

# Elektromagnetyczne detektory fal grawitacyjnych

Doc. dr Leonid  
GRISZCZUK,  
dr Michaił SAŻIN  
(Moskwa)

(Artykuł napisany  
specjalnie dla „Deltę”)

Przejawy sił ciężkości obserwujemy w życiu codziennym bardzo często. Idący człowiek nie ulatuje w niebo, ponieważ przyciąga go Ziemia, Ziemia utrzymuje się na orbicie dzięki sił przyciągania Słońca. W polu sił ciężkości spadają wszystkie ciała i wszystkie z jednakowym przyspieszeniem. Ten podstawowy fakt odkrył już Galileusz. Ciała materialne nie tylko podlegają ciężnieniu, lecz także same są źródłem własnego pola grawitacyjnego. Pole grawitacyjne Ziemi jest stałe w czasie. Istnieją jednak i pola zmienne. Dwie gwiazdy, krążące wokół wspólnego środka masy (tak zwana gwiazda podwójna) są źródłem zmiennego pola grawitacyjnego. Gdyby kosmonauci chcieli utrzymać się w stałej odległości od środka masy gwiazdy podwójnej, musieliby cyklicznie zmieniać moc silników rakiety. Zgodnie z teorią grawitacji Newtona zmiany pola grawitacyjnego rozprzestrzeniają się z nieskończoną prędkością. Innymi słowy, jeśli ciała wytwarzające pole grawitacyjne zmieniły swoje położenie, to związana z tą zmianą nowa wartość natężenia pola pojawia się momentalnie w całej przestrzeni, w dowolnej odległości od owych ciał. Jednakże zgodnie ze szczególną teorią względności Einsteina prędkość rozchodzenia się dowolnych oddziaływań nie może przekraczać prędkości światła. Znaczący to, że prawa teorii Newtona mogą być spełnione tylko w przybliżeniu. Do opisanych pól zmiennych potrzebna jest nam inna teoria, w której zmiany pola grawitacyjnego rozchodzą się ze skończoną prędkością  $c$ , przy czym teoria Newtona jest jej granicznym przypadkiem przy  $c \rightarrow \infty$ . Taką teorię stworzył Einstein w r. 1916; nazwano ją ogólną teorią względności.

Nieuniknioną konsekwencją równań pola tej teorii okazuje się istnienie fal grawitacyjnych. Są one pod wieloma względami podobne do fal elektromagnetycznych. Rozchodzą się z prędkością światła i mają cechy charakterystyczne dla wszystkich fal, takie jak amplituda, faza, częstotliwość. Fale grawitacyjne unoszą energię układu promieniującego i mogą przekazywać ją ciałom leżącym na ich drodze. Oddziaływanie tych fal z materią jest jednak tak słabe, że dotychczas nie udało się zaobserwować ich w sposób nie budzący wątpliwości. Są one nie tylko trudne do zarejestrowania, ale i trudne do wytworzenia w jakiegokolwiek znaczniejszej ilości. Jeśli dwa ciała naładowane elektrycznie, na przykład proton i antyproton, krążą wokół siebie z częstotliwością  $10^{10}$  sek<sup>-1</sup>, to ich promieniowanie grawitacyjne jest  $10^{46}$  razy słabsze niż promieniowanie elektromagnetyczne. Typowa gwiazda podwójna, wypromieniowująca ok.  $10^{33}$  ergów energii na sekundę w postaci fal elektromagnetycznych, będzie promieniować tylko  $10^3$  ergów na sekundę w postaci fal grawitacyjnych.

W dalszym ciągu potrzebny nam będzie wzór na natężenie promieniowania grawitacyjnego dwu ciał o masach  $m$  oddalonych od siebie na odległość  $a$  i okrążających się z częstotliwością  $\omega$ . Podamy wzór przybliżony, słuszny tylko przy rozmiarach układu  $a$  małych w porównaniu z długością promieniowanych fal  $c/2\pi\omega$ :

$$L_g = \frac{32^2}{5} \frac{G}{c^5} m^2 a^4 \omega^6,$$

gdzie  $G$  jest newtonowską stałą grawitacyjną, a  $c$  prędkością światła. Wielkość  $G/c^5$  jest bardzo mała, jej wartość wynosi  $2,5 \cdot 10^{-60}$  sek/erg. Z tej przyczyny promieniowanie grawitacyjne układów o rozmiarach laboratoryjnych i nawet astronomicznych jest tak słabe. Ale właściwie do czego jest nam ono potrzebne? W jakim celu już od ponad 10 lat ludzie próbują wykryć promieniowanie grawitacyjne z Kosmosu? Informacja, którą może nam przynieść, jest bezcenna. Świadczenia o procesach zachodzących w pobliżu tajemniczych czarnych dziur, o chwilach odległych o  $10^{-43}$  sekundy od początku ekspansji Wszechświata to tylko część wiadomości, które mamy nadzieję uzyskać dzięki nieuchwytnemu promieniowaniu grawitacyjnemu. Żadne inne promieniowanie, czy to elektromagnetyczne, czy neutrinowe, nie pozwoli nam dowiedzieć się niczego o tych procesach. Te rodzaje promieniowania oddziałują z materią nieporównanie silniej i w drodze do nas rozpraszają się, co powoduje, że niesiona przez nie informacja o unikalnych zjawiskach jest zatarta przez późniejsze oddziaływanie.

Pierwsze próby wykrycia promieniowania grawitacyjnego były związane ze źródłami astronomicznymi. Badania takie prowadzą dziś grupy naukowców, którzy usiłują odebrać fale grawitacyjne z Kosmosu. Sygnałów, docierających do detektora nie można jednak wyjaśnić jednoznacznie. Na przykład strumienie cząstek elementarnych lub zaburzenia w magnetosferze Ziemi mogą symulować sygnał fali grawitacyjnej. Niejednoznaczność interpretacji sygnałów ze źródeł kosmicznych, a także możliwości przyszłego zastosowania fal grawitacyjnych do celów praktycznych, zachęcają do rozważenia eksperymentu laboratoryjnego zmierzającego do wykrycia promieniowania grawitacyjnego. Moc nadajnika laboratoryjnego jest znacznie mniejsza od mocy źródeł astronomicznych, ale źródła astronomiczne są daleko, zaś nadajnik laboratoryjny można postawić obok detektora. Dokładnie znany czas włączenia nadajnika znacznie zmniejsza niejednoznaczność interpretacji sygnału. Monochromatyczność generatora pozwala ponadto zastosować akumulację rezonansową dla zwiększenia wielkości sygnału. Niemniej ważną zaletą eksperymentu laboratoryjnego jest możliwość interferencyjnego ogniskowania fal grawitacyjnych. Ogniskowanie takie można zrealizować następująco. Nadajniki rozstawia się na okręgu, przy czym wszystkie działają w zgodnej fazie.

## Kącik Czytelniczy

— Przyjrzyj się dobrze Ulrichowi. Za kogo byś go wzięła? Czy wygląda na lekarza, kupca, malarza czy dyplomata?  
— Ale on nie jest tym wszystkim — trzeźwo zauważyła Klarysa.  
— No to może wygląda na matematyka?  
— Tego nie wiem, bo przecież nie wiem, jak ma wyglądać matematyk.  
— Powiedziałas teraz coś bardzo słusznego. Matematyk na nic nie wygląda, to znaczy, że ma wygląd człowieka w ogóle inteligentnego, tak że nie wiąże się to z żadną ściśle określoną treścią. Z wyjątkiem księży rzymskokatolickich nikt już dzisiaj nie ma wyglądu takiego, jaki mieć by powinien, gdyż głową posługujemy się jeszcze bardziej anonimowo niż rękami. A matematyk to szczyt wszystkiego, jak ktoś, kto już tak mało wie o sobie, jak ludzie, którzy w przyszłości zamiast mięsem i chlebem żywić się będą pigułkami, będą mało wiedzieć o łąkach, cieleczech czy krowach.  
Robert Musil, *Człowiek bez właściwości*, przekł. Krzysztof Radziwiłł, Kazimierz Truchanowski, Janina Zeltzer; PIW 1971.



Wtedy amplituda fali w środku okręgu jest równa sumie amplitud wszystkich nadajników. Jakie warunki powinien spełniać nadajnik fal grawitacyjnych, aby najlepiej nadawał się do celów eksperymentu laboratoryjnego? Aby odpowiedzieć na to pytanie, skorzystamy z podanego wcześniej wzoru na moc promieniowania grawitacyjnego dwu ciał. Widać, że moc ta zależy od częstotliwości obiegu. Jest jasne, że im większa częstotliwość, przy ustalonych pozostałych parametrach, tym większe promieniowanie. Pomińmy trudności techniczne związane z tym, że przy zwiększaniu prędkości kątowej pojawiają się siły odśrodkowe, które usiłują rozerwać obracające się ciała, i zwiększamy częstotliwość obiegu. Z początku promieniowanie wzrasta, lecz poczynając od pewnej prędkości już się nie zwiększa. Jest to związane z tym, że gdy długość emitowanych fal grawitacyjnych zrówna się z rozmiarami układu, wypromieniowane przez dwa ciała fale nie będą już zgodne w fazie i częściowo będą się nawzajem tłumić. Wówczas nasz wzór nie jest słuszny. Okazuje się jednak, że samotłumienie fal nie będzie zachodziło jeśli charakterystyczna prędkość ruchu nadajnika będzie równa prędkości światła, tzn. nadajnik będzie źródłem fal spójnych. Najlepszym materiałem na nadajnik są więc fale elektromagnetyczne.

Swobodna fala elektromagnetyczna nie wysyła promieniowania grawitacyjnego. Aby mógł zachodzić proces przekształcania fal elektromagnetycznych w grawitacyjne, niezbędna jest obecność stałego pola elektrycznego lub magnetycznego albo dwu jednakowych fal biegnących symetrycznie w przeciwnych kierunkach, tzn. fali stojącej. Fala stojąca — to taki stan pola elektromagnetycznego, w którym w pewnych punktach przestrzeni natężenie pola elektrycznego jest stale równe zero (węzły), zaś w innych punktach oscyluje. Punkty, w których amplituda oscylacji jest największa, nazywają się strzałkami fali stojącej. Strzałki te można sobie wyobrazić jako masy drgające tam i z powrotem i wysyłające promieniowanie grawitacyjne. „Waga” strzałek jest znikomo mała, lecz prędkość, z którą drgają, wielka. Dlatego też wysyłają one znaczne promieniowanie.

Można wykazać liczbowo, co jest dogodniejsze: nadajniki elektromagnetyczne czy mechaniczne. Weźmy dwa elementarne generatory fal grawitacyjnych, wysyłające fale tej samej częstotliwości. Jeden z nich niech będzie mechaniczny, drugi elektromagnetyczny. Niech gęstość materii w nadajniku mechanicznym wynosi  $1 \text{ g/cm}^3$ , prędkość dźwięku w nim  $V_s = 10^5 \text{ cm/s}$ , a amplituda drgań  $A = 10^{-3} \lambda_s$ , gdzie  $\lambda_s$  — długość fali dźwiękowej. Gęstość pola elektromagnetycznego w drugim nadajniku (określona na podstawie wzoru Einsteina  $m = E/c^2$ ) niech wynosi  $\rho = 10^{-18} \text{ g/cm}^3$ . Wtedy amplituda fali grawitacyjnej wypromieniowanej przez generator elektromagnetyczny jest  $10^{10}$  razy większa niż w generatorze mechanicznym. Objętość nadajnika jest przy tym znacznie mniejsza od objętości nadajnika elektromagnetycznego. W objętości zajętej przez jeden nadajnik elektromagnetyczny można zmieścić  $N = (c/V_s)^3 \approx 10^{15}$  nadajników mechanicznych. Gdy nadajników jest dużo, to aby otrzymać maksymalny efekt, muszą one pracować w zgodnej fazie, tzn. w miejscu, gdzie znajduje się odbiornik, fale od wszystkich nadajników powinny mieć jednakową fazę i dodawać się. Uzgodnienie faz  $10^{15}$  nadajników mechanicznych stanowi trudność techniczną nie do przewyżczenia. Nadajniki elektromagnetyczne są wygodniejsze przez to, że, jak powiedziano wcześniej, spójność jest w nich zapewniona automatycznie.

Elektromagnetyczny nadajnik fal grawitacyjnych można zrealizować na przykład w postaci rezonatora. Jest to pudło o nadprzewodzących ścianach, które zatrzymują fale elektromagnetyczne. W pudle takim tworzy się fala stojąca, która wytwarza promieniowanie grawitacyjne. Jego częstotliwość jest dwa razy większa od częstotliwości fal elektromagnetycznych w rezonatorze.

Jeden rezonator o szerokości 10 m i natężeniu pola magnetycznego wewnątrz  $10^5$  gaussów wytwarza promieniowanie grawitacyjne, którego amplituda na granicy strefy falowej wynosi  $h \approx 10^{-33}$  (amplituda fali grawitacyjnej  $h$  jest wielkością bezwymiarową, która pokazuje, o ile zmieni się odległość między dwiema swobodnymi cząstkami,  $\delta l = h \cdot l$ , jeśli przed nadejściem fali odległość ta wynosiła  $l$ ). Odpowiada to niezmiernie małemu strumieniowi.

$$I_g \approx 10^{-13} \text{ erg/cm}^2 \text{ s.}$$

Takiego strumienia energii nie można zarejestrować odbiornikami mechanicznymi. Trzeba sporządzić detektor, który pozwoli uchwycić znikomo słaby sygnał nadajnika. Detektor ten można zrealizować również w postaci rezonatora elektromagnetycznego.

W odróżnieniu od rezonatora-nadajnika, w rezonatorze-odbiorniku nie jest konieczne zmienne pole elektromagnetyczne. Pole może w nim być stałe. Fale grawitacyjne działając na pole elektromagnetyczne w detektorze wywołują jego zaburzenia. Proces ten najłatwiej można sobie wyobrazić jako zmienną przenikalność elektryczną i magnetyczną w obszarze zajęтым przez pole. Jeśli są spełnione warunki rezonansowe, to zaburzenia wywołane promieniowaniem grawitacyjnym stają się rzeczywistymi fotonami, których liczba narasta w czasie.

Częstotliwość drgań wzbudzonych  $\omega_{ex}$  zależy od częstotliwości niezaburzonego pola elektromagnetycznego w detektorze,  $\omega_{in}$ , i częstotliwości fali grawitacyjnej  $\omega_g$ . Wyraża się ona wzorem  $\omega_{ex} = \omega_g \pm \omega_{in}$ , w zależności od tego, czy warunki rezonansowe są spełnione dla sumy czy dla różnicy.







Rozwiązanie zadania F 90. W rozumowaniu pominięto efekt elektrochemicznej polaryzacji elektrod, towarzyszący procesowi elektrolizy. Każde z naczyń elektrolitycznych staje się źródłem siły elektromotorycznej „pracującej” przeciwko prądowi płynącemu z kondensatora. Kondensator nie może rozładować się całkowicie, a nawet przy odpowiednio dużej ilości elektrolizerów wydzielenie gazu jest w ogóle niemożliwe. Nie jest wtedy spełniony warunek stałości przepływającego ładunku, na którym oparty był wniosek o proporcjonalności ciepła i ilości naczyń elektrolitycznych.

Zauważmy, że częstotliwość pola niezaburzonego może być równa zero (pole jest wtedy stałe), ale jest ono niezbędne!

Pojawiające się fotony (kwanty pola elektromagnetycznego) będą utrzymywane w rezonatorze przez nadprzewodzące ścianki i będą się tam gromadzić. Gdyby ścianki całkiem nie pochłaniały fal elektromagnetycznych, to fotonów można by nabierać w ten sposób dowolnie dużo. Rzecz jednak w tym, że fotony mimo wszystko są pochłaniane — częściowo przez ścianki, a częściowo przez dielektryk wewnątrz rezonatora. Charakterystyką tego, ile można ich zgromadzić, jest wielkość nazywana dobrocią. Wielkość ta,  $Q$ , pokazuje, ile razy średnio jeden foton odbija się od ścianek rezonatora, zanim zostanie przez nie pochłonięty. Czas narastania sygnału jest określany przez  $Q/\omega_{ex}$ . Po tym czasie sygnał już nie narasta i dalsze gromadzenie fotonów staje się bezcelowe.

Detektor taki, przy następujących parametrach: niezaburzone pole wewnątrz  $10^5$  gaussów, dobroć  $10^{12}$  i częstotliwości  $10^9$  s<sup>-1</sup> będzie miał czułość  $h \approx 10^{-27}$ , co odpowiada minimalnemu wykrywalnemu strumieniowi

$$I_g \approx 10 \text{ ergów/cm}^2 \text{ s.}$$

Rozbieżność między możliwościami nadajnika i detektora wynosząca „tylko” milion razy wzbudziła znaczny optymizm. We wszystkich wcześniejszych projektach rozbieżność ta wynosiła  $10^{13}$  lub więcej. Generator fal grawitacyjnych mający kształt torusa produkuje znacznie silniejsze promieniowanie, ponieważ ogniskuje on interferencyjne fale grawitacyjne. I tak, przy parametrach takiego układu: długość fali elektromagnetycznej  $\lambda_e = 10^3$  cm, natężenie pola elektromagnetycznego  $H = 3 \cdot 10^5$  gaussów, dobroć  $Q = 7 \cdot 10^{13}$ , fale grawitacyjne zostałyby wykryte, lecz przy tym całkowita objętość układu musiałaby wynosić około 25000 m<sup>3</sup>, zaś czas narastania sygnału — 5 dób. Detektor i generator w takim eksperymencie trzeba by przechowywać w niezwykle niskiej temperaturze (kilka tysięcznych kelwina), aby usunąć termiczne promieniowanie fal elektromagnetycznych przez materię aparatury. Niestety, obecnie nie można jeszcze spełnić równocześnie wszystkich wymienionych warunków. Trudności na drodze do tego eksperymentu jest wiele, lecz mamy nadzieję, że będą one możliwe do pokonania.

Zapraszamy Was do udziału w czwartym już konkursie prac matematycznych dla uczniów. W tym roku do konkursu dopuszczane będą nie tylko prace maturalne, ale i wszelkie inne prace matematyczne, których autorami są uczniowie szkół średnich. Nadesłane przez Was prace zostaną ocenione przez jury i najlepsze — dopuszczone do finału, który, jak zwykle, odbędzie się podczas Sesji Naukowej Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Właśnie, co znaczy najlepsze? Jak powinna wyglądać dobra praca maturalna? Jak wybrać temat takiej pracy? Jak ją zredagować? Uniwersalnej recepty nie mamy. Nie sądzimy jednak, by najlepszym pomysłem było streszczenie jednej czy kilku książek matematycznych. Nie oczekujemy, że napiszecie „ogólną teorię wszystkiego”. Chętnie będziemy widzieli prace małe, ale zgrabne.

Jeśli na przykład przy rozwiązywaniu jakiegoś zadania nasuną się Wam pytania: „a gdyby tak to zadanie uogólnić?”, „a gdyby tak w tym zadaniu zmienić nieco założenia?”, „a może przy tych założeniach da się udowodnić coś więcej?” Zaczynacie się bawić problemem na różne sposoby. Coś tam wychodzi, coś się daje udowodnić, rozwiązać, coś się nie daje. Spiszcie rezultaty swoich rozważań. Zapytajcie nauczyciela, czy coś wie na ten temat, czy wie o jakiejś książce, gdzie są prowadzone podobne rozważania, spytajcie nas, może akurat coś będziemy wiedzieli. A potem? Potem zredagujcie to wszystko. Może wyjść praca maturalna. I to godna nagrody w naszym konkursie.

Dla przykładu: Zdarzyło się, że przy okazji rozważań o izometriach płaszczyzny i twierdzenia mówiącego, że każdą izometrię płaszczyzny można przedstawić jako złożenie symetrii osiowych, uczeń postawił problem: czy potrzebne są wszystkie symetrie osiowe? Okazało się, że każdą izometrię płaszczyzny można przedstawić jako złożenie symetrii osiowych o osiach należących do ustalonego pęku plus jedna prosta do niego nie należąca. Inny przykład: Zajrzyjcie do Deltę nr 7 z 1978 roku. Znajdziecie tam artykuł „Wielościanny z minimalną liczbą powtórzeń”. Jego autorką była uczennica, a powstał on w wyniku rozważań nad zadaniem: „Wykazać, że w każdym wielościannie wypukłym istnieją co najmniej dwie ściany o tej samej liczbie boków”.

Warto nieraz po rozwiązaniu zadania poświęcić mu chwilę refleksji. Zastanówić się. Może to czasem dać w rezultacie więcej satysfakcji niż rozwiązanie zadania następnego, i następnego, i następnego...

Czekamy więc na Wasze prace. Nie muszą one zawierać od razu dowodu wielkiego twierdzenia Fermata. Chociaż, gdyby się komuś udało...