Mgr Tadeusz B. IWIŃSKI

CZY MOŻNA ZMIERZYĆ EGOIZM?

Rzecz dzieje się w kraju, w którym obowiązuje specyficzny przepis umożliwiający prokuratorowi całkowite lub częściowe uwolnienie przestępcy od kary w zamian za szczere przyznanie się do winy lub udzielenie innych interesujących prokuraturę informacji.
Prokurator jest przekonany, że A i B wspólnie obrabowali bank, nie dysponuje jednak wystarczającym materiałem dowodowym. W związku z tym każdemu z podejrzanych z osobna przedstawia identyczną propozycję: jeśli przyznasz się do winy i udowodnisz, że wspólnie dokonaliście rabunku, a twój wspólnik się nie przyzna, to on dostanie 10 lat, a ciebie zwolnię od kary; jeśli żaden z was się nie przyzna, to każdy dostanie po roku za udowodnione wam drobniejsze przestępstwa; jeśli jednak obaj się przyznacie, to sąd będzie musiał orzec po 5 lat więzienia dla każdego.

$$\begin{array}{ccc} & & B \\ & & \begin{array}{cc} N & P \end{array} \\ A & \begin{array}{c} N \\ P \end{array} & \begin{pmatrix} 1,1 & 10,0 \\ 0,10 & 5,5 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & & B \\ & & \begin{array}{cc} N & P \end{array} \\ A & \begin{array}{c} N \\ P \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \end{array}$$

Punkt widzenia A

$$\begin{array}{ccc} & & B \\ & & \begin{array}{cc} N & P \end{array} \\ A & \begin{array}{c} N \\ P \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 10 & 5 \end{pmatrix} \end{array}$$

Punkt widzenia B

Podejrzani nie mogą się porozumiewać. Każdy z nich ma podjąć decyzję: przyznać się (P) czy nie przyznać (N)? Wszystkie możliwe skutki ich decyzji podane są w tabelce obok. (Tabelka ta nazywana bywa macierzą wypłat; pierwsza liczba oznacza „wypłatę" lat więzienia dla A, druga — „wypłatę" B).
Z punktu widzenia A sytuacja jest następująca: Jeśli B przyzna się, to i jemu opłaca się przyznać — zostanie skazany na 5 lat zamiast na 10. Jeśli natomiast B nie przyzna się, to A tym bardziej powinien się przyznać — zostanie wtedy całkowicie zwolniony od kary. Najlepszą zatem strategią podejrzanego A jest P: przyznać się. Dla podejrzanego B sytuacja wygląda dokładnie tak samo. Najlepsze, co może zrobić, to przyznać się. Cały kłopot w tym, że jeśli obaj się przyznają, to obaj odsiedzą po 5 lat, podczas gdy oferta prokuratora stwarza możliwość znacznie dla każdego z nich dogodniejszą: obaj odsiedzą tylko po roku więzienia, jeśli żaden się nie przyzna.
Przypuśćmy, że udało się im jakoś porozumieć; uzgodnili, że żaden się nie przyzna. Ale przestępcy jak to przestępcy, są niemoralni. Każdy z nich zerwie każdą umowę, jeśli mu się to opłaca. A perspektywa zamiany 1 roku więzienia na całkowite zwolnienie od kary jest nęcąca. Każdy musi się więc liczyć z tym, że drugi okaże się nielojalny. Jedyna obrona przed ewentualną nielojalnością kumpla to przyznanie się do winy. Efekt — taki sam, jak w przypadku niemożności porozumiewania się.
Ta niezbyt sympatyczna opowiastka znana jest pod nazwą „dylemat więźnia" i zyskała sobie duży rozgłos. Z dwu co najmniej powodów.
Powód pierwszy: Jeśli całą sytuację pozbawić kryminalnej fabuły i potraktować ją jako ogólny schemat pewnej kategorii gier, to okaże się, że jest to schemat bardzo wielu sytuacji wymagających od ludzi podjęcia decyzji o współdziałaniu. Pod schemat dylematu więźnia można podciągnąć problemy wielkiej polityki (wyścig zbrojeń — jak?), pewne sytuacje produkcyjne (np. tzw. akord zespołowy) i wiele innych.
Powód drugi: Teoria gier — bazująca początkowo właśnie na założeniu, iż gracz postępuje rozsądnie, jeśli wybiera działanie maksymalizujące własny zysk nie licząc się z partnerem i nie licząc na partnera — była wobec dylematu więźnia bezsilna: jedyne proponowane przez nią rozwiązanie jest nieoptymalne, można bowiem pokazać rozwiązanie, które jest lepsze jednocześnie dla obu graczy. Tego typu obserwacje dały początek działaniom postępującym dwiema równoległymi drogami.

Z jednej strony — okazało się niezbędne zmodyfikowanie założeń teorii gier i pojęcia optymalności w taki sposób, by teoria ta m.in. uwzględniała możliwość porozumiewania się graczy oraz zawierania (i dotrzymywania) umów. Powstało tu wiele różnych pomysłów. Niektóre z nich omówimy w dalszych odcinkach „Sztuki Wygrywania".
Z drugiej strony — dylemat więźnia zrobił karierę w eksperymentalnych badaniach psychologicznych. Szukano odpowiedzi na wiele nasuwających się tu pytań: Jak w praktyce wyglądają decyzje ludzi w sytuacjach tego typu? Dlaczego ludzie podejmują te, a nie inne decyzje? Czy sposób podejmowania decyzji zależy od wieku, płci, charakteru, doświadczenia? I tak dalej.
Amerykanie A. Rapoport i A. Chammah przeprowadzili badania, w których każda z 210 par studentów rozegrała po 300 razy taką grę:
Każdy z dwu graczy ma do wyboru dwie strategie: W (współpracować) oraz O (odrzucić współpracę). Gracze nie mogą się porozumiewać. Jednocześnie

$$\begin{array}{c|cc} & W & O \\ \hline W & \frac{1}{4}, \frac{1}{4} & -1, 1 \\ O & 1, -1 & -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4} \end{array}$$

i niezależnie deklarują swoje strategie. Jeśli obaj wybiorą W, to obaj otrzymają (od prowadzącego badania) po 25 centów; jeśli obaj odrzucą współpracę, to każdy będzie musiał zapłacić eksperymentatorowi po 25 centów. Jeśli natomiast jeden wybierze W, a drugi O, to deklarujący współpracę będzie musiał egoiście zapłacić 1 dolara. (Macierz wypłat — obok. W rzeczywistych badaniach wypłaty były znacznie mniejsze).

Łatwo zauważyć, że gra ta jest dylematem więźnia: dla każdego z graczy z osobna bardziej opłacalna jest strategia O; jeśli jednak obaj ją wybiorą, to obaj stracą, podczas gdy przy jednoczesnym wyborze strategii W każdy z nich zarobi.

Dla każdej pary studentów można było, po zakończeniu wszystkich gier (których wyniki notowano), obliczyć pewną miarę tendencji do współpracy: częstość, z jaką w 300 rozegranych grach wydarzyła się para strategii W–W.

Dla każdego gracza z osobna można było również obliczyć częstość, z jaką odrzucał on współpracę, egoistycznie wybierając O.

Wyniki uzyskane w tych badaniach są nader interesujące. W parach mężczyzna-mężczyzna średnia częstość wyborów W–W wynosiła 0,51, a w parach kobieta-kobieta — tylko 0,23. W grach „męskich" każdy gracz odrzucał współpracę średnio w 41 grach na 100, a w grach „damskich" każda uczestniczka gry odrzucała współpracę średnio aż 66 razy na 100 gier.

Czy Rapoport i Chammah rzeczywiście mierzyli egoizm? Jeśli tak, to wyciągnięcie smutnych wniosków z przytoczonych danych pozostawiamy Czytelnikom.

Może jednak taka interpretacja tych wyników jest naciągana i wcale nie o egoizm tu idzie? Zainteresowanym Czytelnikom proponujemy przysłanie do redakcji własnych przemyśleń na ten temat.

$$\begin{array}{c|cc} & W & O \\ \hline W & 1,1 & 5,0 \\ O & 0,5 & 2,2 \end{array}$$

Zadanie. Mamy dylemat więźnia o macierzy wypłat (w groszach) podanej obok. Gra ta rozgrywana jest 1000 razy. Gracze nie mogą się porozumiewać w trakcie gry, mogą jednak uzgadniać, z jakimi częstościami będą stosowali strategię W, przy czym obaj muszą wybrać tę samą częstość. Pokazać, że istnieje częstość optymalna, tzn. taka, przy której każdy z graczy może oczekiwać wypłaty maksymalnej z możliwych. Znaleźć tę częstość i odpowiadającą jej oczekiwaną wypłatę. (Rozwiązanie na str. 13).

Zadania

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI

F17. Oto stosunkowo mało znany pomysł *perpetuum mobile*, czyli takiego urządzenia dostarczającego energię bez zasilania, którego istnienie jest sprzeczne z zasadą zachowania energii. W bocznej ściance naczynia o podstawie prostokątnej wycięto prostokątny otwór. Jednorodny walec drewniany o długości prawie równej długości otworu i średnicy prawie równej szerokości otworu osadzono na osi pokrywającej się z osią walca. Oś (z walcem) umocowano w otworze, a następnie do naczynia nalano tyle wody, że jej poziom w naczyniu znajduje się ponad walcem. Rozumowanie wynalazcy jest następujące:
Na obie połówki walca (znajdującą się w wodzie i wystającą z naczynia) działają jednakowe siły ciężkości, przyłożone do środków mas połówek walca, siły te zatem równoważą się; ale na połówkę w wodzie działa jeszcze skierowana pionowo do góry siła wyporu, przyłożona do środka masy tej połówki; pojawia się więc pewien moment siły (względem osi obrotu walca). Można tak dobrać warunki, by moment siły wyporu był większy od momentu sił tarcia, a wtedy walec będzie się obracał ruchem obrotowym jednostajnie przyspieszonym, albo — sprzężony za pomocą przekładni z zewnętrznym odbiornikiem energii mechanicznej — będzie dostarczał, bez zasilania, energię zewnętrznemu odbiornikowi.
Rozwiązanie na str. 4

Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

M49. Wzdłuż ulicy działa tzw. zielona fala dla prędkości $v = 60$ km/h. Oznacza to, że jeżeli samochód jadący tą ulicą przejedzie przez jakieś skrzyżowanie przy zielonym świetle i będzie jechać z prędkością v, to na każdym skrzyżowaniu spotka zielone światło. Zakładamy, że na każdym skrzyżowaniu zielone światła w obu kierunkach ruchu (tej samej ulicy) zapalają się jednocześnie, a czas przejazdu przez skrzyżowanie wynosi 0. Wykazać, że istnieje nieskończenie wiele prędkości, dla których ten system regulacji ruchu jest zieloną falą (Robert Bartoszyński).
Rozwiązanie na str. 8

M50. Niech K będzie zbiorem wszystkich liczb postaci $a+b\sqrt[3]{5}+c\sqrt[3]{25}$, gdzie a, b, c są liczbami wymiernymi. Udowodnić, że odwrotność liczby należącej do K i większej od zera należy też do K.
Rozwiązanie na str. 5

M51. Podać przykład ciągu rosnącego liczb całkowitych nieujemnych o tej własności, że każda liczba całkowita nieujemna jest sumą trzech wyrazów tego ciągu, z których dwa są równe, i przedstawienie w postaci takiej sumy jest dla każdej liczby jedyne.
Rozwiązanie na str. 3