

Za początek nowej, kwantowej ery w fizyce przyjmuje się zazwyczaj rok 1900. Wtedy to właśnie fizyk niemiecki Max Planck odkrył tak zwany kwant działania, którego wielkość, równa

$$h = 6,625 \cdot 10^{-27} \text{erg} \cdot \text{sek},$$

jest uniwersalną stałą fizyczną charakteryzującą procesy zachodzące w świecie obiektów mikroskopowych. Przedstawiona dalej hipoteza Plancka wyjaśniała początkowo jedno tylko zjawisko fizyczne — rozkład energii promieniowania wysyłanego przez rozgrzane ciało fizyczne między różne częstotliwości tego promieniowania. Rozkład ten badano doświadczalnie, otrzymując w rezultacie krzywe w rodzaju przedstawionej linią ciągłą na rys. 1. Wielkość $E(\nu, \Delta\nu)$ równa iloczynowi $u(\nu) \cdot \Delta\nu$ (pole zakreskowane na rysunku) jest ilością energii wypromieniowanej przez badane ciało w ciągu jednostki czasu, w zakresie częstotliwości od ν do $\nu + \Delta\nu$.

Zagadnienie to w teoretycznie wyidealizowanej formie, mianowicie przy założeniu, że promieniowanie elektromagnetyczne pozostaje w równowadze termodynamicznej z wysyłającym je ciałem, otrzymało nazwę zagadnienia promieniowania ciała doskonale czarnego. Według fizyki klasycznej — termodynamiki i elektrodynamiki — rozkład promieniowania ciała doskonale czarnego powinna opisywać krzywa dana wzorem Rayleigha-Jeansa

$$u(\nu) = \frac{8\pi^2\nu^2kT}{c^3}$$

(linia przerywana na rys. 1), co stało w rażącej sprzeczności z wynikami doświadczalnymi. Zresztą wzór ten był sam w sobie paradoksalny, bowiem całkowita energia wypromieniowana

w jednostce czasu, równa $\int_0^\infty u(\nu)d\nu$ byłaby nieskończona. Paradoks ten nosi nazwę katastrofy w ultrafiolecie.

Jak pokazał Planck, promieniowanie ciała doskonale czarnego można opisać poprawnie, jeśli założyć, że atomy ciała drgające z częstotliwością ν mogą przyjmować taki jedynie stan ruchu, by w każdej chwili ich energia była równa całkowitej wielokrotności wielkości $h \cdot \nu$. Promieniując lub pochłaniając promieniowanie atom taki może zmieniać swoją energię skokowo — znów o wielokrotność „kwantu energii” $h \cdot \nu$. Z założenia tego Planck wyprowadził swój słynny wzór

$$u(\nu) = \frac{8\pi^2\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

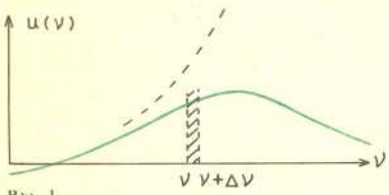
który doskonale zgadzał się z wynikami doświadczalnymi.

Zakaz przyjmowania energii różnej od $n \cdot h \cdot \nu$ (n — liczba naturalna) był niezrozumiałym, wręcz paradoksalnym dodatkiem do doskonale niemal pięknego gmachu fizyki dziewiętnastowiecznej. Tymczasem coraz to nowe zjawiska świata obiektów mikroskopowych dawały się opisać przy założeniu takich niezrozumiałych, administracyjnych ograniczeń (zjawisko fotoelektryczne — Einstein, 1905; ciepło właściwe ciał w niskich temperaturach — Einstein, 1907; wreszcie model atomu — Bohr, 1913). Prawdziwa eksplozja zakazów i nakazów nastąpiła w optyce, gdzie przy pomocy takich pojęć jak „stany dozwolone” czy „przejścia wzbronione” wyjaśniano z powodzeniem strukturę widm atomowych. W systemie tym istniało wiele procesów fizycznych dających się opisać przez aparat matematyczny i pojęciowy teorii, jednak z niewiadomych powodów zabronionych przez jej część „administracyjną”. Ten stan rzeczy, zwany obecnie starszą teorią kwantów, nie mógł zadowolić fizyków. Poszukiwano teorii, w której obserwowane zakazy wynikałyby w konieczny sposób z samego sposobu opisu zjawisk.

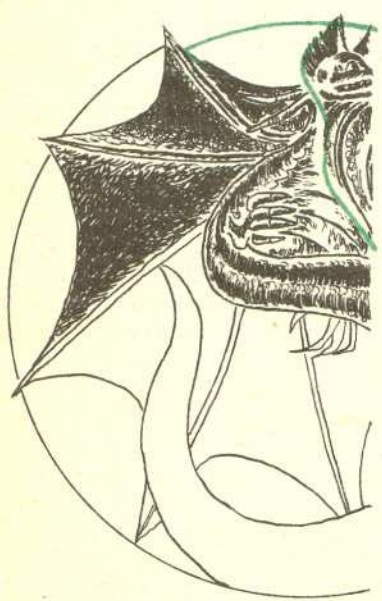
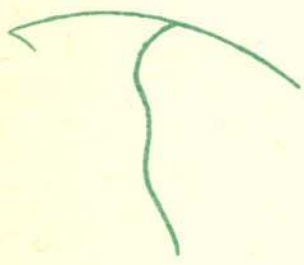
W roku 1925 ukazała się praca młodego wówczas fizyka z Getyngi, Wernera Heisenberga „Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen”, a następnie dwie prace Heisenberga oraz Maxa Borna i Pascuala Jordana zatytułowane „Zur Quantenmechanik”. Autorzy zaproponowali opis ruchu cząstek mikroskopowych w zupełnie nowym języku, różnym od mechaniki klasycznej. Z formalnego punktu widzenia nową teorię otrzymywali autorzy zastępując wielkości fizyczne takie jak położenie, pęd czy energia cząstki przez nieskończone macierze. Taka „mechanika macierzowa” pozwalała obliczyć poziomy energetyczne atomu wodoru czy oscylatora kwantowego (te ostatnie — nota bene — wyniosły $(n + \frac{1}{2}) \cdot h \cdot \nu$ a nie — jak w hipotezie Plancka — $n \cdot h \cdot \nu$), jednak sens matematyczny i pojęciowy wprowadzonych macierzy był jeszcze dość długo niejasny.

Tymczasem w roku 1926 pojawiła się seria prac Erwina Schrödingera, profesora na Politechnice w Zurychu, który proponował zastąpienie mechaniki klasycznej jeszcze inną teorią, nazwaną wkrótce mechaniką falową. Punktem wyjścia rozważań Schrödingera była zauważona już dawno analogia między mechaniką a optyką geometryczną. Optyka geometryczna to bardzo nietypowa teoria fizyczna. Właściwie — to bardziej matematyka niż fizyka. Opisuje ona bieg promieni świetlnych w sytuacjach, gdy własności optyczne ośrodka bardzo mało zmieniają się na odległościach rzędu wielu długości fali świetlnej. Kształtem promieni rządzi zasada Fermata. Głosi ona, że spośród wszystkich linii łączących dwa wybrane punkty ośrodka promień świetlny pobiegnie po tej, dla której tak zwana droga optyczna jest najmniejsza. Droga optyczna jest całką ze współczynnika załamania:

$$I = \int_{x_0}^{x_1} n(x)ds.$$



Rys. 1





Na przykład w ośrodku jednorodnym, gdy $n(x) = n = \text{const}$, droga optyczna I jest równa iloczynowi stałej n przez długość badanej linii. Oznacza to, że w tej sytuacji światło biegnie po liniach najkrótszych — prostych.

Stosując zasadę Fermata możemy projektować nawet bardzo skomplikowane urządzenia optyczne (obiektywy!) nie interesując się zupełnie fizyczną naturą światła.

W mechanice klasycznej istnieje ściśle odpowiednik zasady Fermata. Jest to tak zwana zasada Maupertuis-Lagrange'a. Głosi ona, że cząstka o masie m i energii całkowitej E , poruszająca się z punktu x_0 do x_1 pod wpływem pola sił o potencjale V wybiera taki tor, na którym całka

$$I = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{\frac{2}{m} (E - V(x))} ds$$

przybiera wartość minimalną. Wielkość $\sqrt{\frac{2}{m} (E - V(x))}$ odgrywa tu jak gdyby rolę współczynnika załamania w punkcie x dla cząstek o energii E .

Optyka geometryczna nie nadaje się do opisu zjawisk interferencji i dyfrakcji, w których ujawnia się mikroskopowa struktura światła. Być może — rozumował Schrödinger — mechanika klasyczna jest właśnie „optyką geometryczną” prawdziwej, mikroskopowej mechaniki. Taki punkt widzenia sugerowały zresztą wcześniejsze prace młodego fizyka francuskiego, Louis de Broglie'a, który postulował rozważanie tak zwanych „fal materii”. Schrödinger postawił sobie za cel znalezienie takiej „optyki fizycznej fal materii”, dla której „optyką geometryczną” byłaby mechanika klasyczna.

Zakładając możliwie najprostszą postać praw takiej optyki otrzymał równanie różniczkowe, zwane obecnie równaniem Schrödingera, którego rozwiązania opisywały na przykład poziomy energetyczne elektronu w atomie wodoru.

W kilka miesięcy później Schrödinger zauważył, że jego teoria — z pozoru tak różna od podejścia Heisenberga — jest w istocie rzeczy równoważna mechanice macierzowej.

Równoważność tę zbadali dokładniej P. A. M. Dirac i P. Jordan. Okazało się, że wszystkim obiektom matematycznym występującym w jednej z tych teorii można było przyporządkować odpowiednie obiekty drugiej i to w taki sposób, by równania opisujące prawa ruchu w obu teoriach przeszły wzajemnie na siebie.

Sytuacja była jednak bardzo dramatyczna. Rozwiązując równania Schrödingera lub Heisenberga otrzymywano na przykład częstotliwości linii widmowych prostych pierwiastków, jednak ani macierze Heisenberga, ani tajemnicza funkcja falowa ψ Schrödingera nie miały jasnej interpretacji fizycznej. Równania opisywały jakieś drgania — co gorsza zespolone, bowiem funkcja falowa przybiera wartości zespolone — ale nie wiadomo co tam mianowicie drga. Wkrótce Schrödinger zauważył — ciągle jeszcze w tym samym, przełomowym roku 1926 — że z jego równania wynika prawo zachowania całki (rozciągniętej po całej przestrzeni) z kwadratu modułu funkcji falowej:

$$(1) \quad \frac{d}{dt} \int |\psi(x, t)|^2 dx = 0.$$

Zaproponował zatem, by $|\psi(x, t)|^2$ uważać za gęstość ładunku elektrycznego, dzięki czemu równanie (1) wyrażałoby prawo zachowania całkowitego ładunku. Elektron byłby więc grudką naładowanej materii o gęstości $|\psi|^2$.

Taka interpretacja nie dała się jednak utrzymać. Przeczyło jej zbyt wiele faktów. Omówimy tu najprostszymi z nich, tzw. rozplywanie się paczki falowej.

Otóż w nieobecności sił zewnętrznych rozwiązania równania Schrödingera rozplywają się po całej przestrzeni niemal jak gaz doskonały, któremu dać dostatecznie dużo miejsca na rozprężenie. Istnieje na przykład rozwiązanie, dla którego rzekoma gęstość ładunku ma postać

$$|\psi(x, t)|^2 = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \left(1 + \frac{\hbar^2}{4m^2\sigma^4} t^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \exp \left[\frac{-x^2}{2\sigma^2} \frac{1}{1 + \frac{\hbar^2}{4m^2\sigma^4} t^2} \right],$$

gdzie m jest masą elektronu, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, zaś σ jest dowolną stałą o wymiarze długości. Poznajemy tu rozkład normalny Gaussa o dyspersji równej

$$\sigma \cdot \sqrt{1 + \frac{\hbar^2}{4m^2\sigma^4} t^2}.$$

Gdyby nawet σ (dyspersja w chwili $t = 0$) była mikroskopowo mała, to i tak po dostatecznie długim czasie możemy uzyskać dowolnie, makroskopowo wielką dyspersję. Dokonując pomiarów na takim elektronie, rozmytym na przykład na obszarze stu kilometrów, powinniśmy wykrywać zawsze tylko tę część ładunku, która leży w zasięgu naszej aparatury. Tymczasem nigdy nie zarejestrowano części ładunku elementarnego. We wszystkich znanych nam pomiarach ładunek elektronu pojawia się zawsze jako całość. Widać to dobrze w doświadczeniach z dyfrakcją elektronów na kryształach, w których najlepiej manifestują się „falowe” własności materii (patrz „Delta” 10/75).

Linia falista na rys. 2 przedstawia wartości funkcji $|\psi|^2$ w różnych punktach ekranu. Wartości te w uderzający sposób zgadzają się z gęstością zacinienia emulsji fotograficznej, którą pokryto ekran, proporcjonalną do ilości elektronów padających w danym punkcie. Zacinienie to składa się jednak z dużej ilości pojedynczych plamek, z których każda świadczy o zarejestrowaniu jednego, całego, mikroskopowo małego elektronu.

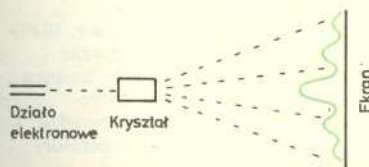
Zasadniczego przewrotu, który ostatecznie ukonstytuował mechanikę kwantową, zmieniając całkowite sposób fizycznego opisu mikroświata dokonała hipoteza Maxa Borna o probabilistycznej interpretacji funkcji falowej. Zaproponował on — ciągle jeszcze w roku 1926 — by gęstość $|\psi(x, t)|^2$ interpretować jako gęstość prawdopodobieństwa zarejestrowania elektronu (ale całego elektronu) w chwili t w punkcie x .



Jeżeli układ jest scharakteryzowany przez pewną zmienną x , to prawdopodobieństwo wystąpienia w tym układzie fluktuacji, w wyniku których zmienna może zmieniać się w przedziale $(x, x + dx)$ jest dane przez rozkład Gaussa

$$dw = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2} \right\} dx,$$

gdzie kwadrat dyspersji (wariancji) $\sigma^2 = (x-x_0)^2$ równa się średniemu odchyleniu kwadratowemu od wartości średniej x_0 .



Rys. 2

$$(2) \quad P(x(t) \in \mathcal{D}) = \int_{\mathcal{D}} |\psi(x, t)|^2 dx$$

równa jest prawdopodobieństwu zarejestrowania elektronu w chwili t w obszarze \mathcal{D} . Dzięki równości (1) funkcja falowa daje się unormować, to znaczy pomnożyć przez taką stałą, by prawdopodobieństwo zarejestrowania elektronu gdziekolwiek (tzn. w całej przestrzeni) było stale równe jedności.

W tym momencie Rubikon został przekroczony. Fizyka mikroświata zerwała z tradycyjnym językiem, ukształtowanym dzięki potocznemu, makroskopowemu doświadczeniu i stała się teorią probabilistyczną. Dziwna to jednak probabilistyka — jakże różna od klasycznej teorii prawdopodobieństwa, której uczymy się w szkole. „Teatrem działań” jest tu (podajemy współczesną wersję teorii) tak zwana przestrzeń Hilberta — abstrakcyjna przestrzeń wektorowa nad ciałem liczb zespolonych, na ogół nieskończenie wymiarowa. Jako konkretne przedstawienie takiej przestrzeni można wziąć na przykład zbiór schrödingierowskich funkcji falowych. W przestrzeni Hilberta określony jest iloczyn skalarny, który parze wektorów ψ i φ przyporządkowuje liczbę zespoloną oznaczaną zazwyczaj (ψ, φ) . Zakłada się przy tym, że iloczyn skalarny jest:

1° liniowy w pierwszym czynniku:

$$(\alpha\psi_1 + \beta\psi_2, \varphi) = \alpha(\psi_1, \varphi) + \beta(\psi_2, \varphi)$$

2° zmienia swą wartość na liczbę sprzężoną przy zamianie kolejności czynników:

$$(\varphi, \psi) = \overline{(\psi, \varphi)}$$

3° dodatnio określony, to znaczy $(\psi, \psi) \geq 0$, przy czym równość zachodzi tylko dla wektora zerowego.

W przedstawieniu schrödingierowskim iloczyn skalarny dwu wektorów (funkcji falowych) dany jest całką z iloczynu:

$$(\psi, \varphi) = \int \psi(x) \overline{\varphi(x)} dx$$

(całka rozciągnięta na całą przestrzeń).

Przestrzeń Hilberta ma wiele cech znanych nam przestrzeni euklidesowych. Dzięki iloczynowi skalarnemu można na przykład określić pojęcie długości wektora:

$$\|\psi\| = \sqrt{(\psi, \psi)}$$

Można też mówić o prostokątności wektorów, gdy ich iloczyn skalarny równy jest zeru.

Ogólniej — można określić kąt $\kappa(\psi_1, \psi_2)$ między dwoma kierunkami reprezentowanymi przez wektory ψ_1 i ψ_2 . Przyjmujemy mianowicie

$$(3) \quad \cos \kappa(\psi_1, \psi_2) = \frac{|(\psi_1, \psi_2)|}{\|\psi_1\| \cdot \|\psi_2\|}$$

Przez „kierunek” rozumiemy tutaj całą jednowymiarową podprzestrzeń złożoną ze wszystkich wektorów proporcjonalnych do danego. Kierunek można reprezentować na przykład wektorem o długości jednostkowej: $\|\psi\| = 1$.

Wybór takiego reprezentanta oznacza, w języku funkcji falowych, spełnienie warunku unormowania gęstości prawdopodobieństwa, bowiem

$$\|\psi\| = \int |\psi(x)|^2 dx$$

W ten sposób mechanika kwantowa stała się jak gdyby geometrią przestrzeni Hilberta. Stany opisywanego układu fizycznego (a przynajmniej tak zwane stany czyste) odpowiadają właśnie kierunkom w przestrzeni Hilberta. Każdym dwu stanom można przypisać liczbę dodatnią zawartą między zerem a jednością, zwaną prawdopodobieństwem przejścia. Jest ona równa kwadratowi kosinusa kąta zawartego między nimi. Reprezentując oba stany (kierunki) wektorami unormowanymi ($\|\psi_1\| = \|\psi_2\| = 1$) otrzymujemy zgodnie z (3) następującą wartość prawdopodobieństwa przejścia:

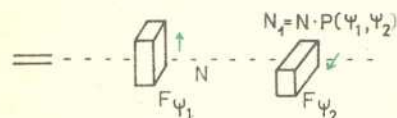
$$P(\psi_1, \psi_2) = |(\psi_1, \psi_2)|^2$$

Aby zrozumieć sens fizyczny liczby $P(\psi_1, \psi_2)$ wyobraźmy sobie filtr F_{ψ_1} (rys. 3), który z każdej wiązki elektronów przepuszcza tylko te, które są w stanie ψ_1 . Niech — dla ustalenia uwagi — ψ_1 oznacza stan, w którym spin elektronu jest skierowany w górę, w kierunku osi z . Filtrując dowolny strumień elektronów przez F_{ψ_1} otrzymujemy wiązkę w stanie czystym, w której wszystkie spiny są skierowane w górę. Niech teraz ψ_2 oznacza stan, odpowiadający innej, ale ustalonej konfiguracji spinu zaś F_{ψ_2} — odpowiedni filtr. Filtr ten jest oczywiście tym samym urządzeniem fizycznym co F_{ψ_1} , tylko nieco obróconym przestrzennie. Jak się okazuje, pewna część elektronów wiązki przefiltrowanej przez F_{ψ_1} (a więc będących w stanie ψ_1) przejdzie również przez F_{ψ_2} , co oznacza, że są one w stanie ψ_2 . Jak się obecnie wydaje, w przypadku pojedynczego elektronu nie potrafimy nigdy przewidzieć czy przejdzie on przez F_{ψ_2} czy nie. Natomiast prawdopodobieństwo takiego przejścia jest równe właśnie $P(\psi_1, \psi_2)$.

Taka kwantowa teoria prawdopodobieństwa wykazuje wiele zadziwiających własności, nie znanych w klasycznym rachunku prawdopodobieństwa. Trudno omówić je w krótkim artykule. Warto jednak wspomnieć, że ostateczny kształt pojęciowy zawdzięcza ona w dużej mierze P. A. M. Diracowi, którego piękna książka „Principles of Quantum Mechanics” (I wyd. w r. 1930) była źródłem natchnienia dla wielu pokoleń fizyków i matematyków. Struktura matematyczna nowej teorii, przez długi czas nie w pełni zrozumiała, została zbadana przez Johna von Neumanna, który właśnie pod koniec lat 20-tych był asystentem wielkiego Dawida Hilberta w Getyndze i tam zetknął się osobiście z twórcami mechaniki kwantowej. Właśnie von Neumann wprowadził pojęcie abstrakcyjnej przestrzeni Hilberta, zinterpretował „macierze” Heisenberga jako operatory w tej przestrzeni i zbadał ich własności, co dało początek nowemu działowi analizy funkcjonalnej.



Rys. 3



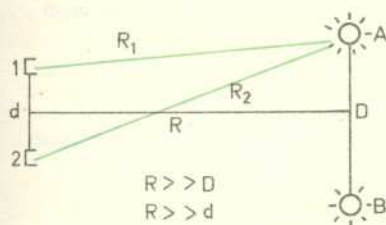
Ciekawe, że sam Hilbert w swej teorii równań całkowych, opublikowanej dwadzieścia lat przed powstaniem mechaniki kwantowej, wprowadził pojęcie tak zwanego widma formy kwadratowej. Jak się okazało, energia atomu wyraża się właśnie przez formę kwadratową, której widmo (w sensie Hilberta) odpowiada obserwowanemu w spektroskopie widmu promieniowania wysyłanego przez świecące atomy.

Genialna intuicja Hilberta objawiła się jeszcze raz w roku 1925, gdy Born i Jordan próbowali zasięgnąć jego rady w sprawie pewnych trudności matematycznych związanych z macierzami nieskończonymi. Hilbert odpowiedział wówczas, że jedynym miejscem, gdzie takie macierze pojawiają się w sposób naturalny, jest teoria równań. Nakłaniał więc fizyków do szukania odpowiedniego równania różniczkowego — właśnie późniejszego równania Schrödingera — jednak Born i Jordan nie potraktowali wówczas tej rady poważnie. Mechanika kwantowa, a nawet jej wersja relatywistyczna podana w roku 1928 przez Diraca, nie rozwiązała bynajmniej wszystkich trudności opisu mikroświata. Wiele kłopotów filozoficzno-pojęciowych nastroił fakt, że funkcję falową potrafimy przypisać jedynie zespołom statystycznym — na przykład zbiorowi cząstek produkowanych przez dany akcelerator, przy ustalonych parametrach makroskopowych, takich jak napięcia przyspieszające, szerokości szczelin kolimatorów itp. Natomiast próby zdefiniowania funkcji falowej pojedynczego mikroobiektu — na przykład przypadkowo zbłąkanej cząstki promieniowania kosmicznego — prowadziły do paradoksalnych wniosków — słynne są paradoksy Einsteina-Rosena-Podolsky'ego (patrz artykuł G. Białkowskiego) oraz Schrödingera. Jak dotychczas jednak próby zastąpienia mechaniki kwantowej czymś innym nie powiodły się. Wyjaśniając ogromną ilość zjawisk z tak różnych dziedzin jak optyka, teoria ciała stałego, fizyka jądrowa jest ona obecnie „wzorcową” teorią mikroskopową. Na jej obraz i podobieństwo budujemy teorie opisujące systemy nawet dużo bardziej skomplikowane niż mechaniczne układy kilku cząstek (pole elektromagnetyczne). Kryje się w tym jednak ogromna ilość zagadek i niejasności dotychczas nie rozwiązanych.



Zadania

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI



F 33. Dwa niezależne monochromatyczne źródła światła A i B (patrz rysunek) emitują fotony, które są następnie rejestrowane przez detektory 1 i 2. Odległości między źródłami oraz między detektorami są znacznie mniejsze niż odległości źródeł od detektorów. Należy znaleźć prawdopodobieństwo jednoczesnego (w czasie Δt) zarejestrowania koincydencji fotonów przez oba detektory. Pokazać, że badając zależność liczby koincydencji od odległości między detektorami można zmierzyć odległość między dwoma odległymi źródłami światła.

(A. Para)

Wskazówka: Amplitudę rejestracji przez detektor 1 (w czasie Δt) fotonu wysłanego ze źródła A można zapisać w postaci $f_{A1} = ce^{ikr}$, gdzie r — odległość detektora od źródła, i — jednostka urojona, zaś c i k — stałe, przy czym stała c jest na ogół zespolona. Oznacza to, że prawdopodobieństwo zarejestrowania w detektorze 1 fotonu pochodzącego ze źródła A wynosi $PA_1 = |f_{A1}|^2$ ($|a|^2 = a \cdot \bar{a}$, \bar{a} — liczba zespolona sprzężona z a).

Przed rozwiązywaniem zadania Czytelnik powinien przeczytać artykuły G. Białkowskiego i J. Kijowskiego.

Rozwiązanie na str. 17

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

M 97. Udowodnić, że jeżeli liczby dodatnie x, y, z są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego, liczby zaś a, b, c — ciągu arytmetycznego, to

$$x^b y^c z^a = x^c y^a z^b.$$

Rozwiązanie na str. 2

M 98. W pewnym państwie, w którym jest $n \geq 2$ miast, wybudowano sieć dróg łączących parami te miasta, przy czym

1° drogi łączące różne pary miast nie krzyżują się (ale mogą być skrzyżowania dwupoziomowe, jednak bez możliwości zjechania z jednej drogi na inną),

2° z każdego miasta można dojechać do każdego innego jedną tylko trasą.

Udowodnić, że omawiana sieć składa się z $n-1$ odcinków łączących parami miasta.

Rozwiązanie na str. 14

M 99. Udowodnić, że każda potęga o wykładniku naturalnym dowolnego wyrazu ciągu arytmetycznego o pierwszym wyrazie a^2 i różnicy $2a$, gdzie a jest liczbą całkowitą, jest wyrazem tego ciągu.

Rozwiązanie na str. 14