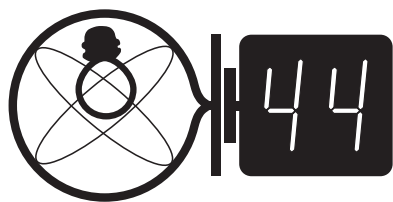
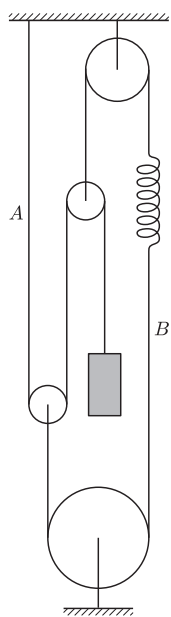


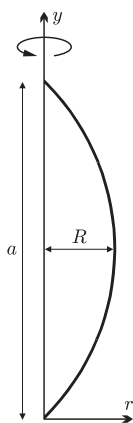
Klub 44



Termin nadsyłania rozwiązań: 31 III 2012



Rys. 1



Rys. 2

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl

Zadania z fizyki nr 530, 531

Redaguje Jerzy B. BROJAN

530. Ciężarek o masie m wisi na nici A przełożonej przez 2 bloki ruchome (rys. 1). Osie tych bloków są połączone nicią B przełożoną przez 2 bloki nieruchome, a w tej nici zamontowana jest sprężynka o stałej sprężystości k . Obliczyć okres pionowych drgań ciężarka. Masy bloków pominąć.

531. Gdy transformator był podłączony uzwojeniem pierwotnym do napięcia przemiennego U_1 , a obwód wtórny był otwarty, napięcie na uzwojeniu wtórnym było równe U_2 , a natężenie prądu w uzwojeniu pierwotnym I_1 (wszystkie podane wielkości są wartościami skutecznymi). Zamknięto obwód wtórny, dołączając do niego: a) opornik, b) zwojnicę bezoporową, c) kondensator. Ile w każdym z tych przypadków wyniesie natężenie prądu w uzwojeniu pierwotnym, jeśli we wtórnym popłynie prąd o natężeniu I_2 ? Oba napięcia U_1 i U_2 nie zmieniły wartości, a straty energii w transformatorze (jego nagrzewanie się) można pominąć.

Rozwiązania zadań z numeru 9/2011

Przypominamy treść zadań:

522. Linka o długości $l = 1,5$ m i masie $m = 0,2$ kg (jednorodnie rozłożonej) jest zamocowana końcami w dwóch punktach odległych o $a = 1$ m (rys. 2). Linka obraca się wokół osi przechodzącej przez punkty zamocowania z prędkością kątową $\omega = 100$ rad/s i względem tego obracającego się układu odniesienia pozostaje nieruchoma. Pomijając efekty siły ciężkości, obliczyć numerycznie odległość R środkowego punktu linki od osi obrotu.

523. Dwie cienkie współosiowe soczewki o ogniskowych f_1 i f_2 są odległe o d i wykonane z tego samego szkła. Jaki warunek muszą spełniać podane parametry, aby ogniskowa zespołu nie zależała od długości fali (aby układ był achromatyczny)? Zmiany współczynnika załamania są niewielkie.

Ogólnie definiuje się ogniskową w sposób następujący: gdy na układ pada promień równoległy do osi i odległy od niej o niewielki odcinek h , a wychodząc z układu przecina oś pod kątem α , to ogniskowa wynosi $f = h/\alpha$.

522. Niech y będzie współrzędną wzdłuż osi obrotu, natomiast r – współrzędną wzdłuż osi prostopadłej. Składowa F_y siły napięcia linki jest stała, natomiast przyrost składowej F_r równoważy siłę odśrodkową działającą na fragment linki o długości ds i masie dm :

$$dF_r = -\omega^2 r dm = -\omega^2 r \frac{m}{l} ds = -\frac{m\omega^2}{l} r \sqrt{1 + (dr/dy)^2}.$$

Znak minus w powyższym równaniu odpowiada $dr > 0$, $dy > 0$. Kierunek siły napięcia jest styczny do linki, czyli $\frac{F_r}{F_y} = \frac{dr}{dy}$, a stąd

$$\frac{d^2 r}{dy^2} = -\frac{m\omega^2}{lF_y} r \sqrt{1 + (dr/dy)^2} = -Ar \sqrt{1 + (dr/dy)^2}.$$

Numeryczne całkowanie tego równania rozpoczynamy od $y = r = 0$ i dowolnie wybranych wartości A oraz dr/dy . Wartości te należy dobrać tak, aby w punkcie $y = a/2$ osiągnąć $\frac{dr}{dy} = 0$ oraz długość linki równą $l/2$. Okazuje się, że przy danych a i l właściwymi wyborami

są $A = 7,940 \text{ m}^{-2}$ (faktycznie wyznaczamy w ten sposób F_y ; wartości m i ω nie wpływają na kształt linki) oraz $(\frac{dr}{dy})_0 = 1,796$. Maksymalną wartością r jest $R = 0,516$ m. Dla porównania, dla krzywej łańcuchowej (cosinusa hiperbolicznego) byłoby $R = 0,503$ m.

523. Obliczenie ogniskowej F układu jest dość standardowe i nie będziemy go powtarzać. Otrzymuje się

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}.$$

Podstawiamy $\frac{1}{f_i}$ w postaci $\frac{1}{f_i} = (n - 1)A_i$, gdzie $i = 1$ lub 2 , A_i nie zależy od n . Przy niewielkiej zmianie Δn zmiana zdolności skupiającej układu $1/F$ wynosi

$$\Delta \left(\frac{1}{F} \right) = \Delta n (A_1 + A_2 - 2d(n - 1)A_1 A_2).$$

Proste przekształcenie prowadzi do wniosku, że zmiana ta jest równa zero, gdy $f_1 + f_2 = 2d$.