Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Zadania z fizyki nr 570, 571

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 III 2014

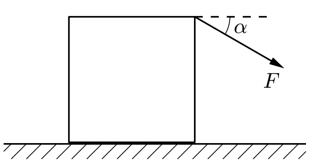
570. Pręt o długości l, promieniu r i masie m porusza się wewnątrz pionowej rury o promieniu $R \ll l$, wypełnionej nieściśliwą cieczą o gęstości ρ, wzdłuż jej osi. Gęstość pręta jest mniejsza od gęstości cieczy. Znaleźć przyspieszenie pręta. Opory ruchu (lepkość cieczy) można zaniedbać.

571. W pionowej, wąskiej rurce o długości $2l$ dolny koniec jest zamknięty, a górny otwarty. W dolnej połowie znajduje się gaz doskonały o temperaturze T_1, górna połowa jest wypełniona rtęcią. Ciśnienie zewnętrzne jest równe ciśnieniu słupka rtęci o wysokości l. Do jakiej temperatury wystarczy ogrzać gaz w rurce, aby cała rtęć została z niej wyparta?

Rozwiązania zadań z numeru 9/2013

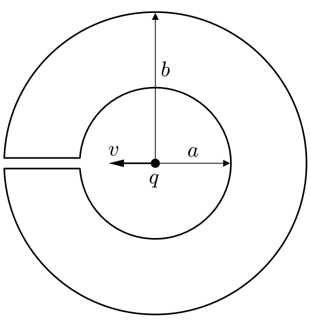
Przypominamy treść zadań:

562. Sześcian o masie m stoi na powierzchni poziomej. Z jaką minimalną siłą F i pod jakim kątem α do poziomu (rys. 1) należy ciągnąć sześcian za środek górnej krawędzi, żeby przewrócił się bez poślizgu, jeżeli współczynnik tarcia wynosi μ? Siła F jest prostopadła do górnej krawędzi sześcianu.



Rys. 1

563. W środku nieruchomej, wydrążonej, przewodzącej kuli o promieniach wewnętrznym a i zewnętrznym b umieszczono cząstkę o masie m naładowaną ładunkiem $q > 0$ (rys. 2). Jaką prędkość należy nadać cząstce, aby przez wąską szczelinę oddaliła się do nieskończoności? Przenikalność elektryczna próżni ε_0 jest dana.



Rys. 2

562. Warunek na brak poślizgu ma postać: $F\cos\alpha \leqslant \mu(mg + F\sin\alpha)$. Aby nastąpił obrót wokół dolnej, przedniej krawędzi, musi być spełniony warunek: $aF\cos\alpha < \frac{mga}{2}$, gdzie a jest krawędzią sześcianu. Rozważmy przypadek graniczny, gdy siła $F = F_0 = \frac{mg}{2\cos\alpha}$ nie powoduje jeszcze obrotu. Z warunku na brak poślizgu otrzymujemy wtedy: $\frac{mg}{2} \leqslant \mu mg\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2}\right)$, czyli $\operatorname{tg}\alpha \geqslant \frac{1-2\mu}{\mu}$. Musimy rozważyć dwa przypadki:

1) $\mu < 0{,}5$, wtedy $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1-2\mu}{\mu}$,
2) $\mu \geqslant 0{,}5$, wtedy $\alpha = 0$.

Ostatecznie otrzymujemy odpowiedź:

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad F > \frac{mg}{2} \qquad \text{dla } \mu \geqslant 0{,}5$$

oraz

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1-2\mu}{\mu} \quad \text{i} \quad F > \frac{mg\sqrt{5\mu^2 - 4\mu + 1}}{2\mu} \qquad \text{dla } \mu < 0{,}5.$$

563. W chwili początkowej na wewnętrznej powierzchni wydrążonej kuli indukuje się ładunek $-q$, a na powierzchni zewnętrznej q, ponieważ w przewodniku nie ma pola elektrycznego. Energia początkowa układu jest sumą energii kinetycznej cząstki, energii W_1 oddziaływania elektrostatycznego cząstki z ładunkami indukowanymi oraz energii W_2 oddziaływania między ładunkami indukowanymi. $W_1 = kq^2\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$, gdzie $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, $W_2 = \frac{qU}{2}$, gdzie U jest napięciem między sferami o promieniach a i b związanym tylko z ładunkami na sferach. Potencjał sfery wewnętrznej wynosi $V(a) = kq\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) < 0$, potencjał sfery zewnętrznej $V(b) = 0$, $U = -V(a)$. Po oddaleniu się cząstki do nieskończoności energia układu wynosi zero i z zasady zachowania energii otrzymujemy szukaną prędkość:

$$v = q\sqrt{\frac{k(b-a)}{mab}}.$$