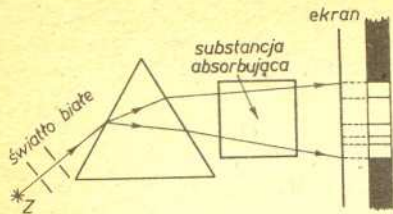
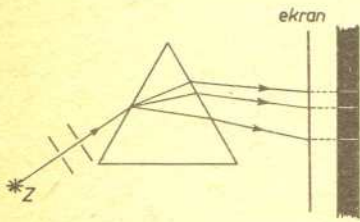


Atomy rydbergowskie

Prof. dr Kazimierz ROSIŃSKI



Powstawanie widma absorpcyjnego

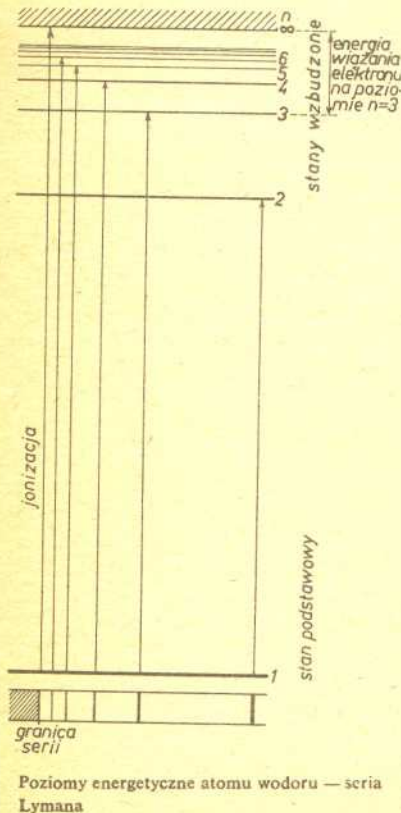


Powstawanie widma emisyjnego

$$\lambda = A \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \text{ wzór Balmera}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{n^2} - \frac{R}{m^2} \text{ wzór Balmera w ogólnej}$$

postaci nadanej mu przez Rydberga



Poziomy energetyczne atomu wodoru — seria Lymana

Widma atomowe

Ciemne linie na jasnym tle ciągłego widma słonecznego zaobserwował już Wollaston w 1802 r., a interpretował je jako granice barw. Nieco później Fraunhofer, utalentowany eksperymentator, szeroko rozwinął i udoskonalił pomiary długości fali światła. Wiedział on już, że ciemne linie tworzące widmo zwane obecnie absorpcyjnym oznaczają brak światła o określonej długości fali, przeciwnie niż w przypadku jasnych linii na ciemnym tle (widmo emisyjne).

Balmer i Rydberg, którzy pod koniec XIX w. wykryli, że linie widmowe układają się w regularne serie opisywane prostymi wzorami, jeszcze nie przeczuwali ukrytej w nich głębokiej treści. Dopiero Bohr około 100 lat po odkryciu widm odczytał tę treść. Widma stały się potwierdzeniem jego rewolucyjnej koncepcji podporządkowania ruchu elektronu w atomie prawom kwantowym.

Energia i moment pędu elektronu np. w atomie wodoru są skwantowane, tzn. energia E_n może przyjmować tylko wartości $E_n = -C/n^2$, gdzie C jest stałą, a $n = 1, 2, 3 \dots \infty$ zwie się główną liczbą kwantową. Kwantowanie energii i jej zależność od n ilustruje „drabinka” poziomów energetycznych.

Moment pędu L może przyjmować wartości $L = l\hbar$ ($\hbar = h/2\pi$, h — stała Plancka), przy tym tzw. orbitalna liczba kwantowa $l = 0, 1, \dots, n-1$.

Wartości $n = 1$ odpowiada najmniejsza energia atomu, czyli stan trwałej równowagi (stan podstawowy). Promień orbity kołowej w modelu Bohra wynosi w tym stanie $0,5 \text{ \AA}$.

Wartościom $n = 2, 3 \dots$ odpowiadają stany wzbudzone (poziomy wyższe) osiągnane w drodze absorpcji promieniowania o częstotliwości spełniającej warunek Bohra $E_n - E_m = h\nu_{nm}$.

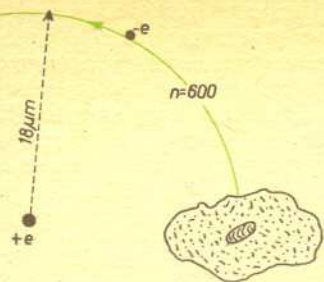
Stan wzbudzony jest stanem nietrwałym. Atom wraca skokowo do stanu podstawowego lub innego o niższej energii wysyłając światło monochromatyczne (linia emisyjna) o częstotliwości ν zgodnej z warunkiem Bohra. Mierząc ν można wyznaczyć doświadczalnie C , a stąd stałą Rydberga $R = C/hc$ (c — prędkość światła).

Serię widmową tworzy zbiór linii będących wynikiem przejść na poziom o liczbie kwantowej m z poziomów o liczbie kwantowej $n > m$. Granicy serii odpowiada jonizacja, czyli oderwanie elektronu od atomu. Linie serii zagęszczają się ku jej granicy (por. wykres poziomów).

W widmach jest więc „zakodowana” informacja o strukturze poziomów wzbudzonego atomu, a więc także o oddziaływaniu jego części składowych, oddziaływaniu z innymi atomami i oddziaływaniu z promieniowaniem elektromagnetycznym. Wszystkie te oddziaływania modyfikują bowiem energie poziomów.

Kiedy Bohr tworzył swoją teorię, w laboratoriach uzyskiwano tylko 12 linii emisyjnej serii Balmera (przejścia z $n = 3$ do 14 na $n = 2$), gdy tymczasem należało spodziewać się nieprzeliczonej liczby linii zbiegających do granicy serii zgodnie ze schematem poziomów. Bohr związał to ograniczenie liczby obserwowanych linii z nietrwałością atomów wzbudzonych na wyższe poziomy, spowodowaną zderzeniami z innymi atomami. Istotnie, zgodnie z jego teorią średnica atomu szybko rośnie z n (jak n^2). Nieobserwowane linie trzynasta i dalsze pochodziłyby z atomów o rozmiarach ponad $0,02 \mu\text{m}$ (porównywalnych z rozmiarami np. wirusów), a energia wiązania elektronu w takich atomach jest porównywalna z energią ruchu cieplnego w zwykłych temperaturach. Innym argumentem może być występowanie linii widmowych o $n > 14$ w widmach gwiazd, których atmosfery cechuje znaczne rozrzedzenie.

Bohr doszedł do wniosku, że należy badać serie widmowe w absorpcji, dla której nie ma znaczenia trwałość atomu po wzbudzeniu. Zauważmy jednak, że obserwacja dalszych linii serii widmowych nawet w absorpcji stanowi poważny problem (nie widział go Bohr-teoretyk) ze względu na szybkie ich słabnięcie z n w wyniku malenia prawdopodobieństwa absorpcji. Przykładowo: dwudziesta linia jest już około 10^6 razy słabsza od pierwszej. Ponadto linie zbliżają się do siebie, a że mają skończoną szerokość (rozmycie poziomów wynikające z zasady nieoznaczoności Heisenberga i efektu Dopplera), dla pewnych n zaczynają się nakładać, tak iż nie mogą ich rozdzielić najpotężniejsze przyrządy spektralne. Rekordowym osiągnięciem było uzyskanie przez Wooda w 1908 r. 57 linii ($n = 59$ do $n = 3$) w widmie absorpcyjnym sodu.



Porównanie wymiarów atomu rydbergowskiego i komórki nablonkowej

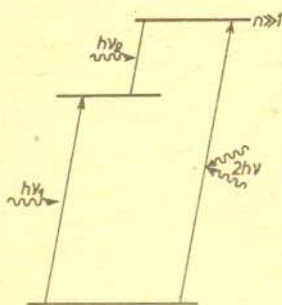
W tym celu użył rury o długości 3 m wypełnionej parami sodu i spektrometru z trzynastoma przyzmatami. Obecnie dzięki niesłychanemu postępowi spektroskopii, m.in. dzięki wynalezieniu laserów, możliwe jest osiągnięcie nawet $n = 150$. Informacji o takim wzbudzeniu nie można jednak uzyskać tradycyjnie za pomocą widm optycznych; absorpcja i emisja są wtedy zbyt słabe.

Powstaje pytanie, dlaczego warto zajmować się tak silnie wzbudzonymi atomami? W odpowiedzi przytoczmy niektóre motywy i niektóre wyniki badań.

Niezwyczajna skala zjawisk

Zwracają uwagę przede wszystkim ogromne rozmiary takich atomów. Ostatnio uzyskane w laboratorium atomy wzbudzone o $n = 150$ mają średnicę ponad $2 \mu\text{m}$ (!), a atomy wodoru wykryte w galaktycznych obłokach, o $n = 600$, mają średnicę ok. $36 \mu\text{m}$, czyli ok. $1/30 \text{ mm}$. Równocześnie tak odległy elektron jest niezwykle słabo związany z jądrem, np. dla niezbyt wielkiego $n = 30$ energia wiązania wynosi zaledwie 10 meV (w stanie podstawowym ok. 10 eV) i maleje jak n^{-2} . Atomy te więc są tworem niezwykle „kruchymi” i jest zadziwiające, że mogą istnieć i być badane w warunkach laboratoryjnych. Ważnym następstwem słabego związania elektronu w silnie wzbudzonych atomach jest niezwykła podatność na działanie zewnętrznego pola elektrycznego i magnetycznego. Przejawia się to np. w łatwości jonizowania takich atomów. Już słabe pole elektryczne wystarcza do oderwania elektronu. Ta własność została wykorzystana do ich badania.

Różne cechy atomu zależą od wyższych potęg n , ale różnie, wobec czego ze zmianą n różne cechy uzyskują przewagę. Te silnie wzbudzone atomy o „egzotycznych” cechach przyjęto nazywać atomami rydbergowskimi.



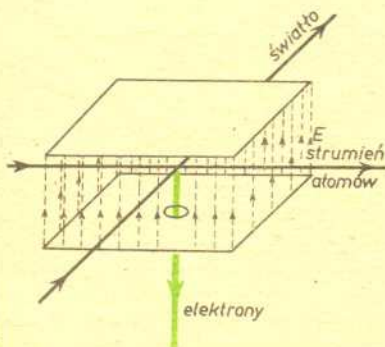
Wzbudzenie dwustopniowe i dwufotonowe

Kłopoty ze wzbudzaniem i badaniem

Wzbudzenie na wysokie poziomy wymaga promieniowania ultrafioletowego, a ponadto absorpcja do tych poziomów jest niezwykle słaba (maleje jak $1/n^3$). Poza tym maleje odległość między sąsiednimi poziomami. W tych warunkach wzbudzenie atomów do wybranych poziomów nie jest możliwe przy użyciu tradycyjnych źródeł światła. Staje się konieczne zastosowanie silnego światła laserowego i to ze specjalnego lasera, np. lasera barwnikowego, w którym można płynnie zmieniać długość fali dopasowując ją do żądanych poziomów. Ponadto jest konieczne zastosowanie nowych metod użycia lasera. Ogólnie dostępne lasery dają z reguły światło widzialne, a potrzebny jest nadfiolet. Wobec tego stosuje się bądź to wzbudzenie dwustopniowe: jeden laser wzbudza atomy na niższy poziom, a drugi — z tego poziomu na wysoki, bądź wzbudzenie dwufotonowe jednym laserem: atom pochłania od razu dwa fotony, co jest możliwe wobec ich ogromnej gęstości w świetle laserowym.

Do stwierdzenia, że otrzymaliśmy atomy rydbergowskie, wykorzystuje się łatwą ich jonizację. Badane atomy umieszcza się w polu elektrycznym. Pojawiające się w wyniku ich jonizacji elektrony lub jony niosą informację o wzbudzeniu. Zwiększając stopniowo natężenie pola elektrycznego obserwujemy pojawianie się elektronów pochodzących kolejno z coraz niższych poziomów atomów rydbergowskich, wytworzonych w wyniku absorpcji światła.

Zjawiska zachodzące w atomach rydbergowskich w laboratorium modelem zjawisk zachodzących w warunkach ekstremalnych



Badanie widma atomów rydbergowskich

Uzyskanie mierzalnych efektów (np. przesunięcie poziomów) pod działaniem pól zewnętrznych w atomach słabo wzbudzonych wymaga bardzo silnych pól. Ostatnio w związku ze spodziewanym występowaniem skrajnie silnych pól magnetycznych w warunkach kosmicznych (gwiazdy neutronowe) zostało postawione zagadnienie: jaki byłby wynik działania na atom pól tak silnych, że ich oddziaływanie na elektron walencyjny byłoby porównywalne z oddziaływaniem nań pola wewnątrzatomowego. Dla ukierunkowania oceny teoretycznej była potrzebna wskazówka ze strony eksperymentu. Jednak w przypadku atomów słabo wzbudzonych byłyby potrzebne pola nieosiągalne w laboratorium. Pomoc przyszła ze strony atomów rydbergowskich.

Efekt diamagnetyczny polega na powstawaniu w ciele namagnesowania skierowanego przeciwnie niż zewnętrzne pole magnetyczne. W klasycznym opisie efekt ten wiąże się z indukowaniem mikroskopowych prądów wirowych w momencie włączenia pola magnesującego.

Paramagnetyzm to zjawisko magnesowania się ciała w kierunku w przybliżeniu zgodnym z kierunkiem zewnętrznego pola magnetycznego. Efekt ten jest wywołany orientacją momentów magnetycznych atomów paramagnetyka pod wpływem pola magnetycznego.

wodór n	sól d		
	$l=0$	$l=1$	$l=2$
50	$\delta = 1.4$	0.1	0.01
	$n^* = 48.6$	49.1	50
	$\approx n$		

3			
	$\delta = 1.4$	0.9	0.01
$n^* = 1.6$	2.1	3	
	$\neq n$	$\neq n$	$\approx n$

Porównanie położenia poziomów energetycznych wodoru i sodu w zależności od n i l



Jak wiadomo, pole magnetyczne powoduje efekty paramagnetyczne i diamagnetyczne. Efekt paramagnetyczny związany ze strukturą poziomów energetycznych jest w atomach rydbergowskich taki jak w zwykłych, a więc bardzo słaby. Natomiast efekt diamagnetyczny słaby w zwykłych atomach staje się potężny w rydbergowskich.

Efekt diamagnetyczny jest efektem indukcyjnym wynikającym z oddziaływania pola magnetycznego na elektron poruszający się w atomie. W wyniku tego oddziaływania następuje modyfikacja ruchu elektronu. Energia związana z tym efektem jest proporcjonalna do powierzchni ograniczonej przez orbitę elektronu (w modelu Bohra), czyli do r^2 , a więc bardzo szybko rośnie z n (jak n^4). Porównajmy tę energię z energią wiązania elektronu w atomie wodoru proporcjonalną do $1/n^2$. Stosunek tych energii rośnie z n nadzwyczaj szybko (jak n^6). Dla małych n przeważa oddziaływanie elektryczne, ale bardzo szybko oddziaływanie magnetyczne staje się z nim porównywalne, by dla wyższych n uzyskać zdecydowaną przewagę. Okazuje się więc, że dla otrzymania efektów odpowiadających skrajnie silnym polom wystarczy, w przypadku atomów rydbergowskich, pole magnetyczne łatwo dostępne w laboratorium.

Doświadczenia wykazały, że w obszarze poziomów, w którym przeważa działanie wewnątrz atomowego pola elektrycznego, widmo atomu jest bardzo złożone. W obszarze, gdzie oba oddziaływania zrównują się (przypada on w pobliżu granicy serii), widmo upraszcza się i składa się z linii równoodległych. Wreszcie, gdy pole magnetyczne przeważa, widmo przypadające poza granicą serii pozostaje regularne, ale odstęp linii maleje, jest proporcjonalny do natężenia pola i odpowiada częstości ruchu elektronu po torze kołowym w tym polu (częstość cyklotronowa). Oznacza to, że o ruchu elektronu decyduje pole magnetyczne. Te wyniki okazały się pomocne w poszukiwaniu oceny teoretycznej zagadnienia. Umieemy już przewidywać, posługując się mechaniką kwantową, położenia linii, ale nie potrafimy jeszcze obliczać ich natężeń.

Szczególina prostota zjawisk w przypadku złożonych atomów

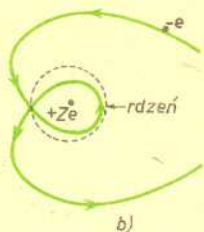
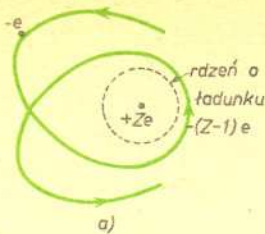
Teoretyczne wyjaśnienie własności atomów wodoru w stanach wzbudzonych nie przedstawia trudności. Inaczej jest już w przypadku najprostszych atomów złożonych (wieloelektronowych), jakimi są atomy metali alkalicznych, w których tylko jeden elektron (walencyjny) bierze udział w zjawiskach optycznych, a pozostałe tworzą z jądrem zwarty rdzeń. Moglibyśmy oczekiwać podobieństwa struktury poziomów tych atomów i atomów wodoru. Zaznaczają się jednak istotne różnice, jeżeli ograniczyć się do niskich poziomów. W szczególności energie poziomów dają tym

razem wyrażenie $-\frac{C}{(n-\delta)^2}$ podobne jak dla wodoru, ale w mianowniku występuje nie samo n , lecz $n-\delta = n^*$ zwane efektywną liczbą kwantową, przy tym δ (nazywane defektem kwantowym) zależy praktycznie tylko od l , które w przypadku wodoru nie miało wpływu na energię. Jest widoczne, że poziomy atomów metali alkalicznych leżą niżej niż atomów wodoru. Nie będziemy wspominać o innych jeszcze istotnych różnicach. Można przypuszczać, że różnice te są wynikiem oddziaływania elektronów rdzenia na elektron walencyjny. Wobec tego należy spodziewać się, że w atomach rydbergowskich, w których elektron walencyjny znajduje się daleko od rdzenia, wpływ rdzenia będzie mały i wobec tego atom ten powinien okazać się wodoropodobny. I rzeczywiście, dla dostatecznie dużych n defekt kwantowy przestaje odgrywać rolę: $-\frac{C}{(n-\delta)^2} \approx -\frac{C}{n^2}$ i poziomy atomów metali alkalicznych układają się na tej samej wysokości co w wodorze. Pozostają jednak inne różnice. W każdym razie można spodziewać się możliwości modelowania złożonego atomu za pomocą atomu wodoru, a w szczególności połączenia obrazu klasycznych orbit z opisem kwantowym w celu uzyskania bardziej przejrzystego obrazu zjawisk.

Elektron w atomie rydbergowskim sonduje rdzeń atomu

Pierwszą wskazówkę o charakterze ruchu elektronu w atomie metalu alkalicznego daje już położenie niższych poziomów. Okazuje się, że defekt kwantowy dla $l=0$ ma wartość największą, a dla $l=n-1$ — najmniejszą. Oznacza to, że poziomy z $l=0$ są najbardziej przesunięte względem wodorowych, a z $l=n-1$ są praktycznie tak samo położone.

Prowadzi to do wyróżnienia trzech rodzajów torów elektronu: tory zewnętrzne względem rdzenia, tory styczne i tory wnikaące w rdzeń atomu. Elektron na torze zewnętrznym „widzi” w całym swym ruchu ładunek efektywny $Ze+(- (Z-1)e) = e$ (Z — liczba porządkowa),



Orbita zewnętrzna (a) i orbita wnikająca (b)

a więc taki jak w atomie wodoru i wobec tego jego ruch powinien być bardzo zbliżony do ruchu elektronu w atomie wodoru. Ewentualne różnice będą związane z niepunktowością ładunku efektywnego. W przypadku torów stycznych, a szczególnie wnikających, nie można już pomijać przestrzennego rozkładu rdzenia, należy więc oczekiwać znacznych różnic w porównaniu z wodorem. Różnice te są źródłem informacji o rozkładzie ładunku w rdzeniu i charakterze jego oddziaływania z elektronem walencyjnym. Podobnie odchylenia w ruchu sztucznego satelity od ruchu po eliście dostarczają informacji o kształcie Ziemi i rozkładzie masy w jej wnętrzu.

Posługiwaliśmy się dotąd pojęciem klasycznych torów elektronu wziętym ze starej teorii kwantów, a jak wiadomo, nie odzwierciedla ono zadowalająco rzeczywistości. Na usprawiedliwienie tego przypominamy, że w myśl zasady korespondencji dla $n \rightarrow \infty$ prawa kwantowe przechodzą w klasyczne i wobec tego w przypadku znacznych n przybliżenie torów klasycznych może być pożyteczne. Warto pamiętać także, że średnie położenie elektronu według nowej teorii kwantów odpowiada właśnie torom klasycznym. Okazało się, że stosowanie przybliżenia torów klasycznych i kwantowego opisu ruchu daje dobrą zgodność z doświadczeniem, pozwalając ocenić rozmiary rdzenia i rozmieszczenie ładunku. Warto dodać, że obliczenia dla wielkich n są niezwykle uciążliwe nawet przy użyciu komputerów.

Atom rydbergowski tym odporniejszy na zderzenia, im bardziej wzbudzony — im większy

Ten fakt doświadczalny, zdawałoby się paradoksalny, świadczy o zawodności intuicji mówiącej: im dalej elektron od rdzenia, im słabiej związany, tym łatwiejsze zaburzenie jego ruchu przez środowisko. Rzecz wyjaśni się, jeżeli uprzytomnimy sobie, że atom zaburzający (najczęściej atom w stanie podstawowym) jest znacznie mniejszy od atomu rydbergowskiego, a przy tym zasięg sił jego oddziaływania jest także znacznie mniejszy od rozmiarów atomu rydbergowskiego, wobec czego nie obejmuje on tym oddziaływaniem atomu rydbergowskiego jako całości. Zderzenie będzie skuteczne, jeżeli mały atom zaburzający trafi bezpośrednio na elektron lub rdzeń, ale prawdopodobieństwo takiego zdarzenia jest małe. Ponadto rdzeń atomu metalu alkalicznego ma strukturę atomu gazu szlachetnego, jest więc bardzo odporny na wszelkie zaburzenia. Zatem atom zaburzający najczęściej będzie przelatywał pomiędzy rdzeniem a elektronem nie jonizując atomu. Tak więc ze wzrostem wielkości atomu rydbergowskiego będzie rosła jego „przezroczystość”, a maleć podatność na zaburzenia.

Atom rydbergowski detektorem promieniowań długofalowych i wzmacniaczem efektów najsłabszych

Jak widzieliśmy, linie serii widmowych ze wzrostem n zagęszczają się, podobnie jak poziomy energetyczne. Na przykład dla $n = 60$ odległość sąsiednich poziomów odpowiada, przy przeskoku elektronu pomiędzy nimi, promieniowaniu o długości fali około 3 cm, tzn. mikrofalom. Mniejszym n odpowiada daleka podczerwień (fale milimetrowe i submilimetrowe). Jest interesujące, że prawdopodobieństwo absorpcji takich fal przez atom rydbergowski jest znacznie większe od prawdopodobieństwa absorpcji światła z poziomu najniższego do tych wysokich. Wynika z tego niezwykła czułość atomów rydbergowskich na działanie promieniowania długofalowego, a w szczególności nadzwyczaj słabego promieniowania cieplnego przenikającego stale nasze otoczenie, a więc odpowiadającego temperaturze około 20°C. Wiąże się z tym nadzieje na zbudowanie detektora takich promieniowań o znacznie większej czułości niż obecnie istniejące.

Wyjątkowa podatność atomów rydbergowskich na działanie promieniowań elektromagnetycznych przyczynia się do znacznego spotęgowania nawet najsłabszych efektów tego oddziaływania, takich jak absorpcja wielofotonowa, przesunięcie poziomów, generacja promieniowania w maserach. Te ostatnie mają wielkie znaczenie np. w radioastronomii i jako wzorce częstości.

Inną ciekawą cechą atomów rydbergowskich jest bardzo długi czas pozostawania w stanie wzbudzonym (czas życia), nim wypromieniują energię wzbudzenia, którą tracą wobec tego raczej w zderzeniach. Przykładowo dla $n = 60$ czas życia wynosi około 1/4 ms w porównaniu z 10^{-6} ms dla niskich poziomów (np. $n = 2$ w wodorze). Wiąże się to, zgodnie z zasadą nieoznaczoności, z wielką ostrością poziomów energetycznych (mała nieoznaczoność energii), czyli równocześnie z małym rozmyciem długości fali pochłanianego promieniowania. Oznacza to z kolei wielką przydatność atomów rydbergowskich do pomiarów o wysokiej dokładności, np. stałej Rydberga, czy budowy wzorców częstości (zegarów atomowych).

Niektóre symbole używane w Mizarze są skrótami pewnych angielskich zwrotów. Po polsku można czytać je tak:

not	nieprawda, że
or	lub
iff	wtedy i tylko wtedy
implies	jeśli..., to
for	dla każdego
being	będący
holds	zachodzi
st	spełniający (albo: taki, że)
ex	istnieje
environ	otoczenie (wstęp)

Mizar — MSE (1)

Dr A. Trybulec w *Delcie* (7/1983) obiecał Czytelnikom krótki kurs Mizara. Oto pierwszy z dziesięciu odcinków spełniających tę obietnicę.

Co to jest Mizar? Pewną odpowiedź daje na to wspomniany wyżej artykuł. Ogólnie chodzi o to, by komputer sprawdzał dowody matematyczne przygotowane przez człowieka. Podstawa systemu, który do tego służy, jest pewien (formalny) język, w którym zapisujemy takie dowody.

W projekcie Mizar opracowano wiele różnych języków, w których można zapisywać dowody matematyczne. Ten, który będziemy omawiać, nazywa się Mizar-MSE, jest mniej skomplikowany od pozostałych i pomyślany został właśnie dla początkujących.

Mizar-MSE obejmuje sobą klasyczny rachunek predykatów z równościami. Tym, którzy nie wiedzą, co znaczy poprzednie zdanie, możemy polecić lekturę znakomitej książki A. Grzegorzcyka „Zarys logiki matematycznej”, ale i bez znajomości książek o logice można będzie zapoznać się z Mizarem bez kłopotu, co najwyżej z pewnym wysiłkiem.

W dalszym ciągu tego kursu będziemy powoływali się na różne elementarne teorie matematyczne, na ogół dobrze wszystkim znane. Czytelnicy będą mogli (jeśli zechcą) rozwiązywać zadania, a Ci, którzy nadeślą rozwiązania, otrzymają wydruk z komputera, będący wynikiem sprawdzenia ich rozwiązania przez maszynę. Jeśli w rozwiązaniu będą błędy lub maszyna przyzna, że sprawdzenie tekstu przekracza jej możliwości, to oczywiście zaznaczy to w pewien sposób. Ale do tego jeszcze wielokroć wrócimy.

Zacniemy od budowy zdań w Mizarze-MSE. Najprostszymi zdaniami są zdania atomowe. I tutaj mamy do czynienia z pewnym ubóstwem. Zasadniczo jedyną postacią takich zdań jest: symbol predykatu [argument₁, argument₂, ..., argument_k]. Nie możemy zatem napisać $1 < 2$, ale możemy to samo w naszym języku wyrazić przez: mniejszy [1, 2]. Albo np. LT [1, 2] (LT od angielskiego Less Than). 1 i 2 to argumenty predykatu. Predykat może mieć dowolnie dużo argumentów, w praktyce nie spotyka się więcej niż, powiedzmy, dziesięć (na ogół mniej). Predykat może mieć jeden argument, np: dodatnie [4]. Przy zgodnej z intuicją interpretacji znaczenia predykatu dodatnie, powyższe zdanie atomowe jest prawdziwe, rzeczywiście 4 jest liczbą dodatnią, ale np.: dodatnie [0] nie jest zdaniem prawdziwym. Dozwolone są również predykaty bez argumentów, ale wtedy chodzi na ogół o sytuację w pewnym sensie wyjątkową.

W Mizarze można wyrazić fakt, że dwa obiekty są równe, np.: $2 = 2$ i takie zdania zapisujemy zwyczajnie. Jest to też zdanie atomowe, symbolem predykatu jest =, ale umieszczamy go między argumentami. Podobnie z nierównością, z tym że symbolem predykatu jest $<$, np.: $3 < 7$. Możemy oczywiście napisać $2 < 2$, ale jest to zdanie fałszywe.

Wyjątkowo w tym pierwszym odcinku podamy na marginesie sens (a nie tłumaczenie wyraz za wyrazem) zapisanych w Mizarze zdań.

Wiedząc jak buduje się zdania atomowe, możemy przejść do zdań złożonych, które budujemy ze zdań atomowych za pomocą spójników zdaniowych. W Mizarze możemy używać następujących spójników:

— negacja, zapisywana jako **not** przed negowanym zdaniem np.:

NOT LTE3,21; NOT 2=3
3 nie jest mniejsze od 2, 2 nie jest równe 3.

— koniunkcja, zapisywana znakiem & między zdaniami, np.:

DODATNIE13 & LTE0,13
1 jest dodatnie i 0 jest mniejsze od 1.

— alternatywa, zapisywana przez **or** między zdaniami, np:

LTE0,13 OR LTE1,03
0 jest mniejsze od 1 lub 1 jest mniejsze od 0.

— implikacja, zapisywana **implies** między poprzednikiem i następnikiem, np:

LTE0,73 IMPLIES DODATNIE73
Jeśli 0 jest mniejsze od 7, to 7 jest dodatnie.

— równoważność, zapisywana przez **iff**, np.:

LTE0,73 IFF DODATNIE73; NOT 2=3 IFF 2<3
0 jest mniejsze od 7 wtedy i tylko wtedy, gdy 7 jest dodatnie.

Możemy (a czasami musimy) używać okrągłych nawiasów przy budowaniu zdań bardziej złożonych. Ciąg zdań atomowych albo dowolnych zdań w nawiasach możemy napisać bez dodatkowych nawiasów. Np:

LTE1,23 & LTE2,33 & LTE3,43 & LTE4,53
LTE6,73 OR LTE7,83 OR (LTE8,93 IMPLIES NOT LTE9,83)
1 jest mniejsze od 2 i 2 jest mniejsze od 3 i 3 jest mniejsze od 4 i 4 jest mniejsze od 5, 6 jest mniejsze od 7 lub 7 jest mniejsze od 8 lub też jeśli 8 jest mniejsze od 9, to 9 nie jest mniejsze od 8 — w drugim zdaniu widać, że w Mizarowym zapisie lepiej widać o co chodzi.

Koniunkcja jest najmocniej wiążącym spójnikiem. Następujące zdanie:

LTE1,23 & LTE2,33 OR LTE3,23 & LTE2,13

naależy rozumieć:

(LTE1,23 & LTE2,33) OR (LTE3,23 & LTE2,13)

Implikacja i równoważność są spójnikami wiążącymi dokładnie dwa zdania, z których każde może być zdaniem atomowym, ciągiem koniunkcji lub też dowolnym zdaniem ujętym w nawiasy. Niepoprawne jest zatem zdanie:

LTE5,63 IFF DODATNIE63 IMPLIES DODATNIE53

i musimy wstawić nawiasy, by wskazać, co jest argumentem którego spójnika.

W Mizarze możemy używać obu kwantyfikatorów: ogólnego i szczegółowego. Najprostszą postacią kwantyfikatora ogólnego wygląda tak np.:

FOR X BEING LICZBA
HOLDS LTEX,03 OR DODATNIECX3 OR X=0

Dowolna liczba x jest mniejsza od 0, dodatnia lub równa 0.