

Prof. dr Iwo BIAŁYNICKI-BIRULA, członek korespondent PAN

O związku matematyki z fizyką można nieskończenie... Zagadnienie to było od stuleci przedmiotem dociekań wybitnych matematyków, fizyków i filozofów. Teksty napisane na ten temat wypełniłyby kilka grubych tomów. Wydaje się, że wszystko na ten temat zostało już powiedziane i napisane, co wcale nie oznacza, że panuje w tej dziedzinie pełna zgodność poglądów. Bą, wręcz przeciwnie, można znaleźć poglądy krańcowo różne: od twierdzenia, że czysta matematyka, nie oparta na rzeczywistości, wręcz nie ma sensu (Engels), do twierdzenia, że świat rzeczywisty jest jedynie odbiciem świata bytów matematycznych (Kepler). Przekorny Czytelnik może uznać zresztą, że obie te tezy są właściwie równoważne.

Moim zdaniem zagadnienie związku fizyki z matematyką ma charakter filozoficzny i nie można go, w związku z tym, rozstrzygnąć ani na gruncie matematyki, ani na gruncie fizyki i każdy ma pełne prawo do stworzenia własnego, odrębnego poglądu na to zagadnienie. Aby ułatwić Czytelnikowi to zadanie, podam tutaj wybór wypowiedzi uczonych na ten temat, ograniczając do minimum-swoją komentarz.

Zacznę od oczywistego dosyć stwierdzenia, iż na to, by rozważać zagadnienie związku matematyki i fizyki, trzeba najpierw możliwie precyzyjnie określić, co to jest matematyka i co to jest fizyka. Czasami już w samych tych definicjach tkwi istotna informacja na temat owego związku. I tak na przykład Albert Einstein tak zdefiniował fizykę w swoim artykule o podstawach fizyki teoretycznej:

To, co nazywamy fizyką, stanowi tę grupę nauk przyrodniczych, których pojęcia oparte są na pomiarach i które to pojęcia oraz twierdzenia dają się sformułować matematycznie. Zgodnie z tym, zakres fizyki jest zdefiniowany jako ta część naszej pełnej wiedzy, która jest możliwa do wyrażania w matematycznej postaci.

Takie określenie fizyki wyznacza, w znacznej mierze, związek matematyki z fizyką, pod warunkiem, oczywiście, że wiemy już skądinąd, co to jest matematyka. Na ten temat też występują różnice zdań. Skrajny pogląd głosił wspomniany wyżej Fryderyk Engels, który uważał, że matematyka traci cały sens, gdy odrywa się od fizycznej rzeczywistości. W *Dialektyce Przyrody* tak, na przykład, pisał on o matematyce i o ... matematykach:

Gdy jednak matematycy zamykają się w swej niedostępnej twierdzy abstrakcji, w tak zwanej matematyce czystej, zapominają o tych wszystkich analogiach (chodzi tu o analogie z fizyką, przyp. mój); nieskończoność staje się czymś zgoła tajemniczym, a sposób, w jaki się nią operuje w analizie, wydaje się czymś zupełnie niepojętym, sprzecznym z wszelkim doświadczeniem i sensem...

Nieskończoność matematyczna została zapożyczona z rzeczywistości chociaż nieświadomie — i dlatego może być wytłumaczona tylko na podstawie rzeczywistości, a nie sama przez się, nie przez abstrakcję matematyczną.

Engels nie neguje jednak znaczenia i wagi matematyki w badaniach przyrodniczych, a jedynie gani tych, którzy zapominają, że cała tak zwana matematyka czysta zajmuje się abstrakcjami, że wszystkie jej wielkości są, ściśle biorąc, wielkościami wymyślnymi i że wszystkie abstrakcje doprowadzone do skrajności zamieniają się w absurd lub w swe przeciwieństwo.

Jeszcze bardziej skrajne stanowisko zajął Antonin Iwanowski, którego poglądy mogłem poznać z wydanej w Warszawie w 1922 roku w niewielkim nakładzie książki *Podstawowe zagadnienia fizyki w filozoficznym oświetleniu*. Pisał on tam między innymi:

Każdego badacza, zglębającego nie jakieś poszczególne gałęzie fizyki, lecz pragnącego ogarnąć ogólny zarys tej najważniejszej z ludzkich umiejętności, uderza niepewność i chwiejność podstaw, na których fizyka swój olbrzymi gmach buduje, razi brak skoordynowania i uzgodnienia poszczególnych skrzydeł i przybudówek owego gmachu, a już wprost oszalamiają sprzeczności w punktach wyjścia, z których wywodzą swój rodowód poszczególne gałęzie fizyki. Pojedyncze — niestety bardzo nieliczne — pawilony lub skrzydła służą ludzkości i przynoszą pożytek, ale całość gmachu fizyki tylko zasłania widok i przeszkadza oku ogarnąć szersze horyzonty.

A pracownicy nauki z gorączkowym pośpiechem wciąż zwożą i znoszą potworne ilości nowych materiałów, wciąż coś burzą lub przebudowują...

Zaś czynią to nie tylko bez planu, lecz nawet bez jakiegokolwiek ogólnej dyrektywy, jakby kłeczenie coraz to nowych, chaotycznie nagromadzonych ubikacji, samo sobie miało być celem...

Prócz głównego źródła zła, to jest prócz braku skoordynowania punktów wyjścia fizyki, dostrzegam groźne błędy metodyczne, które mszczą się dotkliwie i nieraz piękne zawiązki najgłębszych idei niweczą i wypaczają.

Albert Einstein (1879—1955). Najślynniejszy fizyk wszystkich czasów. Odkrył, że $E = mc^2$ i że przestrzeń jest zakrzywiona.

Fryderyk Engels (1829—1895). Znany z portretów pierwszomajowych filozof. Przyjaciel i współpracownik Marksa.

Antonin Iwanowski (?—?). Nie ma go w encyklopedii. Nie o nim nie wiem.

Strona 214

$$\sqrt{127}$$

$$\sum_{k=1}^n \beta_k \frac{(-1)^{k-1}}{(k-1)!}$$

670,3

Najpierwszym i najpowszechniejszym błędem metodycznym w fizyce jest przedwczesne stosowanie matematyki. Powodem tego błędu jest przecenianie (i to bardzo znaczne!) samej wartości matematyki i niewłaściwy pogląd na wywody matematyczne, jako na coś nie podlegającego wątpliwości...

Że zaś nie tylko sama technika naszych środków matematycznych ma olbrzymie braki i luki, lecz, że — co gorsza — ubóstwo tych środków stoi w rażącym przeciwieństwie do bogactwa zjawisk, więc po zamknięciu takiej nowej myśli w nazbyt sztywnym pancerzu matematycznym, myśl ta, czy idea traci wszelką giętkość i żywość, staje się nieruchawą, martwieje, rychło schnie i wreszcie zamiera przed wydaniem owocu, który mógłby się stać nasieniem jakiejś nowej, jeszcze doskonalszej myśli lub i całej teorii...

Jakież to szczęście dla ludzkości, że nie wszystkie nauki stosują matematykę!

W tym duchu napisana jest cała rozprawa Iwanowskiego. Ale jako odtrutkę na takie krańcowe poglądy można z kolei przytoczyć słowa **Johannesa Keplera**:

Bóg był zbyt wielki, by pozostawać beczynnym; zaczął uprawiać grę symboli, a świat stał się odbiciem tej gry. Podejrzewam, że cała przyroda wraz z pełnym wdzięku niebem wywodzą się z geometrii,

czy też słowa **Gustawa Hertza**:

Nie można oprzeć się wrażeniu, że te formuły matematyczne mają niezależny od nas byt i inteligencję, że są mądrzejsze niż my sami, nawet mądrzejsze niż ich odkrywcy, i że możemy wywnioskować z nich więcej niż poprzednio w nich zawarto.

Podobnie **James Jeans** pisał:

Cytuje się Kroneckera, który miał powiedzieć, że w arytmetyce Bóg stworzył liczby całkowite, a wszystko pozostałe jest dziełem człowieka. W tym samym duchu możemy prawdopodobnie powiedzieć, że w fizyce Bóg stworzył matematykę, zaś cała reszta jest dziełem człowieka.

Są to poglądy dokładnie przeciwstawne tym, które z taką swadą przedstawił w swoim filozoficznym traktacie nasz rodak Iwanowski, ale chciałbym zwrócić uwagę na to, że ogłoszony przez niego antymatematyczny pogląd na fizykę wcale nie jest całkowicie odosobniony. Podobny pogląd jest współcześnie głoszony przez uczonych wyznających filozofię tak zwanej **nowej gnozy** z **Princeton**. Uczeni ci uważają, że matematyczny opis charakteryzujący *starą metodą badawczą* powinien być zastąpiony przez o wiele doskonalszą metodę polegającą na bezpośrednim kontakcie wewnętrznym ze *świadomością Wszechświata*, gdyż teorie typu matematycznego nie mogą tego kontaktu zapewnić.

Oczywiście ogromna większość fizyków wyznaje poglądy umiarkowane, które można chyba dobrze wyrazić słowami **Richarda Feynmana**:

Jest rzeczą w pełni oczywistą, że rozumowania matematyczne, które zostały rozwinięte, mają wielką moc i użyteczność dla fizyków. Z drugiej strony, czasami rozumowania fizyków są użyteczne dla matematyków.

Trzeba jednak przyznać, że tak skromne i wyważone sformułowanie pozostawia uczucie niedosytu. Czyżby było to rzeczywiście wszystko, co na pewno można o związku między matematyką i fizyką powiedzieć? Czyżby nie tkwiła w tym zagadnieniu żadna głęboka tajemnica? Tajemnicę taką wy dobył na światło dzienne i przeanalizował **Eugene Wigner** w fascynującym artykule zatytułowanym *O niepojętej efektywności matematyki w naukach przyrodniczych*. Już sam tytuł artykułu Wignera zawiera, moim zdaniem, bardzo trafne wskazanie najciekawszego problemu, przed którym stoimy analizując związki matematyki z fizyką. Artykuł zaczyna się od zabawnej, ale też i doskonale ilustrującej problem, anegdoty. Dwaj koledzy z ławy szkolnej spotykają się po latach i rozmowa schodzi na ich pracę. Jeden z nich został statystykiem i zajmuje się badaniem zmian populacji. W odbicie swojego artykułu, którą pozakazuje swojemu dawnemu koledze, już na początku pojawia się rozkład Gaussa. W trakcie wyjaśnień, co oznaczają różne symbole, kolega humanista zaczyna podejrzewać, że statystyk postanowił zakpić z jego matematycznej ignorancji. Ujrawszy w pewnym momencie mgliście kojarzący mu się ze szkołą symbol π pyta. No a to, co u ciebie oznacza? Nie pamiętasz? — odpowiada statystyk. To jest przecież stosunek obwodu koła do jego średnicy. Teraz to już wiem na pewno, że robisz ze mnie balona — woła humanista. Co ma ludność do obwodu! No właśnie! Co ma ludność do obwodu, co ma fizyka do matematyki.

Zagadkę tę czyni Wigner jeszcze bardziej bulwersującą przez zwrócenie uwagi na następujące elementy twórczości matematyków. Parafrazując użytą kiedyś żartobliwą **definicję filozofii** Wigner określa matematykę jako naukę o biegłym posługiwaniu się pojęciami i regułami wynalezionymi właśnie do tego celu. Pojęcia matematyczne — twierdzi Wigner — wprowadzane są po to, by można było o nich dowodzić ciekawych twierdzeń. Najlepszym przykładem są liczby zespolone. Nic, co postrzegamy, nie sugeruje wprowadzenia takich obiektów. Gdyby spytać matematyka, po co właściwie zajmuje się teorią liczb zespolonych, wskazałby z oburzeniem na wiele pięknych twierdzeń z tej dziedziny. A jednak obiekty te wprowadzone do matematyki wyłącznie ze względu na — jak pisze Wigner — *ich przydatność do ciekawych przekształceń i ich rolę w uderzających, błyskotliwych rozumowaniach*, okazały się konieczne do sformułowania praw mechaniki kwantowej.

Johannes Kepler (1571—1630). Niemiecki astronom. Odkrywcą trzech praw ruchu planet. Ostatnie lata swego życia spędził w Żaganii jako nadworny astrolog księcia Wallensteina.

Gustaw Hertz (1887—1975). Niemiecki fizyk. Laureat nagrody Nobla za odkrycie (wraz z Franckiem) praw rządzących zderzeniami elektronów z atomami.

James Jeans (1877—1946). Angielski fizyk i astrofizyk. Autor hipotezy kosmogonicznej głoszącej, iż nasz układ planetarny powstał w wyniku przejścia innej gwiazdy w pobliżu Słońca.

O gnozie z Princeton i innych ciekawych rzeczach z filozofii fizyki można przeczytać w książce Michała Tempczyka *Fizyka a świat realny*, PWN, Warszawa 1986.

Richard Feynman (ur. 1918). Amerykański fizyk-teoretyk. Laureat nagrody Nobla (wspólnie ze Schwingerem i Tomonagą) za sformułowanie współczesnej wersji elektrodynamiki kwantowej.

Eugene Wigner (ur. 1902). Amerykański fizyk-teoretyk, urodzony w Budapeszcie. Laureat nagrody Nobla za wyjaśnienie wielu własności atomów i jąder za pomocą teorii grup.

Filozofia jest to nadużywanie terminologii wymyślonej właśnie w tym celu.

Czyż nie jest piękne twierdzenie o funkcjach analitycznych, które głosi, że funkcja taka jest już jednoznacznie wyznaczona wszędzie, jeżeli tylko określiliśmy ją w dowolnie małym obszarze.

Można to próbować tłumaczyć brakiem wyobraźni u fizyków. Gdy fizyk dostrzeże związek między dwiema wielkościami, który kojarzy mu się z czymś znanym już z matematyki, to wyciąga z tego natychmiast wnioski, że **związek ten jest dokładnie tym, co opisuje matematyka**. Tłumaczenie to nie może wyjaśnić jednak, dlaczego powstała w ten sposób koncepcja przekracza bardzo często wszelkie narzucone początkowo granice stosowalności i prowadzi do nowych, zaskakujących wniosków przy opisie zjawisk, o których nie śniło się twórcom teorii. Doskonałym przykładem owego wychodzenia teorii fizycznej poza wszelkie początkowo pomyślane ramy jest wspomniana już mechanika kwantowa. Cele, jakie stawiali sobie jej twórcy, były początkowo dość ograniczone, a mimo to sformułowana przez nich teoria przekroczyła ich najśmielsze oczekiwania. Nie może być mowy o prymitywnym dopasowywaniu teorii do danych, gdy doświadczenia nie zostały jeszcze przeprowadzone i ich wyniki nie są znane przy formułowaniu teorii lub znane jedynie w grubym przybliżeniu. Newton podał prawo powszechnego ciążenia dysponując danymi doświadczalnymi obciążonymi około czteroprocentowym błędem. Późniejsze obserwacje potwierdziły jego teorię z dokładnością do dziesięciotysięcznej części procenta. Elektrodynamika kwantowa, która właściwie została stworzona wyłącznie na zasadzie analogii z mechaniką kwantową, tam gdzie można ją w pełni wykorzystać, daje zgodność z doświadczeniem z dokładnością do stutysięcznej części procenta. Kilka prostych nieraz obserwacji zamienionych na sformułowane matematycznie prawo fizyczne tworzy podstawę teorii, którą dzięki stosowaniu matematycznych metod wnioskowania udaje się rozszerzać na ogromne obszary zjawisk. Dlaczego tak jest? Nikt nie wie, ale myśleć o tym warto!

Napisałem na początku, że związek fizyki i matematyki to zagadnienie z dziedziny filozofii i starałem się utrzymać ten artykuł w konwencji eseju filozoficznego, stąd liczne przypisy.



Zadania

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 487. W przestrzeni dane są trzy wzajemnie prostopadłe półproste, wychodzące z jednego punktu. Udowodnić, że dowolny trójkąt ostrokątny można umieścić tak, by każdy jego wierzchołek leżał na innej półprostej.

Rozwiązanie na str. 6

M 488. Niech $S_n(t) = \sin t + \sin 2t + \dots + \sin nt$. Udowodnić, że dla każdego t ciąg $(S_n(t))$ jest ograniczony.

Rozwiązanie na str. 6

M 489. Wykazać, że średnia wartość minimum k -elementowego podzbioru zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$ wynosi $\frac{n+1}{k+1}$.

Rozwiązanie na str. 6

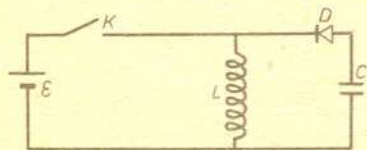
Redaguje dr Rafał STAROŃSKI

F 232. Obwód elektryczny składający się z cewki o indukcyjności L , kondensatora o pojemności C i diody D (patrz rys. 1) jest podłączany za pomocą klucza K przez czas τ do baterii o SEM \mathcal{E} , a następnie odłączany. Znaleźć zależność napięcia na kondensatorze od czasu po wyłączeniu obwodu. Opór wewnętrzny baterii i opór omowy cewki można zaniedbać.

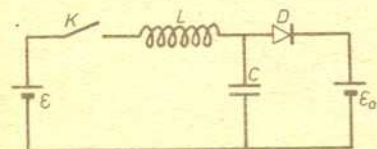
Rozwiązanie na str. 7

F 233. W obwodzie przedstawionym na rysunku 2 składającym się z dwóch baterii, diody, kondensatora o pojemności C i cewki o indukcyjności L , SEM \mathcal{E}_0 baterii pierwszej jest większa niż SEM \mathcal{E} drugiej. Należy określić ładunek, który przepłynie przez baterię o SEM \mathcal{E}_0 przy zamykaniu klucza K . Opór wewnętrzny obu baterii można zaniedbać. Kondensator do momentu zamknięcia klucza był nie naładowany.

Rozwiązanie na str. 14



Rys. 1



Rys. 2