

## Hexapawn wydłużony – streszczenie

Praca analizuje omawianą przez Martina Gardnera grę o nazwie „hexapawn”. Hexapawn jest rozgrywany przy użyciu pionów szachowych na planszy 3x3; białe mają trzy pionki w pierwszym rzędzie, czarne trzy pionki w trzecim rzędzie, pionki ruszają się normalnie (brak podwójnego skoku), wygrywa promocja lub pat. W tym oryginalnym wariacie jest oczywiste, że gracz rozpoczynający musi przegrać. Praca ma na celu pewne uogólnienie, mianowicie określenie, kto wygrywa przy optymalnej grze obu stron na planszy  $n \times 3$ .

Pierwsze lematy służą pokazaniu, że hexapawn jest grą skończoną i rozstrzygalną, a poprzez to – że jeden z graczy dysponuje strategią wygrywającą. Następnie definiuje się pewne szczególne typy pozycji i bada przejścia między nimi, wykluczając ruchy skutkujące natychmiastową porażką, aby dowiedzieć, że poprawnie rozgrywany hexapawn jest (wbrew pozorom) tożsamy z grą bezstronną. To pozwala analizować go przy użyciu twierdzenia Sprague'a-Grundy'ego, którego prawdziwość jest zresztą wykazana w pracy dla większej jasności wyводу.

Kolejnym krokiem jest wyprowadzenie wzorów indukcyjnych, które pozwalają obliczać wartości nimberów w hexapawnie (nimber to funkcja powiązana z twierdzeniem Sprague'a-Grundy'ego, której dziedziną jest zbiór pozycji w grze, a przeciwdziedziną zbiór liczb całkowitych nieujemnych). Następnie przedstawiony i dokładnie omówiony zostaje program komputerowy w języku Free Pascal wyliczający owe nimbery.

Program pozwala odkryć pewne wzorce cykliczne (o okresie 10). Fakt, iż wzorce te nie mogą się załamać, zostaje potem udowodniony przy użyciu techniki *reductio ad absurdum*. W ten sposób udaje się pokazać, że gracz pierwszy ma strategię wygrywającą, jeżeli długość planszy kończy się cyfrą 1, 4, 5, 7 lub 8; gracz drugi natomiast powinien wygrać, jeżeli długość planszy kończy się cyfrą 0, 2, 3 (przypadek Gardnera), 6 lub 9. Na końcu zaproponowane zostaje pięć możliwości dalszych badań nad wariantami gry hexapawn.

Praca powstała pod kierunkiem profesora Wojciecha Tomalczyka. Ważnymi inspiracjami były artykuły z czasopisma Delta: „Hexapawn, czyli czego można nauczyć pudełka” Kamili Łyczek oraz „Gra Grim i twierdzenie Sprague'a-Grundy'ego” Marthy i Mateusza Łackich.