Teraz obliczymy średnią w rozkładzie p_k^*, $k = 1, 2, \ldots$.

$$(3)\quad \mu^* = \sum_{k=1}^{\infty} k p_k^* = \frac{1}{\mu}\sum_{k=1}^{\infty} k \sum_{i=k}^{\infty} p_i = \frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{\infty}\left(\sum_{k=1}^{i} k\right) p_i =$$

$$= \frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{i(i+1)}{2} p_i = \frac{1}{2\mu}(\delta^2+\mu+\mu^2).$$

Paradoks. Można zapytać, czy istnieją rozkłady odstępów między sygnałami, dla których czasy resztowe są średnio większe. Odpowiedź wynika natychmiast ze wzoru (3), wszystko zależy od wariancji. Dla rozkładów prawdopodobieństwa bliskich deterministycznego (δ^2 małe) paradoks nie jest spodziewany. Istnieją jednakże rozkłady prawdopodobieństwa, dla których, przy danej średniej, wariancja jest dowolnie duża albo nieskończona. Wówczas odpowiedź na nasze pytanie jest twierdząca.

Najczęściej przy losowych rozkładach jazdy autobusów odpowiednie δ^2 jest duże. Wówczas nie ma racji osoba, która z żalem powiada, że uciekł jej autobus w chwili, gdy przyszła na przystanek. Jej średni czas czekania jest krótszy, aniżeli średni czas czekania osoby przychodzącej na przystanek w wybranym na chybił trafił momencie czasu.
(Intuicyjne wyjaśnienie paradoksu znajduje się w numerze.)

Zadania

Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

M 355. Przypomnijmy, że ciągiem Fibonacciego nazywamy ciąg określony rekurencyjnie:

$$a_1 = a_2 = 1, \qquad a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \text{ dla } n \geqslant 2.$$

Wykazać, że dla $k \geqslant 3$ suma $S_{n,k} = a_{n+1} + a_{n+2} + \ldots + a_{n+k}$ nie może być liczbą Fibonacciego.
Rozwiązanie na str. 8

M 356. Średnicą D zbioru A nazywamy liczbę
$D(A) = \sup\limits_{x,y\in A} d(x,y)$, gdzie $d(x,y)$ jest odległością x od y.
Punktem środkowym zbioru leżącego w przestrzeni euklidesowej nazywamy środek odcinka o końcach należących do A i długości $D(A)$.

Wykazać, że dla zbioru $S(A)$ wszystkich punktów środkowych zbioru A prawdziwa jest nierówność

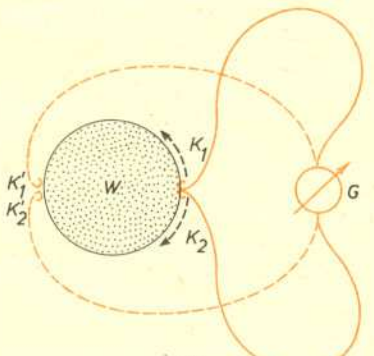
$$D(S(A)) \leqslant \frac{\sqrt{2}}{2} D(A)$$

i że oszacowania tego nie można poprawić.
Rozwiązanie na str. 2

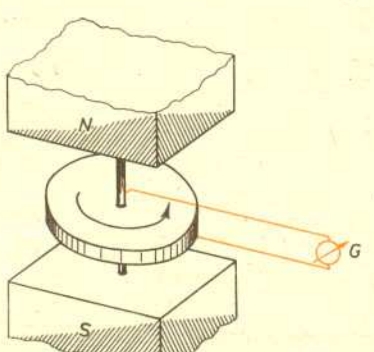
M 357. Niech x będzie dowolną liczbą niewymierną. Wykazać, że istnieje takie $n < 1000$, że wśród ułamków o mianowniku n znajduje się ułamek przybliżający x z dokładnością $\frac{1}{1000\,n}$.

Rozwiązanie na str. 5

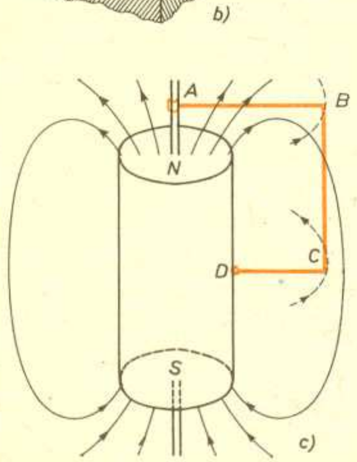
Redaguje mgr Tomasz TRATKIEWICZ



a)



b)



c)

F 148. a) W przewodzącym walcu W skupione jest pole magnetyczne (rys. a). Giętkie przewody łączą galwanometr G ze stykającymi się na powierzchni walca kontaktami ślizgowymi K_1 i K_2, które następnie przesuwają się po powierzchni bocznej walca aż do ponownego zetknięcia w położeniu K_1' i K_2'.

b) Walec miedziany wiruje w polu magnetycznym.
Do jego osi i powierzchni bocznej podłączony jest za pomocą szczotek czuły miernik (rys. b).

c) Metalowa ramka ABCD wiruje wokół przewodzącego magnesu walcowego i poprzez ślizgacze A i D tworzy obwód zamknięty.

Prawo indukcji elektromagnetycznej mówi, że siła elektromotoryczna indukcji w obwodzie

$$\varepsilon = -k\frac{d\Phi}{dt}$$

jest proporcjonalna do szybkości zmian strumienia magnetycznego $\frac{d\Phi}{dt}$ obejmowanego przez obwód (k — współczynnik proporcjonalności zależny od układu jednostek).

Zgodnie z tym prawem galwanometr w punkcie a) powinien zarejestrować przepływ prądu, a w obwodach z punktów b) i c) prądy nie powinny płynąć.

Czyżby tak było istotnie?

Rozwiązanie na str. 2