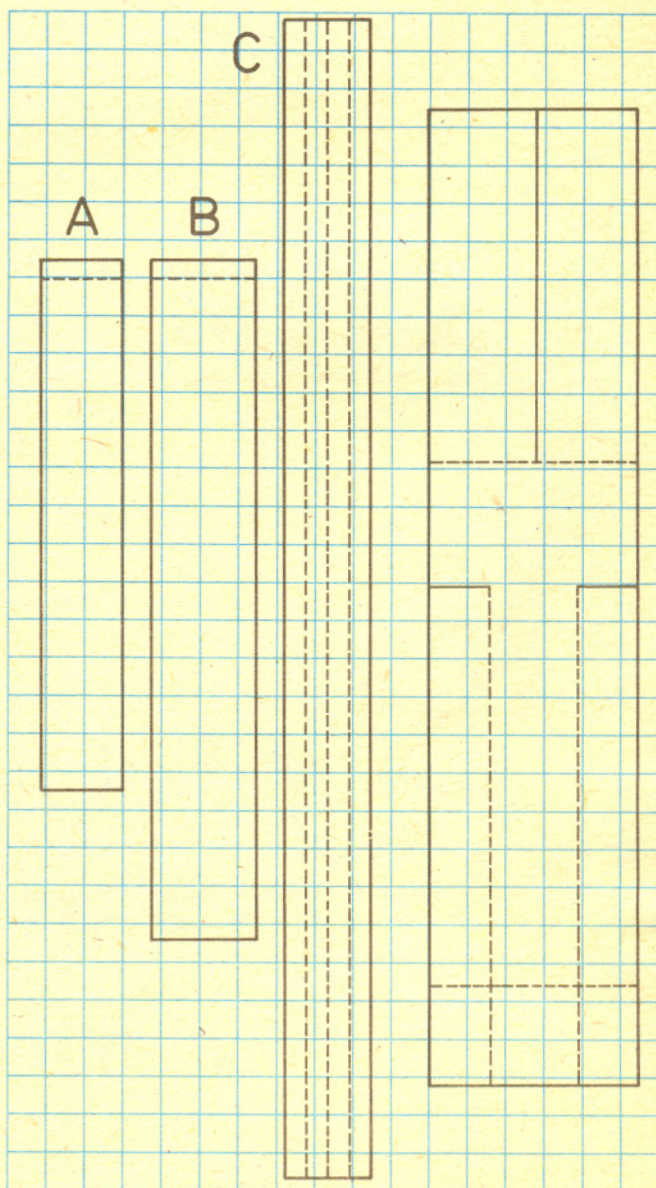
Po upływie terminu nadsyłania prac konkursowych Redakcja powoła Jury Konkursu. W skład Jury wejdą członkowie Redakcji i co najmniej jeden niezależny ekspert. Samoloty konkursowe będą montowane przez członków Jury na podstawie siatki i opisów autorów. Rozstrzygnięcie konkursu odbędzie się na drodze prób wykonywanych w pomieszczeniu zamkniętym w spokojnym powietrzu. Każdy samolot konkursowy będzie próbowany przez dwóch wyznaczonych, zawsze tych samych, członków Jury. W trakcie prób samolot odbędzie co najmniej 20 lotów próbnych, a następnie 3 loty konkursowe. Jako wynik próby uwzględniony będzie najlepszy z wyników konkursowych.

Wyniki konkursu zostaną ogłoszone na łamach *Delty*.



ORYGINALNA KONSTRUKCJA

3. CZAS LOTU



W gwiazdozbiornie Perseusza (we współrzędnych $\alpha = 1^{\text{h}}38^{\text{m}}, 8$, $\delta = 51^{\circ}19'$) w odległości 2,5 kpc leży mgławica o rozmiarach kątowych niecałe $3'$ i o jasności 12,2 mag. Odkryta została w 1780 r. przez Pierre'a F. A. Mechaina i natychmiast została przez Charlesa Messiera wpisana do jego katalogu mgławic pod numerem 76. Później William Herschel, dysponujący większym teleskopem, zaczął ją uważać za podwójną i dlatego J. L. E. Dreyer nadał jej w swoim katalogu NGC numer 650 i 651. Jeszcze później inni obserwatorzy określali tę mgławicę zarówno jako pojedynczą, jak i podwójną, a nawet spiralną. Nawet jeszcze na przełomie lat 70. i 80. naszego stulecia natura tego obiektu była niejasna, aczkolwiek obserwatorzy dość zgodnie skłaniali się ku temu, że jest to mniej lub bardziej zniekształcony pierścień (lub pierścienie), widziany prawie z krawędzi plus jakieś luźne włókna gazu.

Trzy lata temu dwoje astronomów z Meksykańskiego Uniwersytetu Narodowego, Elsa Recillas-Cruz i Paris Pismis, rozstrzygnęło (chyba) tę zagadkę. Za pomocą dwumetrowego teleskopu oraz interferometru Fabry'ego-Perota przeprowadzili drobiazgowo badania rozkładu prędkości radialnych gazu na całej widocznej powierzchni mgławicy. Dało im to argumenty za odrzuceniem dotychczasowego modelu mgławicy i umożliwiło zaproponowanie nowego. Według nich dwa zgęszczenia materii, mające w katalogu NGC osobne numery, stanowią jedność i tworzą jakby oś całej mgławicy planetarnej, w skład której wchodzi ponadto wspomniane już delikatne włókna gazu.



Mgławica M 76 widziana w świetle pojedynczo zjonizowanego azotu na fali 6584 Å. Zdjęcie uzyskane za pośrednictwem przetwornika elektronooptycznego.

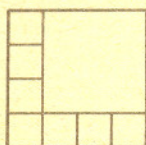
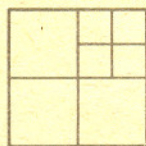
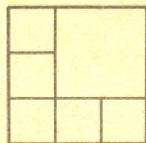
Jest to w rezultacie mgławica planetarna typu „dumb-bell”, czyli po polsku „hantle”, a całość bardzo przypomina sztabkowy magnes z układem linii pola. Przypuszcza się, że w pewnym sensie jest tak w istocie. Mianowicie gaz wyrzucany z dwóch przeciwnych obszarów gwiazdy (o jasności 16,6 mag i temperaturze 60 000 K), pokrywających się z biegunami magnetycznymi, w ich pobliżu się przede wszystkim gromadzi, a następnie rozplywa się dalej wzdłuż linii pola magnetycznego. Daje to w efekcie kosmicznych rozmiarów obrazek znany ze szkolnych podręczników.

T. K.

Kącik prac

uczniowskich

Podziały figur



Zagadnienie, na ile kwadratów można podzielić kwadrat, rozwiązuje się nietrudno. Można go podzielić na 1 kwadrat, czyli nie dzielić wcale, na 4 kwadraty i na dowolną liczbę nie mniejszą od 6. Jeśli chcemy wiedzieć, że tylko na te liczby, to musimy się trochę pobiedzić nad dowodem, że kwadratu nie można podzielić na 5 kwadratów. A możemy po prostu sformułować twierdzenie: Dla każdego $n \geq 6$ kwadrat można podzielić na n kwadratów. Wystarczy zrobić 3 rysunki i zauważyć, że podzielenie na 4 kwadraty dowolnego kwadratu danego podziału zwiększa liczbę kwadratów podziału o 3. I już.

Gorzej jest z problemem podziału sześciianu na n sześcianów. Można to zrobić dla $n \geq 48$ i dla niektórych mniejszych n (pełną listę tych n podajemy za czasopismem *Matematyka* 2/1981 str. 111: 1, 8, 15, 20, 22, 27, 29, 34, 36, 38, 39, 41, 43, 45, 46), ale dowód pełności tej listy jest żmudny.

A teraz pytanie: na ile kwadratów można podzielić prostokąt o zadanym stosunku boków, powiedzmy, prostokąt 2×1 , 3×1 , 2×3 itd? Odpowiedź liczbowa będzie inna za każdym razem i warto ją zbadać. A jak będzie z podziałem prostopadłościannu na sześciiany? Gorąco zachęcamy do zbadania tych problemów. A może ktoś wymyśli jeszcze inne ciekawe pytania?

J. W



Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 505. Znaleźć prawdopodobieństwo wygrania gema w tenisie. Zakładamy, że szansa wygrania pojedynczej piłki wynosi p , niezależnie od dotychczasowego przebiegu gry. Gem jest wygrany, jeżeli gracz osiągnął przewagę przynajmniej dwóch piłek oraz jeżeli wygrał co najmniej cztery piłki.

Rozwiązanie na str. 6

M 506. Siedemnastokąt wypukły został rozbity przekątnymi na mniejsze wielokąty. Znaleźć maksymalną możliwą liczbę boków takiego wielokąta.

Rozwiązanie na str. 3

M 507. Udowodnić, że $y^p - x^p \leq (y-a)^p - (x-a)^p$, o ile $0 \leq a \leq x \leq y$, $0 \leq p \leq 1$.

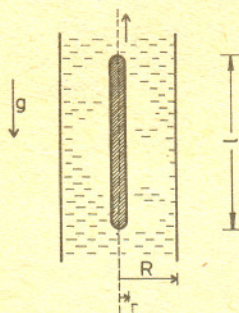
Rozwiązanie na str. 7

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI

F 244. W pionowej rurze wypełnionej cieczą wypływa długi pręt (rysunek). Zaniedbując tarcie obliczyć prędkość i przyspieszenie pręta w zależności od przebytej drogi.

Gęstość pręta ρ_2 jest mniejsza od gęstości cieczy ρ_1 . Wielkości oznaczone na rysunku przyjąć za dane.

Rozwiązanie na str. 6



F 245. W rurze o zmiennym przekroju podtrzymywany jest stały w czasie przepływ nieściśnialy cieczy o gęstości ρ . W wybranych przekrojach o powierzchni S_1 i S_2 prędkość cieczy nie zależy od odległości od ścianek rury. Wyznaczyć siłę, z jaką ciecz działa na odcinek rury między tymi przekrojami oraz ilość ciepła, jaka wydzieli się w objętości między przekrojami w jednostce czasu. W pierwszym przekroju ciśnienie i prędkość wynoszą p_1 i v_1 , a ciśnienie w drugim p_2 .

Rozwiązanie na str. 7

Wzory kalendarzowe

Mgr Roman SZYMAŃSKI

Ogólnie rzecz biorąc wzory kalendarzowe spełniają to samo zadanie, co wieczne kalendarze, mianowicie służą do przeliczania dat między różnymi rachubami czasu. W praktyce nikt chyba nie przelicza dat z kalendarza juliańskiego na daty kalendarza gregoriańskiego, ponieważ w zasadzie kalendarze te istniały rozłącznie, natomiast najczęściej mamy do czynienia z następującymi zagadnieniami tego typu:

- znaleźć dzień tygodnia dla danej daty,
- znaleźć kolejny numer danego dnia w jakiejś rachubie,
- znaleźć datę Wielkanocy.

Algorytmów rozwiązywania tych zagadnień jest sporo. Można by, oczywiście, poprzestać na najprostszych, jednak warto — zwłaszcza licząc „na piechotę” — obliczyć to samo dwiema metodami, a to w celu wykrycia ewentualnych błędów rachunkowych.

Przyjmijmy następujące oznaczenia: r, m, d — odpowiednio rok, miesiąc i dzień, $E(x)$ — część całkowita liczby x , $R(x/y)$ — reszta z dzielenia x przez y .

Algorytm określający dzień tygodnia sprowadza się do obliczenia liczby dni D , które upłynęły od jakiejś daty początkowej do daty, o którą nam chodzi. Reszta z dzielenia D przez 7 wskazuje dzień tygodnia. Rok zwykły naszego kalendarza (gregoriańskiego) liczy 365 dni, a przestępny 366 dni, czyli odpowiednio 52 tygodnie i 1 dzień oraz 52 tygodnie i 2 dni. Można więc pominąć zliczanie pełnych tygodni i liczyć tylko liczbę wszystkich minionych lat i dodać liczbę lat przestępnych. Na koniec trzeba dodać liczbę dni d , które upłynęły od początku bieżącego roku do interesującej nas daty (wraz z naszą datą). Zatem

$$D = (r-1) + E\left(\frac{r-1}{4}\right) - E\left(\frac{r-1}{100}\right) + E\left(\frac{r-1}{400}\right) + d.$$

Znalezienie szybkiego sposobu obliczania kolejnego numeru dnia d , w roku zostawiamy Czytelnikowi. Reszta z dzielenia D przez 7, czyli $R(D/7)$, określa dzień tygodnia, przy czym 0 oznacza niedzielę, 1 poniedziałek itd.



Redaguje dr hab. Andrzej HENNEL

OPÓR POJEDYNCZEGO ATOMU

Czy można zmierzyć opór elektryczny pojedynczego atomu? Pytanie to brzmi dosyć absurdalnie zważywszy fakt, iż zarówno manipulowanie pojedynczym atomem, jak i pomiar jego oporu elektrycznego jest niezwykle trudne i graniczące wprost z fantazją. A jednak opisywany już w "Delcie" mikroskop tunelowy umożliwił dokonanie takich pomiarów. Przypomnijmy, że podstawowym elementem konstrukcji mikroskopu tunelowego jest bardzo ostra igła (nawet o czubku jednoatomowym) zbliżana na odległość kilku angstromów do badanej powierzchni. Pomiedzy czubkiem igły a powierzchnią przepływa prąd tunelowy, którego natężenie wykładniczo zmienia się z odległością. Przesuwając więc igłę w płaszczyźnie prostopadłej do powierzchni badanej próbki można otrzymać niezwykle dokładną "mapę" powierzchni próbki. Jeżeli z kolei igła znajdzie się zbyt blisko badanego obiektu, wówczas obserwuje się wyrwanie atomów z czubka igły bądź ich zabieranie przez igłę z powierzchni. Technika mikroskopii tunelowej jest jednak wciąż udoskonalana. W ubiegłym roku wykonano nowe, dokładniejsze pomiary zależności prądu tunelowego od położenia igły i stwierdzono istnienie obszaru stałej wartości przepływającego prądu pomiędzy obszarem prądu tunelowego a obszarem przenoszenia atomów. W przypadku jednego z eksperymentów wykonanego dla powierzchni srebra badanej igłą irydową mierzono wartość prądu przy stałym napięciu około 20 mV. Natężenie prądu wzrastało od 1 nA do 570 nA przy zmniejszaniu odległości igły - próbka o trzy angstromy (co odpowiada zmianie oporu od 20 MΩ do 35 kΩ). Następnie zaś na obszarze dalszych dwóch angstromów natężenie przepływającego prądu (czyli wartość oporu układu) pozostawało nie zmienione. Wreszcie przy dalszym zmniejszaniu odległości gwałtowne (skokowe) zmiany prądu świadczyły o przemieszczeniach atomów. Przeprowadzone rachunki modelowe zakładające obecność jednego atomu sodu pomiędzy dwiema równoległymi elektrodami dały graniczną wartość oporu 32 kΩ przy odległości elektrod rzędu kilku angstromów. Dla atomu wapnia otrzymano z kolei 18 kΩ. Ogólnie obliczono wartość oporu elektrycznego R pojedynczego atomu jako:

$$R = A h / e^2,$$

gdzie h jest stałą Plancka, e - ładunkiem elementarnym, a A stałą rzędu jedności. Na przykład: eksperymentalnie znalezionej wartości R = 35 kΩ odpowiadała stała A = 1,35. Zarówno wyniki doświadczalne, jak i teoretyczne pozwalają więc na stwierdzenie, że opór pojedynczego atomu jest mierzalny i wyraża się w dziesiątkach kilohmów.

Ten elementarny wzór bywa w rozmaitych sposób modyfikowany. Z układu lat przestępnych w naszym kalendarzu wynika, że pierwszy dzień stulecia może przypadać tylko na jeden z czterech dni, mianowicie kolejno: poniedziałek, sobotę, czwartek i wtorek, i dalej cyklicznie w tej kolejności. Na tej podstawie J. P. Konogorski ułożył tabelki podające dla poszczególnych wieków liczbę P, a dla miesięcy liczbę K, dzięki którym rachunki przeprowadza się na liczbach najwyżej dwucyfrowych.

wiek		P
XVII	XXI	0
XVIII		5
XIX		3
XVI	XX	1

mies.	I	II	III	IV	V	VI
K	6(5)	2(1)	2	5	7	3
mies.	VII	VIII	IX	X	XI	XII
K	5	1	4	6	2	4

Liczyby w nawiasach dotyczą lat przestępnych.

Teraz

$$D = r' + E\left(\frac{r'}{4}\right) + P + K + d_m,$$

gdzie r' oznacza numer roku w stuleciu (czyli dwie ostatnie cyfry pełnego numeru roku), a d_m zwyczajny numer dnia w miesiącu.

Na uwagę zasługuje wzór, który w 1887 r. ogłosił Ch. Zeller. Włączył on do wzoru zarówno P, jak i K, i otrzymał

$$D = d_m + E\left(\frac{26(m+1)}{10}\right) + r' + E\left(\frac{r'}{4}\right) + E\left(\frac{C}{4}\right) - 2C,$$

gdzie C oznacza „wiek - 1”, czyli dwie pierwsze cyfry pełnego numeru roku, styczeń i luty zaś należy liczyć jako 13 i 14 miesiąc poprzedniego roku. Reszta z dzielenia D/7 jest tu inaczej interpretowana, mianowicie: 0 oznacza sobotę, 1 niedzielę itd. (tzw. numeracja wyprzedzająca).

Bardziej skomplikowany jest inny algorytm ogłoszony w 1907 roku przez francuskiego astronoma G. Tarri'ego. Według niego

$$D = G + A + Q + M,$$

gdzie G jest stałą dla stulecia, braną z tabelki

stulecie		G
1600	2000	6
1700		4
1800		2
1500	1900	0

$$A = E\left(\frac{r'}{12}\right) + R(r'/12) + R(R(r'/12)/4),$$

$$M = 2m + 3 + E\left(\frac{3(m+1)}{5}\right)$$

$$Q = R(d_m/7).$$

Tu również styczeń i luty należy traktować jak 13 i 14 miesiąc poprzedniego roku i numeracja dni tygodnia jest wyprzedzająca.

W zagadnieniach historycznych może przydać się umiejętność określania dnia tygodnia w kalendarzu juliańskim, który kończy się na 4 X 1582. Stosuje się wtedy wzór

$$D = (r-1) + E\left(\frac{r-1}{4}\right) + d_r + 5.$$

Numeracja dni tygodnia jest tu zwyczajna.

Obliczanie numeru dnia w rachubie juliańskiej (nie mylić z kalendarzem juliańskim!) pominiemy, ponieważ zostało to przedstawione w *Delcie* 9/1987. Algorytm na obliczanie daty Wielkanocy również był zamieszczony w *Delcie* 12/1984, aczkolwiek z błędami. Mianowicie: zamiast występującej tam liczby 26 powinno być 2b, końcowy komentarz zaś powinien brzmieć: Jednak jeśli d = 28 oraz a > 10 i otrzymamy datę 25 kwietnia, to Wielkanoc wypada 18 kwietnia, jeśli natomiast otrzymamy datę 26 kwietnia, to Wielkanoc wypada 19 kwietnia.

Alternatywny sposób obliczenia daty Wielkanocy to obliczenie daty (gregoriańskiej) pierwszej wiosennej pełni Księżycy. Algorytm podał w 1965 r. Leonard Weber. Oto etapy obliczeń:

- Oblicz resztę z dzielenia r/19.
- Dodaj ją kolejno do 35, 45, 55. Jedna z sum będzie podzielna przez 3. Ta z liczb 35, 45, 55, która po dodaniu reszty dała wynik podzielny przez 3, przechodzi do następnego etapu.
- Od tej liczby odejmij ową resztę. Wynik oznacza marcową datę pełni Księżycy.

Jeżeli zajdzie potrzeba, to odejmując 31 dostaniemy, oczywiście, datę kwietniową. Trzeba się jeszcze tylko upewnić, czy dostaliśmy rzeczywiście datę pierwszej pełni wiosennej. Jeżeli data wypadła wcześniejsza od 21 marca, to należy dodać 29 dni, jeżeli zaś późniejsza od 19 kwietnia, to znaczy, że jest to druga pełnia, a więc 29 dni należy odjąć (29 dni wynosi okres synodyczny Księżycy). Sprawdzamy, w jakim dniu wypadła szukana pełnia i na koniec znajdujemy najbliższą niedzielę.

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: Klub 44 M lub Klub 44 F. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3 S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N — liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) — i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem Klubu 44, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotnie członkostwo — to tytuł Weterana.

Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 1/1988.

Termin nadsyłania rozwiązań:

31 VII 1988

Zadania z matematyki nr 171, 172

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

171. Przez punkt wewnętrzny P trójkąta ABC prowadzimy proste AP, BP, CP przecinające przeciwległe boki odpowiednio w punktach A', B', C' . Dowiść, że długość pewnego boku trójkąta ABC przekracza sumę odległości punktu P od punktów A', B', C' .

172. Wykazać zbieżność i obliczyć granicę ciągu (x_n) danego wzorem rekurencyjnym:

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = x_n^{\frac{1-\frac{1}{n}}{n}} - \frac{1}{ne} \quad \text{dla } n \geq 1.$$

Zadanie 172 zaproponował pan Marek Gałęcki z Milanówka.

Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 1/1988

Przypominamy treść zadań:

163. Do wnętrza kwadratu wpada przez punkt narożny promień świetlny, który następnie bęgnie odbijając się od boków kwadratu. Gdy trafi w wierzchołek, opuszcza kwadrat. Dowiść, że promień nie wyjdzie przez punkt wejścia. Czy analogiczne stwierdzenie jest słuszne dla dowolnego równoległoboku? prostokąta? rombu?

164. Dowiść, że wszystkie liczby postaci $44^{44^{\dots}}$, gdzie liczba 44 występuje więcej niż 44 razy, mają taką samą końcówkę 44-cyfrową.

163. Przypuśćmy, wbrew tezie, że promień wchodzi i wychodzi przez ten sam wierzchołek O . Interpretujmy promień jako ruch punktu P ze stałą prędkością skalarną; przyjmijmy skalę czasu tak, by $t = 0$ i $t = 1$ były momentami wejścia i wyjścia, i oznaczmy położenie punktu w chwili t przez $P(t)$. Z zasady odbicia wynika, że droga punktu P składa się z odcinków biegnących w dwóch tylko kierunkach, przy czym z pary prostych przechodzących przez O i równoległych do tych dwóch kierunków tylko jedna przecina wewnątrz kwadratu. Zatem końcowy fragment drogi punktu P leży na tej samej prostej, co fragment początkowy, czyli zachodzi równość $P(1-t) = P(t)$ dla małych $t > 0$. Zauważmy teraz, że odwracając bieg czasu dostajemy także dopuszczalną (tj. zgodną z zasadą: kąt padania = kąt odbicia) drogę promienia (punktu). Inaczej mówiąc, droga punktu Q mającego w chwili t położenie $Q(t) = P(1-t)$ jest drogą dopuszczalną. Każda taka droga jest w pełni wyznaczona przez swój dowolnie mały początkowy fragment. Zatem równość $P(t) = Q(t)$, słuszna dla małych t , musi być spełniona dla wszystkich $t \in (0; 1)$. Stąd $P(1/2 - \Delta t) = P(1/2 + \Delta t)$, co oznacza, że w chwili $t = 1/2$ następuje zwrot o 180° . A to nie jest możliwe.

Podane w zadaniu stwierdzenie jest prawdziwe dla dowolnego prostokąta (dowód dokładnie ten sam, co dla kwadratu), nie jest natomiast prawdziwe dla żadnego czworokąta $ABCD$, który nie jest prostokątem. Przyjmijmy bowiem, że AB jest bokiem o maksymalnej długości. Rzut przynajmniej jednego z wierzchołków C, D na prostą AB jest punktem wewnętrznym odcinka AB . Promień wypuszczony z tego wierzchołka prostopadłe do boku AB wróci po jednokrotnym odbiciu do punktu startu.

164. Lemat 1. Jeśli $n, N \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ oraz $4 \cdot 5^{n-1} | N$, to $5^n | 44^N - 1$.

Dowód (indukcja względem n). Dla $n = 1$ teza jest prawdziwa, bo liczba 44 podniesiona do potęgi o wykładniku parzystym kończy się cyfrą 6. Załóżmy prawdziwość tezy lematu dla pewnego $n \in \mathbb{N}$ (i dla wszystkich $N \in \mathbb{N}$) i niech $N \in \mathbb{N}$ będzie dowolną liczbą podzielną przez $4 \cdot 5^n$. Wówczas $N/5$ dzieli się przez $4 \cdot 5^{n-1}$ i na mocy założenia indukcyjnego $44^{N/5} - 1$ dzieli się przez 5^n . Zachodzi więc równość $44^{N/5} = 5^n q + 1$, gdzie $q \in \mathbb{N}$. Wobec tego $44^N = (5^n q + 1)^5 = 1 + (\text{suma składników podzielnych przez } 5^{n+1})$, czyli $5^{n+1} | 44^N - 1$, co kończy dowód lematu.

Lemat 2. Niech $x_1 = 44, x_{n+1} = 44^{x_n}$ (dla $n \in \mathbb{N}$). Wówczas $5^n | x_{n+2} - x_{n+1}$ (dla $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$).

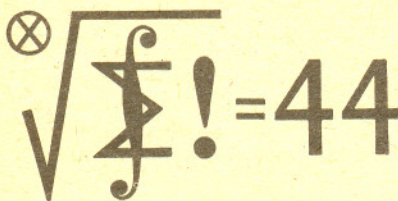
Dowód (indukcja). Dla $n = 0$ nie ma czego dowodzić. Ustalmy $n \in \mathbb{N}$ i załóżmy prawdziwość tezy dla $n-1$. Rozważmy różnicę $x_{n+2} - x_{n+1} = 44^{x_{n+1}} - 44^{x_n} = 44^{x_n}(44^{x_{n+1}-x_n} - 1)$, gdzie $N = x_{n+1} - x_n$. Z założenia indukcyjnego N dzieli się przez 5^{n-1} . Liczby x_n, x_{n+1} są też podzielne przez 4. Z Lematu 1 wynika, że $5^n | 44^N - 1$. Tym samym Lemat 2 jest udowodniony.

Rozważane w zadaniu liczby to wyrazy ciągu (x_n) o numerach > 44 . Rzecz jasna, $x_{n-1} \geq n$. Zatem $x_n (= 44^{x_{n-1}})$ dzieli się przez 2^n . Stąd i z Lematu 2 wynika, że $10^n | x_{n+2} - x_{n+1}$ dla $n \in \mathbb{N}$, czyli, że dla dowolnie ustalonego $n \in \mathbb{N}$ wszystkie wyrazy o numerach większych od n mają jednakową końcówkę n -cyfrową. Wystarczy teraz przyjąć $n = 44$.

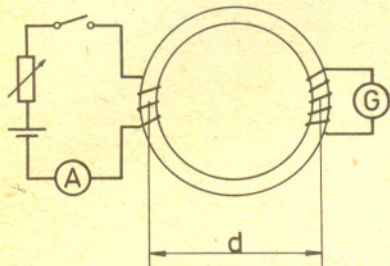
Czołówka ligi zadaniowej "Klub 44 M"
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 159 /WT=1,36/ i 160 /WT=3,55/
z numeru 11/1987

Konrad Pióro	- Warszawa	47,31pkt
Tadeusz Józefczyk	- Poznań	43,15pkt
Piotr Wach	- Katowice	42,95pkt
Krzysztof Hryniewiecki	- Białystok	39,93pkt
Adam Ruszel	- Krośno	38,97pkt

Kolejnym członkiem Klubu 44 zostaje pan Konrad Pióro.



Galwanometr balistyczny jest to galwanometr o dużym momencie bezwładności cewki, którego wskazania są proporcjonalne do ładunku przepływającego podczas chwilowego impulsu prądu.



69. Krótkowidz, noszący okulary o zdolności skupiającej -4 D , pokrył przednią — wypukłą powierzchnię swoich wypukłokwłęsłych soczewek cienką warstwą metaliczną. Warstwa ta, poza działaniem przeciwslonecznym, umożliwiła mu widzenie do tyłu (jak w bocznym lusterku samochodowym) równie ostre jak „przez okulary”. Jakie są promienie krzywizny obu powierzchni soczewek? Współczynnik załamania szkła wynosi $1,53$. Czy istnieje możliwość podobnego udoskonalenia okularów dalekowidza? Jeśli tak, to w jaki sposób?

70. Na pierścieniowy rdzeń z miękkiego ferromagnetyka nawinięto dwie cewki. Jedną z nich połączono z regulowanym źródłem prądu, a drugą z galwanometrem balistycznym (rys.). Podczas zamykania obwodu pierwszej cewki galwanometr wykazywał przepływ pewnego ładunku. Dla różnych (ustalonych) wartości natężenia prądu I uzyskano następujące wartości ładunku Q :

I (mA)	3	5	10	20	50	100	200	500
Q (μC)	10	30	130	450	700	860	920	1000

Wyznaczyć względną przenikalność magnetyczną materiału rdzenia w zależności od natężenia pola magnetycznego i przedyskutować otrzymane wyniki. Średnica pierścienia $d = 10\text{ cm}$, pole przekroju rdzenia $S = 1\text{ cm}^2$. Liczby zwojów: w pierwszej cewce $n_1 = 314$, w drugiej cewce $n_2 = 2400$. Całkowity opór obwodu drugiej cewki $R = 380\ \Omega$. Zakładamy, że badany rdzeń był ekranowany przed wpływem ziemskiego pola magnetycznego. Po każdym pomiarze dokonywano rozmagnesowania rdzenia w celu usunięcia pozostałości magnetycznej.

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 1/1988

Przypominamy treść zadań:

- 61. Jaki powinien być stosunek średniej wartości indukcji magnetycznej B wewnątrz orbity o promieniu R , po której poruszają się elektrony, do wartości indukcji w odległości R od osi betatronu, aby orbita ta była orbitą stacjonarną? Zakładamy, że na początku cyklu elektrony mają zerową prędkość i pole magnetyczne jest równe zeru.
- 62. Jak zmieni się ciśnienie wewnątrz rury sepybu naftowego wskutek wypływu gazu ze złoza? Zakładamy, że dolny i górny koniec rury zostały zamknięte, długość rury 2000 m.

61. Oznaczmy wartość indukcji pola magnetycznego w odległości R od osi betatronu — na okręgu orbity elektronów — przez B , natomiast średnią wartość indukcji magnetycznej wewnątrz orbity — przez B_s . Zakładamy, że stosunek B_s/B jest stały w czasie — wynika to z konstrukcji elektromagnesu zasilanego jedną parą cewek. Pęd elektronu po czasie t od włączenia pola —

przy założeniu, że porusza się on po orbicie kołowej o promieniu R — wynosi $p(t) = e \int_0^t E(t) dt$,

gdzie e — ładunek elementarny, natomiast $E(t) = \frac{1}{2\pi R} \frac{d(\pi R^2 B_s)}{dt} = \frac{R}{2} \frac{dB_s}{dt}$ jest natężeniem wirowego pola elektrycznego na okręgu orbity. Stąd wynika

$$(1) \quad p(t) = \frac{eR}{2} B_s(t).$$

Aby siła Lorentza mogła, jako siła dośrodkowa, utrzymywać elektron na orbicie o promieniu R , musi zachodzić związek $\frac{p(t)v(t)}{R} = \frac{m(t)v^2(t)}{R} = ev(t)B(t)$

($m(t)$ i $v(t)$ oznaczają odpowiednio masę i prędkość elektronu w chwili t), z którego wynika

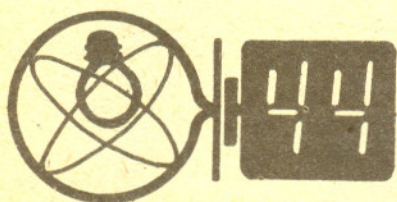
$$(2) \quad p(t) = eR B(t).$$

Z przyrównania wyrażeń (1) i (2) otrzymujemy $B_s/B = 2$. Powyższe rozumowanie jest słuszne zarówno w mechanice klasycznej, jak i relatywistycznej. A więc elektrony o bardzo dużych energiach, których prędkość jest praktycznie równa prędkości światła, będą także utrzymywane na orbicie. Ograniczenie maksymalnych osiąganych energii (do około 100 MeV) wiąże się ze stratami energii elektronów, poruszających się po orbicie kołowej, na promieniowanie. (Literatura: Sz. Szczeniowski, *Fizyka doświadczalna*, cz. III, str. 324).

62. Niech wysokość rury wynosi H , gęstość wypełniającej ją cieczy (ropy naftowej) — ρ , ciśnienie panujące w rurze na jej górnym końcu — p_0 . Ciśnienie na dolnym końcu rury wynosi $p_0 + \rho gH$ (g — przyspieszenie ziemskie); takie jest też ciśnienie gazu w bąblu, gdy zaczyna on wypływać ku górze. Przy założeniu, że ciecz jest nieściśliwa, a rura się nie odkształca, bąbel gazu nie może się rozprężyć. Oznacza to, że ciśnienie w nim panujące jest stałe. Przybycie bąbla gazu do górnego krańca rury spowoduje zatem, że ciśnienie zwiększy się tam o ρgH (do wartości $p_0 + \rho gH$). O tyle samo wzrosnie też ciśnienie w całej rurze. Dla szybu o głębokości 2000 m, wypełnionego ropą naftową o gęstości 800 kg/m^3 , ten wzrost ciśnienia wyniósłby około 16 MPa (160 atm), co mogłoby być niebezpieczne. Czynniki, które zmniejszają wzrost ciśnienia, są, poza odkształcaniem się rury, ściśliwość cieczy oraz rozpuszczanie się w niej gazu. Redukcja wzrostu ciśnienia przez dwa ostatnie czynniki jest tym większa, im większy jest stosunek objętości cieczy do objętości gazu. W związku z występującym w skorupie ziemskiej gradientem temperatury można też oczekiwać obniżania się temperatury gazu w miarę jego wznoszenia i związanego z tym spadku ciśnienia. Nie jest to jednak efekt duży — odpowiednia różnica temperatur wynosi zaledwie kilkadziesiąt kelwinów.

Czołówka ligi zadaniowej "Klub 44 P" po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 57 /WT=1,81/ i 58 /WT=3,34/ z numeru 11/1987

Dzierżysław		
Lipniacki - Lublin	40,03pkt	
Bogusław		
Mikielewicz - Brodnica	33,31pkt	
Roman Musiał - Katowice	23,61pkt	
Piotr Bała - Toruń	22,43pkt	
Piotr Koczyński - Warszawa	21,39pkt	
Wiesław Kacprzak - Kraków	20,39pkt	



DROBIAZGI

Elementy Euklidesa są książką, która, po Biblii, ma najwięcej wydań. A po polsku nie ma nawet pełnego przekładu.



Po uderzeniu pioruna w statek płynący do Bostonu w 1681 roku znajdujące się na nim kompasy zmieniły swoją orientację (pokazywały południe zamiast północy), co stwierdzono dzięki obserwacjom astronomicznym.



Fala padająca na granicę dwóch ośrodków od strony ośrodka o większym współczynniku załamania odbija się całkowicie, gdy

kąt padania Θ przekracza wartość Θ_g , dla której $\sin \Theta_g = \frac{n_2}{n_1}$

(n_2, n_1 współczynniki załamania ośrodków i $n_1 > n_2$). W ośrodku o mniejszym współczynniku załamania wnika jednak fala o amplitudzie malejącej wykładniczo z odległością od powierzchni odbicia, przy czym głębokość wnikania jest rzędu długości fali. O istnieniu tej fali można się przekonać, gdy w odległości około ćwierci długości fali pada ona ponownie na powierzchnię ośrodka o większym współczynniku załamania — obserwuje się wówczas przenikanie fali do tego ośrodka. Doświadczenie takie dla światła widzialnego jest bardzo trudne ze względu na bardzo małą długość fali.



Oto inny dowód rozbieżności szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.

Założmy, że $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = s < \infty$. Mamy wtedy oszacowanie

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k-1} \right) > \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} \right) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = s,$$

czyli $s > s$. Daje to sprzeczność z uczynionym założeniem. Powyższy dowód rozbieżności szeregu harmonicznego pochodzi od J. Garnetta i A. Pelczyńskiego.



Przepis na wyprodukowanie nadprzewodnika wysokotemperaturowego

Weź: 1,13 g tlenku itru — Y_2O_3 ,
3,95 g węglanu baru — $BaCO_3$,
2,39 g tlenku miedzi CuO (materiały nie muszą być bardzo czyste).

Utłucz i utrzyj składniki w moździerzu (przez 5—10 minut). Piecz w powietrzu w $950^\circ C$ przez 12 godzin (np. w elektrycznym piecu ceramicznym). Ponownie utłucz i utrzyj w moździerzu, a potem sprasuj otrzymany proszek w pastylki. Piecz pastylki w strumieniu tlenu w $950^\circ C$ przez 12 godzin. Studź powoli, nie szybciej niż $100^\circ C/godz$.

Ostrzeżenie: używane materiały są trujące i ich obróbkę (ucieranie) najlepiej prowadzić pod wyciągiem chemicznym. Jeżeli po pierwszym pieczeniu substancja jest jasnozielona, a nie szara, to znaczy, że najprawdopodobniej zostały pomyłone proporcje i należy zacząć jeszcze raz.

Powyższy przepis stosują uczniowie szkół średnich w Stanach Zjednoczonych i Wielkiej Brytanii (na podstawie *New Scientist*).

Prawdopodobnie najbliższą galaktyką spełniającą rolę soczewki grawitacyjnej jest galaktyka spiralna o numerze katalogowym 2237+0305 należąca do gromady Pegasus II i leżąca w odległości około 125 Mpc. Niezwykłym zbiegiem okoliczności niemal dokładnie za jej jądrem leży kwazar odległy o 2200 Mpc i jego przetworzony obraz rzutuje się na centralne części galaktyki. Fakt ten został stwierdzony w wyniku komputerowego opracowania obrazu galaktyki uzyskanego w Whipple Observatory w Arizonie za pomocą kamery CCD około trzech lat temu.



Materia ulatniająca się z głowy komety i tworząca jej warkocz nigdy już do niej nie wraca. W rezultacie komety dość szybko tracą „lód” spajający skalne fragmenty jądra, które wtedy może rozpaść się na niezależne komety. Zaobserwowano rozpady kilku komet; chyba najlepiej prześlędzony jest przypadek komety Bieli o okresie obiegu 6,62 lat. Odkryta została w 1826 r., po czym okazało się, że była już kilkakrotnie obserwowana wcześniej. Jej rozpad na dwie części nastąpił w 1845 r. Przy następnym zbliżeniu do Słońca w 1852 r. te dwa składniki dzieliła już odległość około 2,5 mln km. Następnego ich zbliżenia do Słońca już nie zaobserwowano, natomiast w 1872 r., gdy Ziemia przeszła stosunkowo blisko przewidywanej pozycji komety, na Ziemi spadła wielka ilość ciał meteorowych, szczątków komety.



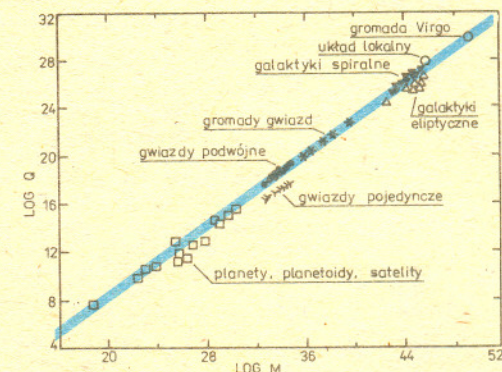
Co jest łatwe. Z książki *Geometria Analityczna* profesora Karola Borsuka: „... gdyż wyznacznik powstały przez skreślenie w niej pierwszej kolumny, ma postać

0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	-1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	-1	0	0	0	0	1	0	0
2	2	1	4	4	2	4	2	1
3	3	1	9	9	3	9	3	1
12	15	0	16	20	0	25	0	0
0	20	15	0	0	0	16	12	9
-2	1	2	4	-2	-4	1	2	4

i jak drogą łatwego rachunku można okazać, ma wartość 5760, a więc jest różny od zera”.



Po podzieleniu momentu pędu dowolnego obiektu astronomicznego (planetoidy, planety, gwiazdy, gromady gwiazd, galaktyki czy nawet gromady galaktyk) przez jego całkowitą masę i średnią gęstość podniesioną do potęgi 1/6 uzyskuje się wynik (Q) równy masie tego obiektu podniesionej do potęgi 0,7.



Wydaje się, że ta zadziwiająca własność jest uniwersalna i dotyczy wszystkich obiektów we Wszechświecie.

Wiele egzotycznych zjawisk, takich jak wybuch supernowej czy zderzenie gwiazd neutronowych, może być źródłem fal grawitacyjnych, jednak na przeszkodzie w powstaniu „grawitacyjnej” astronomii stoi fakt, iż, jak dotąd nie udało się tych fal zaobserwować.

Działanie typowego detektora fal grawitacyjnych sprowadza się do pomiaru niezwykle małych zmian odległości między ciałami, wywołanych przejściem fali. Szacuje się, że w pobliżu Ziemi względne zmiany odległości (równe co do rzędu wielkości amplitudzie fal grawitacyjnych) nie powinny przekraczać wartości 10^{-17} — 10^{-21} .

W 1985 roku W. B. Bragiński (Uniwersytet Moskiewski) i K. S. Thorn (California Institute of Technology) zaproponowali budowę detektora o bardzo oryginalnej konstrukcji. Detektor miałyby stanowić dwie masy, np. po 20 kg, połączone cienkim (0,6 mm) drutem o długości 25 km. W środku drut należałoby rozciąć i wstawić niewielką sprężynę, a następnie wyrzucić tak przygotowany układ ze statku kosmicznego na orbicie Ziemi. Pod wpływem sił pływowych drut ulegnie rozciągnięciu wzdłuż prostej przechodzącej przez środek Ziemi i detektor będzie gotowy do odbioru fal grawitacyjnych.

Jeśli drut jest mało rozciągliwy w porównaniu ze sprężyną, to nawet przesunięcie względne rzędu 10^{-17} doprowadzi do mierzalnego wydłużenia sprężyny $\Delta x \approx 10^{-11}$ cm. W przypadku sygnału okresowego czułość detektora miałaby być nawet 100 razy większa. Niestety, do tej pory pomysł nie doczekał się realizacji.

M. J.



Biinwolutywność

Paskudne to słowo oznacza, że każde przekształcenie ze zbioru mającego tę własność da się przedstawić jako złożenie dwóch inwolucji, czyli przekształceń nie będących identycznością, a (mimo to) równych swoim przekształceniom odwrotnym.

Wiadomo, że każde przekształcenie odwracalne ustalonego zbioru na niego samego da się tak przedstawić. Po cóż więc specjalna nazwa dla tej własności? Przyjęto bowiem dodatkowy warunek — inwolucje też powinny należeć do zbioru przekształceń, którego biinwolutywność badamy.

Okropnie to zawile i chyba lepiej przejść do konkretów. W geometrii jedyne inwolucje to symetrie. Symetria środkowa, osiowa i płaszczyznowa. Biinwolutywność zbioru izometrii, a więc przekształceń nie zmieniających odległości, to fakt, że każde z nich da się uzyskać jako kolejne wykonanie dwóch symetrii.

Wykonując kolejno dwie symetrie spostrzegamy cały szereg regularności i aż nie chce się wierzyć, że dowolne dwie figury (np. bryły) przystające można w taki sposób nałożyć.

Na przykład kolejne wykonanie dwóch symetrii względem prostych skośnych to obrót względem ich wspólnej prostej prostopadłej z równoczesnym przesunięciem wzdłuż tej prostej. A wykonanie symetrii względem płaszczyzny i nie leżącego na niej punktu daje właściwie taki sam śrubowy ruch w przestrzeni. Może inne pary symetrii dają jakieś inne możliwości? — proszę sprawdzić.

Można postawić sobie np. takie zadanie: cisnąwszy byle jak parę rękawiczek staramy się wyobrazić sobie, jakimi dwiema symetriami moglibyśmy się posłużyć, by za ich pomocą przenieść jedną w miejsce drugiej (zadanie ciekawe, bo przecież fizycznie prawej rękawiczki nijak na lewą przenieść się nie da). Dla rozrywki proponuję też wyobrazić sobie różne pary symetrii nakładające różne pary jednakowych przedmiotów z naszej tylnej okładki.

Jest to dobra gimnastyka dla wyobraźni przestrzennej i to tej rzadszej — dynamicznej. I rozrywka uczciwa — zadanie na pewno da się wykonać. Grupa izometrii jest bowiem biinwolutywna — na życzenie możemy to udowodnić.

M. K.