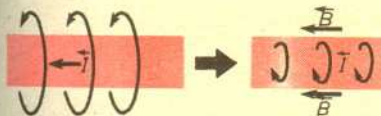
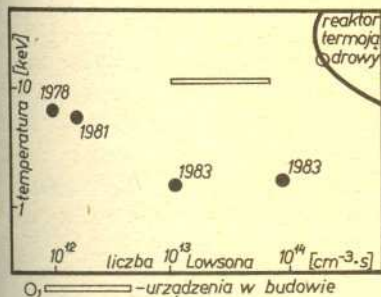


Rys. 8



Rys. 9



Rys. 10

stąd, że wypukłe zaburzenie sznura plazmowego prowadzi do rozszerzania się sznura, a wklęsłe do zaciskania. Możliwe jest także jego wygięcie. Pierwszy typ niestabilności (tzw. niestabilności „serdelkowa”) przedstawiony jest na rysunku 5, drugi (niestabilność wyboczeniowa) — na rysunku 6.

Obliczenia teoretyczne wykazały, że niestabilności jest nieskończenie wiele, ale opisane niestabilności podstawowe narastają najszybciej i dlatego są najbardziej niekorzystne. Znalaziono również proste kryterium stabilności układu naładowanych cząstek i pól magnetycznych. Okazało się mianowicie, że pełna stabilność byłaby zapewniona tylko wtedy, gdyby plazmę udało się ograniczyć polem magnetycznym o liniach wypukłych do wnętrza obszaru uwięzienia. Jest to jednak zadanie niewykonalne. Kryterium daje jednak pewną orientację, jak należy projektować elektromagnesy mające więzić plazmę. Należy dążyć do zminimalizowania obszarów, w których linie pola magnetycznego nie są wypukłe. Tak powstała koncepcja tzw. prętów Joffego. Na zewnątrz z-pinchu układa się równoległe do osi sznura plazmowego cztery pręty, w których płynie prąd w kierunkach zaznaczonych na rysunku 7. Pozostały wprowadzić cztery obszary, w których plazma może opuszczać układ (tzw. stożki ucieczki), ale pręty zlikwidowały podstawowe niestabilności i znacznie poprawiły parametry pinchu.

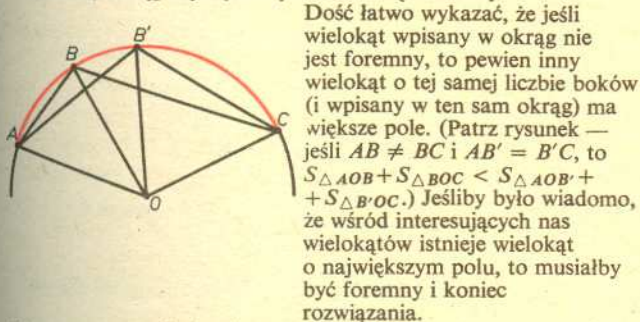
Aby uniknąć strat plazmy na elektrodach, pinch zwinięto w torus. Taki toroidalny z-pinch pobudza się w układzie pokazanym na rysunku 8, gdzie sznur plazmowy stanowi po prostu wtórne uzwojenie dużego transformatora.

Okazało się, że jeszcze bardziej stabilna jest konfiguracja zwana θ -pinchem. Jest to układ podobny do z-pinchu (bez prętów Joffego), w którym zamieniono linie pola magnetycznego liniami prądu i odwrotnie (rys. 9). Przy odpowiednim doborze kierunku prądów siły Lorentza działające na plazmę będą takie jak w z-pinchu i sznur plazmowy będzie znów adiabatycznie ściskany.

Poza omówionymi buduje się wiele innych urządzeń (tokamak, stellarator itp.) służących do podgrzewania i utrzymywania plazmy. Wszystkie działają na podobnej zasadzie. Najbardziej obiecujący jest tokamak, w którym osiągnięto już warunki bliskie spełnienia tzw. kryterium Lawsona. Kryterium to orzeka, że ilość energii otrzymywanej w wyniku reakcji syntezy przewyższy energię konieczną do podgrzewania i utrzymania plazmy wtedy, gdy liczba Lawsona będzie większa od $10^{14} \text{ cm}^{-3} \cdot \text{s}$. Rysunek 10, przedstawiający temperatury plazmy i wartości liczby Lawsona w kilku istniejących i budowanych urządzeniach plazmowych, pokazuje, jak niewiele brakuje do osiągnięcia sukcesu.

Kąć olimpijski

Rozwiążmy zadanie: Pokazać, że wśród n -kątów wpisanych w ustalony okrąg największe pole ma n -kąt foremny.



Skorzystamy z twierdzenia:

Funkcja ciągła określona na zbiorze zwartym jest ograniczona i osiąga kresy, tzn. jeśli K jest zbiorem zwartym, a $f: K \rightarrow \mathbb{R}$ funkcją ciągłą, to istnieją takie punkty $a, b \in K$, że dla dowolnego $x \in K$ mamy $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$.

W przypadku, gdy zbiór K jest podzbiorem przestrzeni euklidesowej \mathbb{R}^m , jest on zwarty wtedy i tylko wtedy, gdy jest ograniczony (tzn. gdy istnieje taka liczba M , że dla każdego $(x_1, \dots, x_m) \in K$ mamy $|x_i| \leq M$ dla $i = 1, \dots, m$) i domknięty (tzn. jeśli $(x_1^{(k)}, \dots, x_m^{(k)}) \in K$ dla $k = 1, 2, \dots$ i $\lim_{k \rightarrow \infty} x_i^{(k)} = x_i$

dla $i = 1, \dots, m$, to $(x_1, \dots, x_m) \in K$).

Wróćmy do zadania. Oznaczmy przez K zbiór n -tek punktów z okręgu. Każdy punkt okręgu to para współrzędnych, a więc każdy element zbioru K może być traktowany jako punkt $(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n)$ przestrzeni $2n$ -wymiarowej \mathbb{R}^{2n} . Łatwo udowodnić, że zbiór K jest ograniczony i domknięty, a więc zwarty. Funkcja f przyporządkowuje elementowi $(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ pole najmniejszego zbioru wypukłego zawierającego punkty $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, tzn. wielokąta wypukłego, którego

wierzchołkami są te punkty. Znow łatwo wykazać, że funkcja f jest ciągła oraz, podobnie jak na początku, że jeśli wielokąt odpowiadający punktom $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ nie jest foremny, to jego pole nie jest maksymalne. Tak więc układ punktów $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ dający kres górny funkcji f musi odpowiadać wielokątowi foremnemu.

Metoda powyższa daje się stosować do rozwiązywania zadań, w których należy pokazać, że pewna funkcja f osiąga w jakimś punkcie a kres górny (dolny). Korzystając z podanego twierdzenia stwierdzamy, że funkcja f musi osiągać kres górny (dolny), a następnie pokazujemy, że w punktach różnych od punktu a funkcja f kresu nie osiąga.

Oto przykłady zadań, w których można skorzystać z powyższego sposobu.

- 1) W czworokącie $abcd$ mamy $db \perp dc$ i spodkiem prostopadłej opuszczonej z punktu d na płaszczyznę trójkąta abc jest punkt przecięcia wysokości tego trójkąta. Udowodnić, że $(ab+bc+ca)^2 \leq 6(ad^2+bd^2+cd^2)$. Dla jakich czworokątów zachodzi równość? (XII MOM zadanie 5)
- 2) Dowiedź, że ze wszystkich czworokątów opisanych na danym kole najmniejszy obwód ma kwadrat. (IX OM etap III zadanie 6)
- 3) Udowodnić, że dla dowolnych $n, k \in \mathbb{N}$, $a_1, \dots, a_n > 0$,

$$\text{zachodzi } \frac{\sum_{i=1}^n a_i^{n+k}}{\sum_{i=1}^n a_i^k} \geq \prod_{i=1}^n a_i. \quad (\text{XIV-I-10})$$

- 4) Udowodnić, że jeżeli $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ oraz $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$, to

$$(a_1+a_2+\dots+a_n)(b_1+b_2+\dots+b_n) \leq n(a_1b_1+a_2b_2+\dots+a_nb_n),$$

przy czym równość ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ lub $b_1 = b_2 = \dots = b_n$.

(XV-III-2)