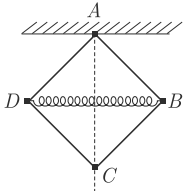


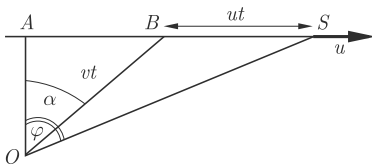
Zadania z fizyki nr 638, 639

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 VII 2017



Rys. 1

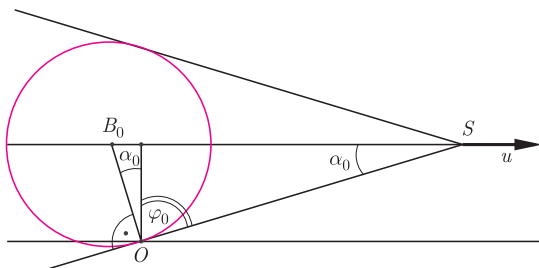


Rys. 2

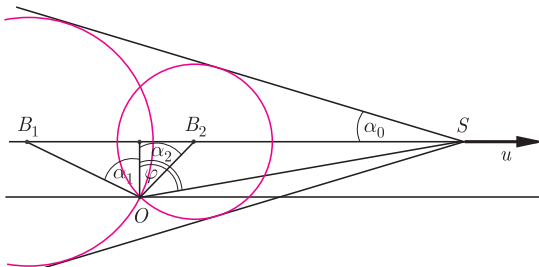
630. Niech obserwator, znajdujący się w punkcie O , widzi samolot w punkcie S i słyszy wysłany przez samolot z punktu B dźwięk, który dotarł do niego po czasie t . Zgodnie z rysunkiem 2

$$(1) \quad \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha + \frac{ut}{vt \cos \alpha},$$

gdzie α jest szukanym kątem. Wprowadźmy oznaczenie $x := \operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha > 0$.



Rys. 3



Rys. 4

Zgodnie z (1) mamy

$$x = \frac{u}{v} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{u}{v} \sqrt{1 + (\operatorname{tg} \varphi - x)^2}.$$

Otrzymujemy stąd równanie kwadratowe

$$(2) \quad x^2 + \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{\frac{v^2}{u^2} - 1} x - \frac{1}{\cos^2 \varphi (\frac{v^2}{u^2} - 1)} = 0.$$

638. Układ składa się z czterech jednakowych, lekkich prętów o długości l i lekkiej sprężyny o długości $2l$ (rys. 1). Pręty połączone są przegubowo za pomocą małych kulek o jednakowych masach. Układ zamocowany jest w punkcie A i znajduje się w polu ciężkości. W stanie równowagi pręty tworzą kwadrat. Znaleźć częstość małych drgań układu, przy których punkt C porusza się po linii pionowej.

639. Lis biegnie po linii prostej ze stałą prędkością v_1 . Lisa goni pies, którego prędkość ma stałą wartość v_2 i skierowana jest cały czas na lisa. W chwili, gdy prędkości v_1 i v_2 są do siebie prostopadłe, odległość między lisem a psem wynosi l . Jakie jest w tym momencie przyspieszenie psa?

Rozwiązania zadań z numeru 1/2017

Przypominamy treść zadań:

630. Samolot leci z prędkością u po prostej poziomej, przechodzącej nad głową obserwatora. W pewnej chwili obserwator widzi samolot w kierunku, który tworzy z pionem kąt φ . Jaki kąt z pionem tworzy w tej samej chwili kierunek, wzdłuż którego dociera do obserwatora dźwięk silnika samolotu? Prędkość dźwięku wynosi v . Rozważ przypadki $u < v$ oraz $u > v$.

631. Na powierzchni poziomej znajdują się dwa jednakowe, cienkościennie walce o masie m każdy. Osie walców są równoległe, promienie są równe R . Na początku jeden z walców spoczywa, a drugi toczy się bez poślizgu w kierunku pierwszego z prędkością ruchu postępowego v_0 aż do centralnego, sprężystego zderzenia. Współczynnik tarcia kinetycznego walców o podłoże jest równy μ , tarcie między walcami jest zaniedbywalne. Znaleźć maksymalną odległość między walcami po zderzeniu.

Rozwiązania tego równania mają postać

$$x_{1,2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 - \frac{v^2}{u^2}} \pm \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{(1 - \frac{v^2}{u^2})^2} - \frac{1}{\cos^2 \varphi (1 - \frac{v^2}{u^2})}}.$$

Gdy prędkość dźwięku jest większa od prędkości samolotu ($v > u$), wyróżnik równania (2) jest dodatni dla każdego φ , $x_1 > 0$, $x_2 < 0$, zatem $x = x_1$. Dla samolotu naddźwiękowego ($u > v$) wyróżnik równania (2) jest dodatni, gdy $\cos \varphi < \frac{v}{u}$ – równanie (2) ma wtedy dwa pierwiastki dodatnie. Każdy punkt trajektorii samolotu jest źródłem fali kulistej, obwiednia tych fal tworzy powierzchnię stożkową (rys. 3), która przesuwa się z prędkością samolotu u . Po raz pierwszy obserwator słyszy dźwięk wysłany przez samolot z punktu B_0 , gdy $\sin \alpha_0 = \cos \varphi_0 = \frac{v}{u}$. W następnych chwilach do obserwatora docierają czoła dwóch fal kulistych (rys. 4) i wydaje mu się, że z punktu B_0 poruszają się w przeciwnie strony dwa źródła dźwięku.

631. Ponieważ tarcie między walcami jest zaniedbywalne, prędkość kątową ruchu obrotowego pierwszego walca $\omega_0 = \frac{v_0}{R}$ nie zmienia się w wyniku zderzenia. Z zasad zachowania pędu i energii (zderzenie sprężyste) wynika, że po zderzeniu prędkość ruchu postępowego pierwszego walca wynosi zero, a drugiego v_0 . Po zderzeniu na pierwszy walec działa siła tarcia skierowana do przodu. Jego prędkość ruchu postępowego rośnie liniowo z czasem: $v = \mu g t$, prędkość kątowa ruchu obrotowego maleje liniowo z czasem: $\omega = \omega_0 - \frac{\mu g t}{R}$. Po czasie t_0 , gdy spełniony jest związek $v = \omega R$, rozpoczyna się toczenie bez poślizgu. Stąd $t_0 = \frac{v_0}{2\mu g}$. Na drugi walec działa siła tarcia skierowana do tyłu. Jego prędkość ruchu postępowego maleje liniowo z czasem, prędkość ruchu obrotowego rośnie liniowo z czasem. Po czasie t_0 drugi walec również zaczyna toczyć się bez poślizgu. Od chwili t_0 prędkości ruchu postępowego obu walców wynoszą $\frac{v_0}{2}$. Drogi przebyte przez walce w czasie t_0 wynoszą odpowiednio $s_1 = \frac{v_0 t_0}{2}$ i $s_2 = \frac{3 v_0 t_0}{4}$. Maksymalna odległość, na jaką się oddalą, jest równa $\Delta s = \frac{v_0^2}{8 \mu g}$.