

Redaguje Jerzy B. BROJAN



Termin nadsyłania rozwiązań:  
31 VIII 2011

**520.** Dwa ciężarki o jednakowych masach są połączone długą nicią przełożoną przez nieważki krążek o promieniu  $r$ , który może się swobodnie obracać wokół osi odległej o  $h$  od środka krążka (rys. 1). Nić nie ślizga się po krążku. Obliczyć okres małych drgań układu wokół położenia równowagi.

**521.** W prostoliniowym przewodniku płynie prąd o natężeniu  $I_1$ , a w ramce leżącej w płaszczyźnie prostopadłej do tego przewodnika – prąd o natężeniu  $I_2$ . Ramka składa się z dwóch odcinków radialnych o kącie rozwarcia  $\alpha$  oraz łuków okręgowych odległych od przewodnika prostoliniowego o  $r$  i  $R$  (rys. 2). Względna przenikalność magnetyczna ośrodka jest równa 1. Znaleźć siłę i moment siły oddziaływania ramki na przewodnik prostoliniowy.

### Rozwiązania zadań z numeru 2/2011

Przypominamy treść zadań:

**512.** Dwóch studentów przechadzało się nad brzegiem stawu. W mętnej wodzie podskakiwała szyjka butelki wrzuconej przez jakiegoś wandała.

– Zażożę się o dychę, że potrafię obliczyć średnią głębokość zanurzenia tej butelki – powiedział Fizyk.  
– Ściemniasz, przecież nic nie widać w tej zupie! – zaoponował Humanista. – Przyjmuję zakład!

Fizyk ustawił funkcję stopera na swoim zegarku i zmierzył czas 10 okresów drgań butelki – wyszło mu 7,8 sekundy. Przetawił zegarek na kalkulator i po paru obliczeniach zawołał:

– Piętnaście centymetrów, sprawdzamy i jesteś do tyłu o dychę!

Który student wygrał zakład?

**513.** W cylindrze zamkniętym tłokiem znajduje się powietrze, w którym unosi się bańka mydlana (rys. 3). Przesunięto tłok, sprężając powietrze. Jeśli przepływy ciepła można pominąć (przemiana adiabatyczna), to mocniej ogrzało się powietrze wewnątrz bańki, czy na zewnątrz niej, czy jednakowo?

**512.** Założmy, że przynajmniej dolna część butelki ma kształt walcowy, a szukaną głębokość zanurzenia oznaczmy przez  $h$ . W położeniu równowagi masa butelki  $m$  równa jest masie wypartej wody  $Sh\rho$ , gdzie  $S$  – pole przekroju poprzecznego butelki,  $\rho$  – gęstość wody. Jeśli zanurzenie zwiększy się o  $x$ , to siła wyporu wzrośnie o  $S\rho gx$ , zatem mamy do czynienia z ruchem harmonicznym o okresie  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ , gdzie  $k$  – stała proporcjonalności siły do wychylenia, tzn.  $k = S\rho g$ . Po przekształceniach można wyznaczyć  $h = g(T/2\pi)^2$ , tą drogą Fizyk otrzymał wynik  $h = 15$  cm.

Podane wyprowadzenie wzoru pomija jednak fakt, że razem z butelką drga także pewna ilość wody otaczającej butelkę, której masę (tzw. masa związana) należy dodać do  $m$  we wzorze na  $T$ . W efekcie wyliczona wartość  $h$  będzie zawyżona – w przeprowadzonym doświadczeniu autor otrzymał zanurzenie o około 25% mniejsze, co w opisanym przypadku odpowiadałoby wartości 11 cm. A jednak wygrał Humanista...

**513.** Ciśnienie wewnątrz bańki  $p_w$  jest równe sumie ciśnienia zewnętrznego  $p_z$  i ciśnienia samej błonki  $p_b$ . Ciśnienie błonki jest odwrotnie proporcjonalne do jej promienia, czyli do pierwiastka trzeciego stopnia z objętości powietrza wewnątrz bańki  $V_w$ . Dla małych przyrostów mamy więc

$$\frac{\Delta p_b}{p_b} = -\frac{1}{3} \frac{\Delta V_w}{V_w}.$$

Równanie przemiany adiabatycznej gazu w zmiennych  $V$ - $T$  w wersji różniczkowej ma postać

$$\frac{\Delta T_w}{T_w} = -(\gamma - 1) \frac{\Delta V_w}{V_w},$$

gdzie  $\gamma = c_p/c_v$ . Stąd

$$\frac{\Delta p_b}{p_b} = \frac{1}{3(\gamma - 1)} \frac{\Delta T_w}{T_w}.$$

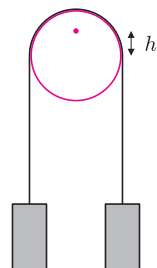
Zapiszmy jeszcze przemianę adiabatyczną wewnątrz i zewnątrz bańki w zmiennych  $p$ - $T$ :

$$(\gamma - 1) \frac{\Delta p_w}{p_w} = \gamma \frac{\Delta T_w}{T_w}, \quad (\gamma - 1) \frac{\Delta p_z}{p_z} = \gamma \frac{\Delta T_z}{T_z}.$$

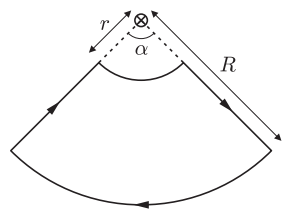
Jeśli początkowo temperatury były jednakowe, to podstawiając zmiany ciśnienia do wzoru  $\Delta p_w = \Delta p_z + \Delta p_b$ , dochodzimy do wyniku

$$\left(\gamma p_w - \frac{1}{3} p_b\right) \Delta T_w = \gamma (p_w + p_b) \Delta T_z,$$

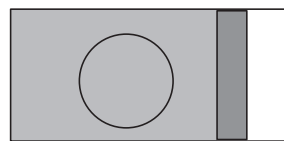
z którego widać, że wewnątrz bańki wzrost temperatury był większy.



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F**  
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań  
508 ( $WT = 1,00$ ) i 509 ( $WT = 1,83$ )  
z numeru 12/2010

Jerzy Witkowski	Radlin	37,45
Tomasz Rudny	Poznań	35,20
Tomasz Wietecha	Tarnów	32,04
Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	30,78
Andrzej Idzik	Bolesławiec	29,30