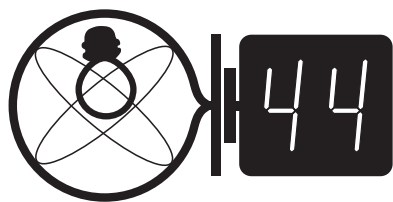
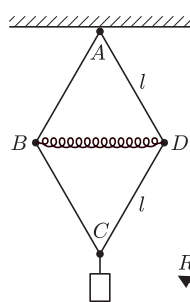


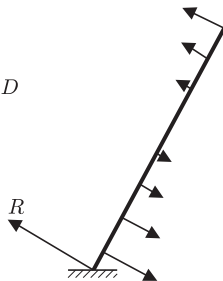
Redaguje Ewa CZUCHRY



Termin nadsyłania rozwiązań: 30 VI 2012



Rys. 1



Rys. 2

536. Na pionowej, obracającej się ze stałą prędkością ω osi zamocowany jest poziomo sztywny, nieważki pręt. Wzdłuż niego mogą poruszać się bez tarcia dwie kuleczki, każda o masie m , połączone sprężyną o stałej sprężystości k – obie leżą po tej samej stronie osi obrotu. Taka sama sprężyna łączy kulę bliższą osi z punktem zamocowania osi i pręta. Nerozciągnięte sprężyny mają długość l_0 każda. Znaleźć długości obu sprężyn podczas ruchu. Dla jakich parametrów uzyskane rozwiązanie ma sens fizyczny?

537. Cztery nieważkie pręty o długości l , połączone przegubami w romb, zostały za przegub A podwieszono na suficie (rys. 1). Przeciwny przegub C obciążono ciężarkiem N , a pozostałe przeguby B i D rozparto sprężyną o długości $\frac{3}{2}l$ i stałej sprężystości k . W położeniu równowagi okazało się, że pręty są nachylone do pionu pod kątem $\alpha = 30^\circ$. Znaleźć okres małych drgań ciężarka.

Rozwiązania zadań z numeru 12/2011

Redaguje Jerzy B. BROJAN

Przypominamy treść zadań:

528. Cienki, jednorodny pręt o długości l i masie m postawiono pionowo na poziomym podłożu i zaczął się on przewracać bez poślizgu. Pręt nie wygina się, a przy przekroczeniu w jakimkolwiek punkcie pewnej wartości momentu siły zginającej M ulega złamaniu w tym punkcie. Obliczyć minimalną wartość M niezbędną do tego, aby pręt nie złamał się przed upadkiem. W którym punkcie pręt się złamie, gdy M ma wartość nieco mniejszą?

529. Aby wyznaczyć wartość oporu amperomierza, włączono go w pewien obwód razem z bocznikiem – równoległym opornikiem o dokładnie znanym oporze R . Odczytano wskazanie amperomierza I dla różnych wartości R , a wyniki przedstawiono w tabeli:

R, Ω	1	1,5	2	3	5	10
I, mA	54	70	82	99	119	141

Czy natężenie prądu płynącego przez amperomierz i bocznik (łącznie) pozostawało stałe? Ile wynosi opór własny amperomierza? Jaką metodą najlepiej uwzględnić wszystkie pomiary? Dopuszczalne są tylko typowe „ogólnoużytkowe” funkcje arkusza kalkulacyjnego lub kalkulatora.

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 524 ($WT = 1,90$) i 525 ($WT = 3,30$) z numeru 10/2011

Marian Łupieżowiec	Gliwice	39,60
Jacek Piotrowski	Rzeszów	39,10
Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	35,03
Michał Koźlik	Gliwice	32,78
Ryszard Woźniak	Kraków	18,18

528. Z bilansu energii

$$\Delta E_{\text{grav}} = mg \frac{l}{2} (1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

gdzie $I = \frac{1}{3} ml^2$ jest momentem bezwładności pręta względem punktu podparcia, wyznaczamy prędkość kątową pręta ω w zależności od kąta odchylenia od pionu α :

$$\omega^2 = 3 \frac{g}{l} (1 - \cos \alpha).$$

Różniczkując po czasie, znajdujemy przyspieszenie kątowe ε :

$$\varepsilon = \frac{3g}{2l} \sin \alpha.$$

Podzielmy pręt na niewielkie elementy o długości dx i masie dm odległe od punktu podparcia o x i dla każdego z nich wyznaczmy „siłę wyginającą” dF_w , tzn. prostopadłą do pręta składową siły wywieranej przez dany element na sąsiednie. Jeśli dodatni zwrot tej siły jest w stronę spadku pręta, to jest ona równa różnicy prostopadłej składowej siły ciężkości $dm \cdot g \sin \alpha$ i iloczynowi dm przez prostopadłą składową przyspieszenia:

$$dF_w = dm(g \sin \alpha - \varepsilon x) = \frac{m dx}{l} g \sin \alpha \left(1 - \frac{3x}{2l}\right).$$

Siły te zostały przedstawione na rysunku 2, wraz z prostopadłą do pręta składową siłą reakcji podłoża R . Moment M siły zginającej pręt w punkcie y jest równy

sumie momentów sił dF_w dla wszystkich x większych od y :

$$\begin{aligned} M(y) &= \int_y^l (x - y) dF_w = \\ &= \frac{m}{l} g \sin \alpha \int_y^l (x - y) \left(1 - \frac{3x}{2l}\right) dx. \end{aligned}$$

W wyniku całkowania otrzymujemy

$$M(y) = -\frac{y(l - y)^2}{4l^2} mg \sin \alpha.$$

Maksymalna wartość M występuje tuż przed upadkiem ($\sin \alpha = 1$) i w punkcie $y = \frac{1}{3}l$. Wynosi ona

$$|M_{\text{max}}| = \frac{1}{27} mgl,$$

a jeśli pręt ma się nie złamać, to jego wytrzymałość na zginanie nie może być mniejsza.

529. Niech R_A będzie szukanim oporem amperomierza, a I_c – natężeniem prądu całkowitego, czyli sumą natężenia prądu płynącego przez amperomierz (I) i przez bocznik. Napięcie na amperomierzu i boczniku jest jednakowe, zatem

$$IR_A = (I_c - I)R \quad \text{czyli} \quad \frac{R_A}{R} = \frac{I_c}{I} - 1.$$

Jeśli I_c jest stałe, to wykres zależności $1/I$ od $1/R$ powinien być liniowy, co dla danej serii pomiarów sprawdza się bardzo dobrze. Z ekstrapolacji prostej do przecięcia z osią $1/R$ (tzn. do punktu, w którym $1/I = 0$) znajdujemy $R_A \approx 2,16 \Omega$.